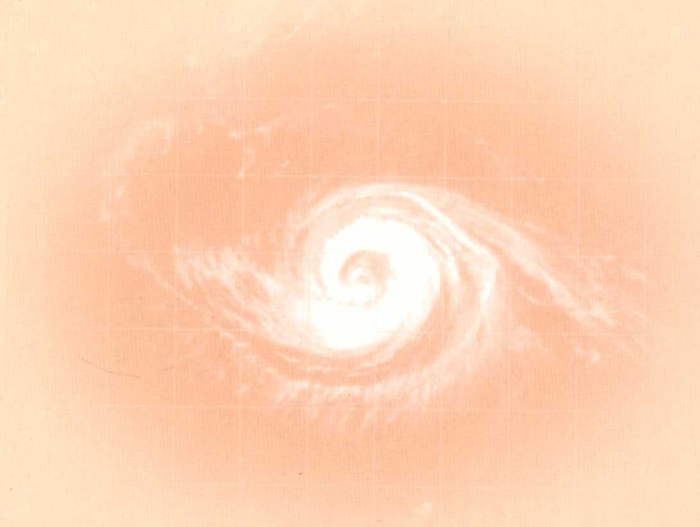


"十一五"国家重点图书 中国科学技术大学精品教材

# 涡运动理论

第2版

童秉纲 尹协远 朱克勤 著



中国科学技术大学出版社

0351.7  
53752

中国科学技术大学精品教材

# 涡运动理论

WOYUNDONG LILUN

第2版

童秉纲 尹协远 朱克勤 著

中国科学技术大学出版社

## 内 容 简 介

涡运动是流体最普遍存在的一种运动形态。本书系统地介绍了涡运动基本理论的主要方面,力求做到取材精练、物理意义明确、数学论述严谨,同时适当反映当代该领域研究的新进展。全书共分九章。前三章介绍基本方程、涡量场的运动学和动力学特性,如流体动能、冲量、冲量矩等涡量场不变量,以及螺旋度和涡旋拟“能”等新概念。第4章讲述典型的涡旋运动解,如 Oseen 涡、椭圆涡、Lamb 涡极子、Burgers 涡和 Betchelor 涡等,它们常作为理论模型被广泛应用。接下来的三章讲述无粘流体中面涡演化、线涡和涡环、点涡系动力学。最后两章分别是旋转流体中涡运动和作为一种数值方法的涡方法。

本书可作为力学专业研究生或高年级本科生教材,亦可供航空航天、大气海洋、能源和化工等领域教师和科研人员参考。

## 图书在版编目(CIP)数据

涡运动理论/童秉刚,尹协远,朱克勤著. —2 版. —合肥:中国科学技术大学出版社,2009.1

(中国科学技术大学精品教材)

“十一五”国家重点图书

ISBN 978-7-312-02302-6

I. 涡… II. ①童…②尹…③朱… III. 涡旋流动—理论—高等学校—教材 IV. O351.3

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 201623 号

中国科学技术大学出版社出版发行

安徽省合肥市金寨路 96 号,230026

<http://press.ustc.edu.cn>

安徽辉隆农资集团瑞隆印务有限公司

全国新华书店经销

开本: 710 mm×960 mm 1/16 印张: 17 插页: 2 字数: 324 千

2009 年 1 月第 2 版 2009 年 1 月第 3 次印刷

印数: 2 501—4 500 册

定价: 28.00 元



## 编审委员会

主 任 侯建国

副主任 窦贤康 刘 斌 李晓光

委 员 (按姓氏笔画排序)

方兆本 史济怀 叶向东 伍小平

刘 斌 刘 兢 孙立广 汤书昆

吴 刚 李晓光 李曙光 苏 淳

何世平 陈初升 陈国良 周先意

侯建国 俞书勤 施蕴渝 胡友秋

徐善驾 郭光灿 郭庆祥 钱逸泰

龚 立 程福臻 窦贤康 褚家如

滕脉坤 霍剑青 戴蓓蓓

## 总 序

2008 年是中国科学技术大学建校五十周年。为了反映五十年来办学理念和特色,集中展示教材建设的成果,学校决定组织编写出版代表中国科学技术大学教学水平的精品教材系列。在各方的共同努力下,共组织选题 281 种,经过多轮、严格的评审,最后确定 50 种入选精品教材系列。

1958 年学校成立之时,教员大部分都来自中国科学院的各个研究所。作为各个研究所的科研人员,他们到学校后保持了教学的同时又作研究的传统。同时,根据“全院办校,所系结合”的原则,科学院各个研究所在科研第一线工作的杰出科学家也参与学校的教学,为本科生授课,将最新的科研成果融入到教学中。五十年来,外界环境和内在条件都发生了很大变化,但学校以教学为主、教学与科研相结合的方针没有变。正因为坚持了科学与技术相结合、理论与实践相结合、教学与科研相结合的方针,并形成了优良的传统,才培养出了一批又一批高质量的人才。

学校非常重视基础课和专业基础课教学的传统,也是她特别成功的原因之一。当今社会,科技发展突飞猛进、科技成果日新月异,没有扎实的基础知识,很难在科学技术研究中作出重大贡献。建校之初,华罗庚、吴有训、严济慈等老一辈科学家、教育家就身体力行,亲自为本科生讲授基础课。他们以渊博的学识、精湛的讲课艺术、高尚的师德,带出一批又一批杰出的年轻教员,培养了一届又一届优秀学生。这次入选校庆精品教材的绝大部分是本科生基础课或专业基础课的教材,其作者大多直接或间接受到过这些老一辈科学家、教育家的教诲和影响,因此在教材中也贯穿着这些先辈的教育教学理念与科学探索精神。

改革开放之初,学校最先选派青年骨干教师赴西方国家交流、学习,他们在带回先进科学技术的同时,也把西方先进的教育理念、教学方法、教学内容等带回到中国科学技术大学,并以极大的热情进行教学实践,使“科学与技术相结合、理论与实践相结合、教学与科研相结合”的方针得到进一步深化,取得了非常好的效果,培养的学生得到全社会的认可。这些教学改革影响深远,直到今天仍然受到学生的欢迎,并辐射到其他高校。在入选的精品教材中,这种理念与尝试也都有充分的

体现。

中国科学技术大学自建校以来就形成的又一传统是根据学生的特点,用创新的精神编写教材。五十年来,进入我校学习的都是基础扎实、学业优秀、求知欲强、勇于探索和追求的学生,针对他们的具体情况编写教材,才能更加有利于培养他们的创新精神。教师们坚持教学与科研的结合,根据自己的科研体会,借鉴目前国外相关专业有关课程的经验,注意理论与实际应用的结合,基础知识与最新发展的结合,课堂教学与课外实践的结合,精心组织材料、认真编写教材,使学生在掌握扎实的理论基础的同时,了解最新的研究方法,掌握实际应用的技术。

这次入选的 50 种精品教材,既是教学一线教师长期教学积累的成果,也是学校五十年教学传统的体现,反映了中国科学技术大学的教学理念、教学特色和教学改革成果。该系列精品教材的出版,既是向学校五十周年校庆的献礼,也是对那些在学校发展历史中留下宝贵财富的老一代科学家、教育家的最好纪念。

侯建国

2008 年 8 月

# 再 版 前 言

值中国科学技术大学校庆五十周年之际,本书得以再版是件值得庆幸的事。再版过程中主要做了如下修改:

(1) 在第1章绪论中增加了一个关于“复杂流场中涡旋的定义”的附录。虽然对于涡旋(vortex)目前还没有一个公认的、统一的定义,但在复杂流场特别是湍流中迫切需要能诊断和显示出涡结构及其演化,这一附录介绍了几种可利用的涡定义判据。

(2) 改写了第3.8节“作用在物体上的流体动力”。鉴于直接测量柔体(鱼、鸟等)上非定常力的困难,研究者企图从实验(如PIV)或数值模拟得到的局部流场信息反推出作用于物体上的流体动力和力矩。这一节介绍了这方面的进展。

(3) 第4章的内容扩展了,增加了椭圆涡、Lamb 涡极子、Stuart 涡列和Betchelor 尾涡等常见的涡流解,它们与Oseen 涡和 Burgers 涡一样,常作为涡的理论模型被广泛应用。

此外还更正了若干书写和印刷错误,调整了个别章节的次序,更新了部分参考文献并增加了附录“矢量运算公式”,便于读者查找。

由于作者学识有限,疏漏和错误在所难免,恳请读者赐教。

作 者  
2008 年 5 月

# 前 言

涡运动是流体中普遍存在的一种运动形式. 研究涡运动的历史和流体力学的发展历史一样悠久. 关于涡运动的若干著名定理是和流体力学的先驱如开尔文、亥姆霍兹等大师们的名字联系在一起的. 在流体力学研究中最先发展起来的无旋流动只不过是特定条件下的简化. 即使在无旋流动的研究中也离不开涡的运动: 例如, 没有起动涡的概念就无法讲清楚机翼上速度环量是如何形成的; 作为机翼基本理论的升力线和升力面理论正是建立在由附着涡与自由涡构成的两种涡旋系模型的基础之上的; 点涡、线涡和面涡作为无旋流动的一种基本解而被广泛使用. 普朗特创立的边界层理论把流体力学推进到一个新阶段, 它揭示了涡量在物面上如何生成和扩散并汇集于物面附近的流域内的物理机制, 解释了流动分离现象; 而涡旋(集中涡)的生成是与流动分离密切相关的. 至于湍流, 现已认识到, 湍流兼有随机性和拟序性, 其基本结构之一是各种尺度的涡(eddy), 既有大量的随机的小涡构成背景流场, 又有大尺度的拟序的涡结构在统计意义上存在. 因此, 在事实上, 流体的运动是有涡运动, 这些流动形态非常复杂, 内容异常丰富. 由于涡运动是非定常的和强非线性的, 在过去的年代, 要研究它们遇到了难以克服的困难, 直到 20 世纪末叶, 科学和技术已发展到这一步, 使人们有可能深入研究这些复杂的涡运动, 揭示其运动规律和物理机制, 探求开发利用涡运动的有效途径. 一方面, 超高速巨型计算机、各种瞬态测量诊断手段和信息与图像处理技术等使人们能够显示和观察涡旋运动的非定常演化过程; 另一方面, 非线性科学的发展必然会给涡运动研究开阔新的思路 and 提供强大的工具. 可以说, 涡运动的研究一直是流体力学理论和应用研究中最具有挑战性的课题之一.

国内为适应现代流体力学的这一新进展, 已有涡动力学的专著出版<sup>[1, 4]</sup>, 但我们感到出版一本系统地阐述涡运动的基本理论的论著仍是十分必要的. 我们希望本书能成为从流体力学基础理论通向涡运动研究前沿的一座桥梁, 以适应该学科蓬勃发展的需要. 为此, 作者根据多年来在中国科技大学近代力学系及中国科学院研究生院讲授“涡运动理论”课程的讲稿, 编撰此书出版. 本书在选材上注意少





# 主要符号表

|                        |                               |
|------------------------|-------------------------------|
| $A$                    | 矢量势函数                         |
| $a$                    | 半径、距离                         |
| $c$                    | 波速;声速                         |
| $dl$                   | 微元线段                          |
| $Ek$                   | Ekman(埃克曼)数                   |
| $(e_z, e_r, e_\theta)$ | 柱坐标系下的单位矢量                    |
| $F$                    | 作用力                           |
| $Fr$                   | 旋转流体的 Froude(弗劳德)数            |
| $f$                    | 彻体力                           |
| $f_c$                  | Coriolis(科氏)力(Coriolis force) |
| $f_e$                  | 离心力                           |
| $f(r/\sigma)$          | 形函数                           |
| $f_\sigma(r)$          | 光滑函数                          |
| $g$                    | 重力                            |
| $H$                    | Hamilton(哈密顿)函数               |
| $H(t)$                 | 螺旋度                           |
| $h(r, t)$              | 螺旋度密度                         |
| $I$                    | 流体的冲量                         |
| $i(r)$                 | 脉冲外力冲量                        |
| $(i, j, k)$            | 直角坐标系下的单位矢量                   |
| $K(r)$                 | 核函数                           |
| $K_\sigma(r)$          | 非奇异核函数                        |
| $k$                    | 曲率                            |
| $k_c$                  | Coriolis 参数                   |
| $L$                    | 力矩                            |
| $L$                    | 弥散长度(3.4.2 节)                 |

|                                                       |                             |
|-------------------------------------------------------|-----------------------------|
| $M$                                                   | 流体的冲量矩                      |
| $Ma$                                                  | Mach(马赫)数                   |
| $p$                                                   | 压强                          |
| $Q(t)$                                                | 涡旋拟“能”(enstrophy)           |
| $\mathbf{R} = \mathbf{r} - \mathbf{r}'$               | 两点间的有向距离                    |
| $R$                                                   | 曲率半径                        |
| $Re$                                                  | Reynolds(雷诺)数               |
| $Ro$                                                  | Rossby(罗斯比)数                |
| $\mathbf{r}$                                          | 矢径                          |
| $S$                                                   | 面积;空间域围面                    |
| $s$                                                   | 弧长                          |
| $T$                                                   | 动能                          |
| $t$                                                   | 时间                          |
| $(t, \mathbf{n}, \mathbf{b})$                         | 自然坐标系                       |
| $\mathbf{U}$                                          | 平移速度;来流速度                   |
| $\mathbf{V}(u, v, w); \mathbf{V}(V_z, V_r, V_\theta)$ | 速度矢量及其在直角坐标系、柱坐标系中的分量       |
| $V$                                                   | 体积                          |
| $\mathcal{V}$                                         | 空间域                         |
| $W(Z)$                                                | 复速度势                        |
| $Z = x + iy$                                          | 复平面上坐标                      |
| $\Gamma$                                              | 速度环量                        |
| $\gamma$                                              | 面涡强度                        |
| $\gamma$                                              | 比热比                         |
| $\Delta = \nabla^2$                                   | 拉普拉斯算子                      |
| $\delta(\mathbf{r})$                                  | Dirac(狄拉克) $\delta$ 函数      |
| $\delta$                                              | 涡核半径                        |
| $\zeta(t)$                                            | 复平面上质点位置                    |
| $\Theta$                                              | 胀度                          |
| $\chi(\boldsymbol{\alpha}, t)$                        | 迹线的拉格朗日表示法                  |
| $\nu$                                                 | 运动粘性系数                      |
| $\Pi$                                                 | 彻体力的势函数                     |
| $\rho$                                                | 密度;或 $\rho = k^2$ (6.3.1 节) |

涡量流率  
 截断参数; 密度相对变化(第 8 章)  
 挠度; 相似变数(5. 4. 1 节)  
 能量耗散率  
 速度势  
 流函数  
 波函数(6. 2 节)  
 刚体旋转角速度  
 涡量

# 目 次

|                               |         |
|-------------------------------|---------|
| 总 序 .....                     | ( i )   |
| 再版前言 .....                    | ( iii ) |
| 前 言 .....                     | ( v )   |
| 主要符号表 .....                   | ( vii ) |
| 第 1 章 概论 .....                | ( 1 )   |
| 1.1 绪言 .....                  | ( 1 )   |
| 1.1.1 涡量场 .....               | ( 1 )   |
| 1.1.2 涡量的物理意义 .....           | ( 2 )   |
| 1.1.3 涡旋 .....                | ( 5 )   |
| 1.1.4 研究涡运动的意义 .....          | ( 6 )   |
| 1.2 运动学关系 .....               | ( 7 )   |
| 1.2.1 流场的描述 .....             | ( 7 )   |
| 1.2.2 运动学基本方程 .....           | ( 10 )  |
| 1.3 动力学方程和能量方程 .....          | ( 10 )  |
| 1.3.1 N-S 方程 .....            | ( 10 )  |
| 1.3.2 涡量动力学方程 .....           | ( 11 )  |
| 1.3.3 速度环量动力学方程 .....         | ( 14 )  |
| 1.3.4 能量方程 .....              | ( 15 )  |
| 附: 复杂流场中涡旋的定义 .....           | ( 16 )  |
| 第 2 章 涡量运动学特性 .....           | ( 18 )  |
| 2.1 给定涡量和胀量确定速度分布 .....       | ( 18 )  |
| 2.1.1 命题的惟一性问题 .....          | ( 19 )  |
| 2.1.2 速度分解和速度积分表达式 .....      | ( 20 )  |
| 2.1.3 几个问题的讨论 .....           | ( 23 )  |
| 2.1.4 广义 Biot-Savart 公式 ..... | ( 27 )  |
| 2.2 涡量矩守恒 .....               | ( 28 )  |



|       |                                              |       |
|-------|----------------------------------------------|-------|
| 4.1.1 | 具有圆流线的定常涡 .....                              | (75)  |
| 4.1.2 | 无界椭圆涡 .....                                  | (78)  |
| 4.1.3 | Kirchhoff 椭圆涡 .....                          | (80)  |
| 4.1.4 | Lamb 涡极子 .....                               | (83)  |
| 4.1.5 | 同向旋转的单行涡列和交替反向旋转的单行涡列 .....                  | (85)  |
| 4.2   | 二维粘性涡旋流动 .....                               | (87)  |
| 4.2.1 | 圆对称的粘性衰减涡——Oseen 涡和 Taylor 涡 .....           | (87)  |
| 4.2.2 | 间断面的衰减 .....                                 | (93)  |
| 4.2.3 | 涡格的衰减 .....                                  | (95)  |
| 4.3   | 轴对称流动控制方程 .....                              | (96)  |
| 4.3.1 | 原始变量( $V, p$ )表示的控制方程 .....                  | (97)  |
| 4.3.2 | 用涡量-流函数( $\omega, \psi$ )表示的控制方程 .....       | (97)  |
| 4.3.3 | 以( $\Gamma, \omega_\theta$ )为基本变量的控制方程 ..... | (98)  |
| 4.3.4 | Squire 方程 .....                              | (99)  |
| 4.3.5 | 轴对称流的冲量和动能等 .....                            | (99)  |
| 4.4   | 有轴向拉伸的定常轴对称涡 .....                           | (100) |
| 4.4.1 | Burgers 涡 .....                              | (101) |
| 4.4.2 | Sullivan 涡 .....                             | (104) |
| 4.5   | Betchelor 尾涡 .....                           | (106) |
| 4.6   | Hill 球涡 .....                                | (108) |
| 第 5 章 | 面涡及其演化 .....                                 | (113) |
| 5.1   | 面涡上的相容关系 .....                               | (113) |
| 5.2   | 二维面涡自诱导运动的 Birkhoff - Rott 方程 .....          | (116) |
| 5.2.1 | Birkhoff - Rott 方程 .....                     | (116) |
| 5.2.2 | B - R 方程的精确解 .....                           | (117) |
| 5.3   | 机翼尾涡面卷起的近似模型 .....                           | (119) |
| 5.3.1 | 流动的物理图像 .....                                | (119) |
| 5.3.2 | 具有椭圆环量分布的面涡 .....                            | (120) |
| 5.3.3 | 集中涡的近似模型 .....                               | (121) |
| 5.4   | 面涡的卷起和集中涡的形成 .....                           | (122) |
| 5.4.1 | Kaden 螺线 .....                               | (122) |
| 5.4.2 | 参数确定 .....                                   | (124) |
| 5.4.3 | 相似性解和高阶近似 .....                              | (127) |





|       |                                |       |
|-------|--------------------------------|-------|
| 8.3   | 地转流动 .....                     | (196) |
| 8.3.1 | 大气层中的地转流动近似 .....              | (197) |
| 8.3.2 | Taylor - Proudman 定理 .....     | (197) |
| 8.3.3 | 热成风 .....                      | (198) |
| 8.4   | Ekman 层 .....                  | (199) |
| 8.5   | 旋转流体的波动现象 .....                | (202) |
| 8.5.1 | 匀速旋转流体中的惯性波 .....              | (203) |
| 8.5.2 | Coriolis 参数变化时的 Rossby 波 ..... | (205) |
| 第9章   | 涡方法 .....                      | (207) |
| 9.1   | 二维涡方法 .....                    | (207) |
| 9.1.1 | 二维无粘流的涡方法 .....                | (208) |
| 9.1.2 | 粘性流的涡方法 .....                  | (212) |
| 9.2   | 三维涡方法 .....                    | (218) |
| 9.3   | 边界条件问题 .....                   | (222) |
| 9.4   | 改进计算效率和离散精度的若干措施 .....         | (225) |
| 9.4.1 | 格子涡(VIC)方法 .....               | (225) |
| 9.4.2 | 多极子展开法 .....                   | (226) |
| 9.4.3 | 涡元疏密失调的调整 .....                | (228) |
| 9.5   | 涡方法在非定常流动中的应用 .....            | (230) |
| 习 题   | .....                          | (234) |
| 附录    | 矢量运算公式 .....                   | (246) |
| 参考文献  | .....                          | (248) |
| 1. 书目 | .....                          | (248) |
| 2. 论文 | .....                          | (249) |
| 名词索引  | .....                          | (254) |