新课程 新考纲

GAOKAO BEIKAO ZHINAN

2010 高考备考指南

广州市教育局教学研究室 编

理科数学

华南理工大学出版社

2010 高考备考指南

语文(含练习册)	39.20元
文科数学(含练习册)	39.20元
文科数学习题解答	10.00元
理科数学(含练习册)	39.20元
理科数学习题解答	13.50元
英语(含练习册)	39.20元
英语听力录音带（三盒）	18.00元
文科综合 政治分册(含练习册)	29.80元
文科综合 历史分册(含练习册)	29.80元
文科综合 地理分册(含练习册)	29.80元
理科综合 物理分册(含练习册)	29.80元
理科综合 化学分册(含练习册)	29.80元
理科综合 生物分册(含练习册)	29.80元

责任编辑:赖淑华　黄丽谊
技术编辑:杨小丽　李焕成
封面设计:吴俊卿

ISBN 978-7-5623-3053-0
9 787562 330530 >
定价:39.20元(含练习册)

2010高考备考指南

理科数学

（第十三版）

广州市教育局教学研究室　编

华南理工大学出版社
·广州·

《2010 高考备考指南》编委会

图书在版编目(CIP)数据

2010 高考备考指南．理科数学/广州市教育局教学研究室编．—13 版．—广州：华南理工大学出版社，2009．4

ISBN 978-7-5623-3053-0

Ⅰ.2…　Ⅱ.广…　Ⅲ.数学课-高中-升学参考资料　Ⅳ.G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 045718 号

总 发 行：华南理工大学出版社（广州五山华南理工大学 17 号楼，邮编 510640）

营销部电话：020－22236378　22236185　87111048（传真）

E-mail：z2cb@scut.edu.cn　　http://www.scutpress.com.cn

出版策划：范家巧　潘宜玲

责任编辑：赖淑华　黄丽谊

印 刷 者：佛山市浩文彩色印刷有限公司

开　　本：889mm×1194mm　1/16　印张：29　字数：876 千

版　　次：2009 年 4 月第 13 版　2009 年 4 月第 13 次印刷

定　　价：39.20 元（含练习册）

前 言

《高考备考指南》丛书初版于1994年，是根据当时广州市有关领导的指示，为提高广州学生高考复习的效率，由广州市教育局教研室组织广州市100多名特级教师和骨干高级教师编写的，至今已出了十二版，一直是广州市高考备考的主流教辅，为大面积提高广州市的高考质量做出了显著的贡献。

每当广东高考方案发生变化的时候，《高考备考指南》丛书总是能率先做出调整，很好地适应了广东高考形式和内容的变化，满足了广大考生备考的需要，因而一直以来《高考备考指南》丛书都深受广大师生的喜爱。

从2010年开始，广东高考方案又做出了重大调整，由目前的"3+文科基础/理科基础+X"模式改为"3+文科综合/理科综合"的新模式。由于"3+文科综合/理科综合"的新模式在考试科目、时间和分值上都进行了调整，因而在命题范围和要求上必然要发生变化。为适应这种变化，供2010年广东高考考生复习使用的《高考备考指南》丛书第十三版又进行了重要的修订。修订后的《高考备考指南》丛书（第十三版）既保持了过去各版的优点，又注入了许多新的元素。概括起来，具有以下几个特点：

（1）科学性。内容全面、系统、科学、严谨，呈现方式合理，能较好地揭示知识间的内在联系，符合学生的认知规律和复习备考的规律。

（2）权威性。由广州市教育局教研室组织广州市具有丰富高考备考经验的教研员和骨干教师编写，对考点进行了准确的解读，对高考广东卷的试题特点和命题趋势有透彻的分析，对复习内容的选择、复习要求的把握、学习方法和解题方法的点拨有许多独到之处，反映了广州市多年来高考备考的研究成果。

（3）简明性。既覆盖全部考点，又突出重点，充分保证学科主干知识、重要题型、基本方法（通性通法）在全书中占有较大篇幅；对考点内容的选择在保证必需、够用的前提下，尽可能去除繁芜，减少容量，突显有效知识，以提高复习的针对性和有效性。

第十三版《高考备考指南》丛书总共由12种书构成，即语文、文科数学、文科数学习题解答、理科数学、理科数学习题解答、英语、文科综合政治分册、文科综合历史分册、文科综合地理分册、理科综合物理分册、理科综合化学分册、理科综合生物分册。每个学科只出一种，为方便使用，其中部分习题及其答案采用独立装订形式。每个考生的复习用书均为七种，即文科考生的复习用书有语文、文科数学、文科数学习题解答、英语、文科综合政治分册、文科综合历史分册、文科综合地理分册；理科考生的复习用书有语文、理科数学、理科数学习题解答、英语、理科综合物理分册、理科综合化学分册、理科综合生物分册。

多年来，华南理工大学出版社的领导、编辑和校对人员等为《高考备考指南》丛书的出版付出了辛勤的劳动，在此特表谢意！

编 者

2009年4月于广州

说 明

《高考备考指南·理科数学》包括复习用书和习题解答共两册书,两册书相互配套,构成了一个特别适合数学高考复习特点的内容体系。

其中,复习用书包含了高中数学课程标准中必修课程和选修系列2的全部内容。在充分考虑高中数学课程标准各种不同版本实验教科书的基础上,根据2009年新课程标准高考数学考试大纲(课程标准实验)及其考试大纲的说明(广东卷),并对近几年高考数学命题趋势的分析,复习用书将高中数学课程标准中的必修内容和选修内容进行了有机的整合,使得知识之间的内在联系更加紧凑、连贯。为方便使用,复习用书按课时编写,而且将每课时的配套练习分为基础训练和综合提高两个部分。复习用书可供考生作为数学高考第一轮复习使用。

为了复习的系统性,复习用书配备了一本练习册,为每章提供了一套测试题,并在练习册的最后提供了四套综合测试题。为便于使用,练习册以活页形式独立装订,既可作为班级单元测试用,也可作为考生自行检测用。

习题解答一书给出了系统复习用书中全部习题的详尽解答,以方便考生解题时及时查对答案,比较解法的优劣。

《高考备考指南·理科数学》由广州市教育局教研室曾辛金、陈镇民担任主编。参加编写的人员分别是:许建中(第一章),杨仁宽、宋洁云(第二章),肖凌戆(第三章),伍晓焰(第四章),罗华、谭建东(第五章),陈镇民、谭国华、罗晓斌(第六章),刘殷(第七章),曾辛金、赖青松(第八章),许建中、吴华东(第九章),翁之英、李大伟(第十章),肖勇钢(第十一章),彭雨茂(第十二章),谭曙光、董大新(第十三章),赵霞(第十四章),严运华(第十五章),谭曙光(第十六章)。另外,严运华、肖凌戆、李金龙、吴平生各命制了一套综合测试题。参加编写的人员均为广州市中学数学骨干教师,他们有着丰富的数学高考复习的实践经验,同时又都是高中数学课程标准实验的亲身参与者。

为了保证书稿的质量,《高考备考指南·理科数学》还邀请了一批无论在数学专业上、还是在课堂教学上都具有较高造诣的广州市高中数学青年教师参与审校工作。

感谢华南理工大学出版社的编辑和校对人员,正是由于他们的帮助,才使本书得以顺利出版。

尽管本书的编写、编辑和校对人员均抱着非常严肃认真的态度对待本书的编写与出版工作,但由于水平有限,或偶有疏忽,本书必定还存在一些不足之处,恳请广大教师和学生提出批评、建议,以便再版时修订。

编 者

2009 年 3 月

目　录

（共 97 课时）

第一章　集合与常用逻辑用语

集合是中学数学最基本的概念之一，集合语言简洁、准确，是数学中不可缺少的基本语言．常用逻辑用语是数学语言的重要组成部分，是描述、判断、推理的工具，它可以使我们正确理解数学概念、合理论证数学结论、准确表达数学内容．

集合与常用逻辑用语是每年高考的必考考点，在近几年的高考试题中，通常以下列两种方式进行考查：

一是以客观题形式出现，考查集合与常用逻辑用语的基础知识．主要考查集合的概念、集合间的关系、集合的运算、四种命题、必要条件、充分条件与充要条件、简单的逻辑联结词、含有一个量词的命题的否定．

二是与其他知识相联系，渗透在解答题的解题过程中，考查常见的数学思想方法．

第一节　集合(1课时)

一、内容提要

通过对不同版本数学实验教材的归纳总结，本节的主要内容有：

1. 集合的基本概念

指定的某些对象的全体称为一个集合．集合中的每个对象叫做这个集合的元素，a 是集合 A 的元素表示成 $a\in A$，a 不是集合 A 的元素表示成 $a\notin A$.

(1)集合的性质：对于一个给定的集合，其元素具有确定性、互异性、无序性．

(2)集合的表示：集合的表示方法有列举法、描述法以及图示法．

(3)常见的数集有：$\mathbf{N}$(自然数集)、$\mathbf{N}^*$ 或 $\mathbf{N}_+$(正整数集)、$\mathbf{Z}$(整数集)、$\mathbf{Q}$(有理数集)、$\mathbf{R}$(实数集)、$\mathbf{C}$(复数集)．

2. 集合与集合的关系

(1)①$A\subseteq B$ 定义为：任一 $a\in A$，都有 $a\in B$. ②$A=B\Leftrightarrow A\subseteq B$ 且 $B\subseteq A$.

(2)$A\cap B=\{x\mid x\in A$ 且 $x\in B\}$.

(3)$A\cup B=\{x\mid x\in A$ 或 $x\in B\}$.

(4)$\complement_U A=\{x\mid x\notin A$ 且 $x\in U\}$（其中 U 为全集，以下相同）.

3. 集合的交、并、补的性质

(1)$A\cap\varnothing=\varnothing$，$A\cup\varnothing=A$，$A\cap(\complement_U A)=\varnothing$，$A\cap U=A$，$A\cup U=U$，$A\cup(\complement_U A)=U$，$\complement_U(\complement_U A)=A$(其中$\varnothing$为空集)．

(2)$A\cap B=B\cap A$，$A\cup B=B\cup A$.

(3)$(A\cap B)\cap C=A\cap(B\cap C)$，$(A\cup B)\cup C=A\cup(B\cup C)$.

(4)若 $A\subseteq B$，则 $A\cap B=A$，$A\cup B=B$.

(5)$A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C)$，$A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$.

(6)$\complement_U(A\cap B)=(\complement_U A)\cup(\complement_U B)$，$\complement_U(A\cup B)=(\complement_U A)\cap(\complement_U B)$.

4. 集合的运用

把集合作为工具在其他数学问题中的应用，即集合语言与集合思想的运用(如函数的定义域、值域，方程及不等式的解集，立体几何、解析几何中的问题等)．

二、题型示例

本节的主要题型都是围绕集合的基本概念以及交、并、补等运算展开的．一般有正确使用集合的有关符号，集合的不同表示，集合的有关运算及性质等．

例1　设全集 $U=\{1,2,3,4,5\}$．集合 $A=\{1,a^2-1,4\}$，$\complement_U A=\{2,a+3\}$，则实数 a 的值为(　　).

(A) -2　　(B) 0

(C) 2　　(D) $\sqrt6$或$-\sqrt6$

解　由题意得

$$\begin{cases}a+3=3\\a^2-1=5\end{cases}\ ①\quad 或\quad \begin{cases}a+3=5\\a^2-1=3\end{cases}\ ②$$

式①无解，由式②得 $a=2$，因此本题应选(C).

说明　因为 $A\cup\complement_U A=U$. 而对全集中 3 和 5 这两个元素没有确定，由此得方程组解之．

例2　如图1-1 中阴影部分可表示为(　　).

(A) $\complement_U(A\cap B)$

(B) $\complement_U(A\cup B)$

(C) $\complement_U(A\cup B)\cup(A\cap B)$

(D) $(A\cup B)\cap\complement_U(A\cap B)$

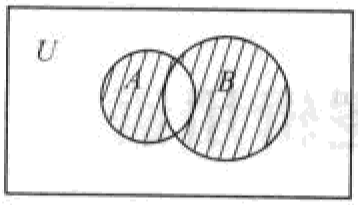


图 1-1

解　阴影部分是 $A\cup B$ 之中非 $A\cap B$，即 $A\cup B$ 与 $A\cap B$ 的补集的交集，故 $(A\cup B)\cap \complement_U(A\cap B)$ 为阴影部分的表示形式．因此本题应选(D)．

说明　利用 Venn 图研究集合间的关系比较直观明了，可充分利用数形结合的数学思想方法思考问题和解决问题．

例 3　已知集合 $A=\{x\mid x^2-3x-10\leqslant 0\}$．

(1)若 $B\subseteq A$，$B=\{x\mid m+1\leqslant x\leqslant 2m-1\}$，求实数 m 的取值范围．

(2)若 $A\subseteq B$，$B=\{x\mid m-6\leqslant x\leqslant 2m-1\}$，求实数 m 的取值范围．

解　(1)由 $A=\{x\mid x^2-3x-10\leqslant 0\}$，得 $A=\{x\mid -2\leqslant x\leqslant 5\}$．

因为 $B\subseteq A$，所以若 $B=\varnothing$，则 $m+1>2m-1$，即 $m<2$，此时满足 $B\subseteq A$．

若 $B\neq\varnothing$，则 $\begin{cases}m+1\leqslant 2m-1\\-2\leqslant m+1\\2m-1\leqslant 5\end{cases}$，解得 $2\leqslant m\leqslant 3$．

综上所述，m 的取值范围是 $(-\infty,3]$．

(2)若 $A\subseteq B$，则依题意有：$\begin{cases}2m-1>m-6\\m-6\leqslant -2\\2m-1\geqslant 5\end{cases}$，

解得 $\begin{cases}m>-5\\m\leqslant 4\\m\geqslant 3\end{cases}$，　　故 $3\leqslant m\leqslant 4$．

故 m 的取值范围是 $[3,4]$．

说明　解决这类问题时要注意空集是一个特殊的集合，它是任何集合的子集，解题时不要漏掉这一点．解决子集之间的关系时，应合理利用数轴，用数形结合法解决这类问题．

三、巩固练习

(一) 基础训练

1. 设集合 $U=\{1,2,3,4,5\}$，$A=\{1,2,3\}$，$B=\{2,5\}$，则 $A\cap(\complement_U B)=$(　　)．

(A) $\{2\}$　　(B) $\{2,3\}$

(C) $\{3\}$　　(D) $\{1,3\}$

2. 第二十九届夏季奥林匹克运动会于2008年8月8日在北京举行，若集合 $A=\{$参加北京奥运会比赛的运动员$\}$，集合 $B=\{$参加北京奥运会比赛的男运动员$\}$，集合 $C=\{$参加北京奥运会比赛的女运动员$\}$，则下列关系正确的是(　　)．

(A) $A\subseteq B$　　(B) $B\subseteq C$

(C) $A\cap B=C$　　(D) $B\cup C=A$

3. 已知全集 $U=\mathbf{R}$，集合 $A=\{x\mid -2\leqslant x\leqslant 3\}$，$B=\{x\mid x<-1$ 或 $x>4\}$，那么集合 $A\cap(\complement_U B)$ 等于(　　)．

(A) $\{x\mid -2\leqslant x<4\}$

(B) $\{x\mid x\leqslant 3$ 或 $x\geqslant 4\}$

(C) $\{x\mid -2\leqslant x<-1\}$

(D) $\{x\mid -1\leqslant x\leqslant 3\}$

4. 若 A，B，C 为三个集合，$A\cup B=B\cap C$，则一定有(　　)．

(A) $A\subseteq C$　　(B) $C\subseteq A$

(C) $A\neq C$　　(D) $A=\varnothing$

5. 若全集 $U=\mathbf{R}$，$f(x)$，$g(x)$ 均为 x 的二次函数．$P=\{x\mid f(x)<0\}$，$Q=\{x\mid g(x)\geqslant 0\}$，则不等式组 $\begin{cases}f(x)<0\\g(x)<0\end{cases}$ 的解集用 P，Q 表示为________．

6. 设集合 $A=\{5,\log_2(a+3)\}$，集合 $B=\{a,b\}$，若 $A\cap B=\{2\}$，则 $A\cup B=$________．

7. 已知集合 $A=\{a^2,a+1,-3\}$，$B=\{a-3,2a-1,a^2+1\}$，若 $A\cap B=\{-3\}$，求实数 a 的值．

8. (1)若 $A=\{x\mid x^2+px+q=0\}$，$B=\{x\mid x^2-3x+2=0\}$，$A\cup B=B$，求 p，q 满足的条件．

(2)已知 $A=\{x\mid x^2+(2+p)x+1=0,\ x\in\mathbf{R}\}$，若 $A\cap\mathbf{R}^+=\varnothing$，求 p 的取值范围．

(二) 能力提升

9. 已知集合 $M=\{(x,y)\mid y=\sqrt{9-x^2}\}$，$N=\{(x,y)\mid y=x+b\}$，且 $M\cap N\neq\varnothing$，则 b 应满足的条件是(　　)．

(A) $|b|\geqslant 3\sqrt{2}$

(B) $0<b<\sqrt{2}$

(C) $-3\leqslant b\leqslant 3\sqrt{2}$

(D) $b<-3$ 或 $b>3\sqrt{2}$

10. 已知 $A=\{x\mid y=\lg(4x^2-4)\}$，$B=\{y\mid y=2x^2-3\}$，则 $A\cap B=$________．

11. 已知集合 $A=\left\{(x,y)\ \middle|\ \begin{cases}x=2\cos\theta\\y=\sin\theta\end{cases},\theta\in[0,\pi]\right\}$，$B=\{(x,y)\mid y=kx+k+1\}$，若 $A\cap B$ 含有两个元素，则 $k\in$________．

12. 已知集合 $A=\{x\mid x^2-6x+8<0\}$，

$B=\{x\mid(x-a)(x-3a)<0\}$.

(1)若 $A \subsetneqq B$，求 a 的取值范围；

(2)若 $A\cap B=\varnothing$，求 a 的取值范围.

第二节　充分条件与必要条件（1 课时）

一、内容提要

通过对不同版本数学实验教材的归纳总结，本节的主要内容有：

1. 命题的概念

(1)命题：用语言、符号或式子表达的可以判断真假的陈述句.

(2)真命题：判断为真的语句.

(3)假命题：判断为假的语句.

2. 四种命题的形式

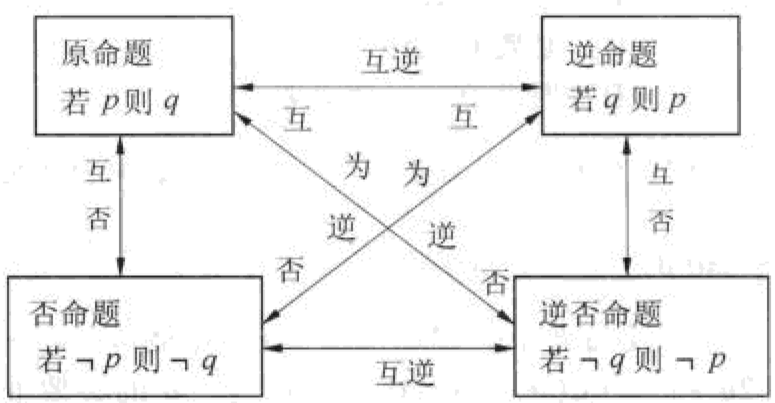
原命题：若 p，则 q(p 为命题的条件，q 为命题的结论).

逆命题：若 q，则 p. 即交换原命题的条件和结论.

否命题：若 $\neg p$，则 $\neg q$. 即同时否定原命题的条件和结论.

逆否命题：若 $\neg q$，则 $\neg p$. 即交换原命题的条件、结论之后同时否定它们.

3. 四种命题的关系



(1)互逆、互否命题之间无法判断其真假.

(2)互为逆否命题同真同假.

4. 用推出符号"⇒"概括充分、必要、充要条件

(1)若 $p\Rightarrow q$ 且 $q\nRightarrow p$，则 p 是 q 的充分且不必要条件.

(2)若 $p\nRightarrow q$ 且 $q\Rightarrow p$，则 p 是 q 的必要且不充分条件.

(3)若 $p\Rightarrow q$ 且 $q\Rightarrow p$，则 p 是 q 的充要条件.

(4)若 $p\Rightarrow q$ 且 $\neg p\Rightarrow\neg q$，则 p 是 q 的充要条件(此时 q 也是 p 的充要条件).

5. 用集合的观点概括充分必要条件

若集合 $A=\{x\mid x$ 满足条件 $p\}$，$B=\{x\mid x$ 满足条件 $q\}$，则有：

(1)若 $A\subseteq B$，则 p 是 q 的充分条件；若 $A\subsetneqq B$，则 p 是 q 的充分且不必要条件.

(2)若 $B\subseteq A$，则 p 是 q 的必要条件；若 $B\subsetneqq A$，则 p 是 q 的必要且不充分条件.

(3)若 $A=B$，(即 $A\subseteq B$ 且 $B\subseteq A$)，则 p 是 q 的充要条件.

6. 用反证法证明命题的一般步骤

欲证"若 p，则 q"为真命题，从否定其结论，即"$\neg q$"出发，经过正确的逻辑推理导出矛盾，从而证明"$\neg q$"为假，即原命题为真. 这种方法称为反证法. 其证明步骤为：

(1)假设命题的结论不成立，即假设结论的反面成立.

(2)从这个假设出发，经过推理论证得出矛盾.

(3)由矛盾判定假设不成立，从而肯定命题结论成立.

反证法出现什么样的矛盾，事先无法预料，因此用反证法时应注意推理的结论是否与题设、定义、公理、定理、公式、法则等矛盾，甚至自相矛盾等.

二、题型示例

本节的主要题型都是围绕命题的真假判定，四种命题的表述，充分条件、必要条件、充要条件判定及证明.

例 1　若 $m\leqslant 0$ 或 $n\leqslant 0$，则 $m+n\leqslant 0$. 写出其逆命题、否命题、逆否命题，同时分别指出它们的真假.

解　逆命题：若 $m+n\leqslant 0$，则 $m\leqslant 0$ 或 $n\leqslant 0$，逆命题为真.

否命题：若 $m>0$ 且 $n>0$，则 $m+n>0$，否命题为真(逆命题与否命题是等价命题).

逆否命题：若 $m+n>0$，则 $m>0$ 且 $n>0$，逆否命题为假(逆否命题与原命题等价).

说明　四种命题反映出命题之间的内在联系，注意结合实际问题，理解其关系的产生过程并注意"且"与"或"的转换. 掌握四种命题间的关系是学习充要条件的基础.

例 2　命题"$2x^2-5x-3<0$"的一个必要不充分条件是(　　).

(A) $-\frac{1}{2}<x<3$　　(B) $-\frac{1}{2}<x<4$

(C) $-3<x<\frac{1}{2}$　　(D) $1<x<3$

解　因为 $2x^2-5x-3<0$ 的解集是 $-\frac{1}{2}<x<3$，

所以当 $-\frac{1}{2}<x<3$ 时，$2x^2-5x-3<0$ 恒成立.

所以 $-\frac{1}{2}<x<3$ 是 $2x^2-5x-3<0$ 的充要条件，而 $1<x<3$ 是 $2x^2-5x-3<0$ 的充分非必要条件，$-\frac{1}{2}<x<4$ 是 $2x^2-5x-3<0$ 的必要非充分条件．而 $-3<x<\frac{1}{2}$ 是 $2x^2-5x-3<0$ 的既不充分也不必要条件．故应选(B).

说明　由于“充分条件与必要条件”是四种命题的关系的深化，它们之间存在着密切的联系，故在判断命题条件的充要性时，应注意利用集合观点，也可以考虑“正难则反”的原则，即在正面判断较难时，可以转化为应用该命题的逆否命题进行判断．一个结论成立的充分条件可以不止一个，必要条件也可以不止一个.

例3　已知 p：$|x+1|>2$ 和 q：$\frac{1}{x^2+3x-4}>0$，试问 $\neg p$ 是 $\neg q$ 的什么条件？

解　方法1　因为由 p：$|x+1|>2$ 得 $x<-3$ 或 $x>1$，所以 $\neg p$：$-3\leqslant x\leqslant 1$.

由 q：$\frac{1}{x^2+3x-4}>0$ 得 $x<-4$ 或 $x>1$，所以 $\neg q$：$-4\leqslant x\leqslant 1$.

所以 $[-3,1]\subsetneqq[-4,1]$，$\neg p$ 是 $\neg q$ 的充分不必要条件.

方法2　要判断 $\neg p$ 是 $\neg q$ 的什么条件，只需判定 q 是 p 的什么条件即可.

因为 p：$x<-3$ 或 $x>1$，q：$x<-4$ 或 $x>1$，所以

$(-\infty,-4)\cup(1,+\infty)\subsetneqq(-\infty,-3)\cup(1,+\infty)$

所以 q 是 p 的充分不必要条件，$\neg p$ 是 $\neg q$ 的充分不必要条件.

说明　由 q：$\frac{1}{x^2+3x-4}>0$ 而直接得 $\neg q$：$\frac{1}{x^2+3x-4}\leqslant 0$，得 $-4<x<1$，不是所求的 $\neg q$ 的应有范围，这里 $\neg q$ 除了 $\frac{1}{x^2+3x-4}\leqslant 0$ 外，还有 $x^2+3x-4=0$ 的部分，而 $\frac{1}{x^2+3x-4}\leqslant 0$ 隐含 $x^2+3x-4\neq 0$. 因此一般不直接求 $\neg p$，$\neg q$，而是先确定 p，q 之后，再确定 $\neg p$，$\neg q$.

三、巩固练习

（一）基础训练

1. 已知 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{c}$ 为在同一平面内的非零向量．甲：$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{c}$，乙：$\boldsymbol{b}=\boldsymbol{c}$，则(　　).

(A) 甲是乙的充分但不必要条件
(B) 甲是乙的必要但不充分条件
(C) 甲是乙的充要条件
(D) 甲既不是乙的充分条件也不是乙的必要条件

2. 设集合 $A=\{x\mid \frac{x}{x-1}<0\}$，$B=\{x\mid 0<x<3\}$，那么“$m\in A$”是“$m\in B$”的(　　).

(A) 充分而不必要条件
(B) 必要而不充分条件
(C) 充要条件
(D) 既不充分也不必要条件

3. 一元二次方程 $ax^2+2x+1=0$　$(a\neq 0)$ 有一正根和一负根的充分不必要条件是(　　).

(A) $a<0$　　(B) $a>0$
(C) $a<-1$　　(D) $a>1$

4. 给定空间中的直线 l 及平面 α，条件“直线 l 与平面 α 内无数条直线都垂直”是“直线 l 与平面 α 垂直”的(　　)条件.

(A) 充要
(B) 充分非必要
(C) 必要非充分
(D) 既非充分又非必要

5. $ab>0$ 是 $\frac{a}{b}>0$ 的________条件；$ab\geqslant 0$ 是 $\frac{a}{b}\geqslant 0$ 的________条件.

6. 设命题 p：$|4x-3|\leqslant 1$，命题 q：$x^2-(2a+1)x+a(a+1)\leqslant 0$. 若 $\neg p$ 是 $\neg q$ 的必要而不充分条件，则实数 a 的取值范围是________.

7. 设原命题是：“已知 a，b，c，d 是实数，若 $a>b$ 且 $c>d$，则 $a+c>b+d$”．写出它的逆命题、否命题和逆否命题，并分别说明它们的真假.

8. 判断下列命题的真假，并写出它们的逆命题、否命题、逆否命题，同时判断这些命题的真假.

(1)若 x，$y\in\mathbf{R}$ 且 $x^2+y^2\neq 0$，则 x，y 不全为0.

(2)若在二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 中，$b^2-4ac<0$，则该二次函数图象与 x 轴有公共点.

（二）能力提升

9. 设集合 A，B 是全集 U 的两个子集，则 $A \subsetneqq B$ 是 $(\complement_U A) \cup B = U$ 的(　　).

(A) 充分不必要条件

(B) 必要不充分条件

(C) 充要条件

(D) 既不充分也不必要条件

10. 已知直线 a，b，c，平面 α，β，则直线 a，b 为异面直线的一个充分条件为(　　).

(A) $a \perp c$，$b \perp c$

(B) $a \perp \alpha$，$b // \beta$，$\alpha // \beta$

(C) $a \perp \alpha$，$b \perp \beta$，$\alpha \perp \beta$

(D) $\alpha \cap \beta = a$，$b \perp \alpha$，$b // \beta$

11. 已知命题 p：不等式 $|x| + |x-1| > m$ 解集为 $\mathbf{R}$，命题 q：$f(x) = -(5-2m)^x$ 是减函数，若 p，q 中有且只有一个真命题，则 m 的取值范围为________.

12. 已知抛物线 $C: y = -x^2 + mx - 1$ 和点 $A(3, 0)$，$B(0, 3)$. 证明：抛物线 C 与线段 AB 有两个不同交点的充要条件是 $3 < m \leqslant \frac{10}{3}$.

第三节　常用逻辑用语(1 课时)

一、内容提要

通过对不同版本数学实验教材的归纳总结，本节的主要内容有：

1. 逻辑联结词

常用的逻辑联结词有“且”、“或”、“非”.

用联结词“且”把命题 p 和命题 q 联结起来，构成一个新命题，记作 $p \wedge q$，读作“p 且 q”，可以理解为命题 p 和命题 q 都要满足.

用联结词“或”把命题 p 和命题 q 联结起来，构成一个新命题，记作 $p \vee q$，读作“p 或 q”，可以理解为命题 p 和命题 q 至少取一个.

对一个命题 p 全盘否定，得到一个新命题，记作 $\neg p$，读作“非 p”或“p 的否定”，可以理解为不满足命题 p.

2. 简单命题和复合命题

不含逻辑联结词的命题称为简单命题.

由简单命题与逻辑联结词构成的命题称为复合命题，因此就有“$p \wedge q$”、“$p \vee q$”、“$\neg p$”形式的复合命题，其中，p，q 为简单命题.

3. 判断复合命题真假的真值表

p	q	$\neg p$	$p \vee q$	$p \wedge q$
真	真	假	真	真
真	假	假	真	假
假	真	真	真	假
假	假	真	假	假

说明　(1) $\neg p$ 形式复合命题与命题 p 的真假相反.

(2) $p \vee q$ 形式复合命题，当 p 与 q 同为假时为假，其他情况为真.

(3) $p \wedge q$ 形式复合命题，当 p 与 q 同为真时为真，其他情况为假.

复合命题的真假，主要利用真值表来判断，其步骤为：

(1) 确定复合命题的构成形式；

(2) 判断其中各简单命题的真假；

(3) 利用真值表判断复合命题的真假.

4. 常见词语的否定

原词语	等于(=)	大于(>)	小于(<)	是	都是	至多有 1 个
否定词语	不等于(≠)	不大于(≤)	不小于(≥)	不是	不都是	至少有两个
原词语	或	至多有 n 个	任意两个	所有的	任意的	至少有 1 个
否定词语	且	至少有 $n+1$ 个	某两个	某些	某个	1 个也没有

5. 全称量词与存在量词

(1) 全称量词：数学命题中出现“全部”、“所有”、“一切”、“任何”、“任意”、“每一个”等词语，在逻辑中称为全称量词，符号为“$\forall$”.

(2) 全称命题：含有全称量词的命题.

全称命题形式为“对 M 中任意一个 x，有 $p(x)$ 成立”. 用符号简记为：“$\forall x \in M$，$p(x)$”.

(3) 存在量词：数学命题中出现“存在着”、“有”、“有些”、“某个”、“至少有一个”等词语，在逻辑中称为存在量词，符号为“$\exists$”.

(4) 特称命题：含有存在量词的命题.

特称命题形式为“存在一个 x 属于 M，使 $p(x)$ 成立”. 用符号简记为：“$\exists x\in M, p(x)$”.

(5)含有一个量词的否定.

全称命题 p：$\forall x\in M, p(x)$；其否定命题 $\neg p$：$\exists x\in M, \neg p(x)$.

特称命题 p：$\exists x\in M, p(x)$；其否定命题 $\neg p$：$\forall x\in M, \neg p(x)$.

全称命题的否定是特称命题，特称命题的否定是全称命题.

二、题型示例

本节的主要题型都是围绕复合命题的结构形式及真假判断，全称命题与特称命题的真假及命题的否定形式.

例1　分别写出由下列各组命题构成的“$p\vee q$”、“$p\wedge q$”、“$\neg p$”形式的复合命题：

(1)p：$\sqrt{2}$ 是无理数，q：$\sqrt{2}$ 大于1；

(2)p：$\mathbf{N}\subseteq\mathbf{Z}$，$q$：$\{0\}\in\mathbf{N}$；

(3)p：$x^2+1>x-4$，q：$x^2+1<x-4$.

解　(1)$p\vee q$：$\sqrt{2}$ 是无理数或大于1；

$p\wedge q$：$\sqrt{2}$ 是无理数且大于1；

$\neg p$：$\sqrt{2}$ 不是无理数.

(2)$p\vee q$：$\mathbf{N}\subseteq\mathbf{Z}$ 或 $\{0\}\in\mathbf{N}$；

$p\wedge q$：$\mathbf{N}\subseteq\mathbf{Z}$ 且 $\{0\}\in\mathbf{N}$；

$\neg p$：$\mathbf{N}\not\subseteq\mathbf{Z}$.

(3)$p\vee q$：$x^2+1\neq x-4$；

$p\wedge q$：$x^2+1>x-4$ 且 $x^2+1<x-4$；

$\neg p$：$x^2+1\leqslant x-4$.

说明　在由简单命题写出复合命题时，可直接使用逻辑联结词，也可以不使用逻辑联结词. 写复合命题时，关键要搞清“且”、“或”、“非”的意义.

例2　指出下列命题的真假.

(1)不等式 $|x+2|\leqslant 2$ 没有实数解；

(2)若 $x\in\mathbf{R}$，则 $x^2-2x+3\geqslant 0$；

(3)等腰三角形顶角的平分线平分底边并且垂直于底边；

(4)$A\not\subseteq(A\cup B)$.

解　(1)此命题为“$\neg p$”形式，其中 p：不等式 $|x+2|\leqslant 2$ 有实数解. 因为 $x=-2$ 是该不等式的一个解，所以 p 是真命题，即 $\neg p$ 是假命题，所以原命题为假命题.

(2)此命题是“$p\vee q$”的形式，其中 p：若 $x\in\mathbf{R}$，则 $x^2-2x+3>0$，q：若 $x\in\mathbf{R}$，则 $x^2-2x+3=0$. 因为 p 是真命题，q 是假命题，则“$p\vee q$”为真，所以原命题为真命题.

(3)此命题是“$p\wedge q$”的形式，其中 p：等腰三角形顶角的平分线平分底边，q：等腰三角形顶角的平分线垂直于底边. 因为 p，q 均为真命题，则“$p\wedge q$”为真，所以原命题为真命题.

(4)此命题是“$\neg p$”的形式，其中 p：$A\subseteq(A\cup B)$. 因为 p 真，则“$\neg p$”为假，所以该命题是假命题.

说明　为了正确判断复合命题的真假，首先要确定复合命题的构成形式，然后指出其中简单命题的真假，再根据真值表判断这个复合命题的真假.

例3　写出下列命题的否定，并判断其真假.

(1)p：$\forall x\in\mathbf{R}$，$x^2-x+\frac{1}{4}\geqslant 0$；

(2)q：所有的正方形都是矩形；

(3)r：$\exists x\in\mathbf{R}$，$x^2+2x+2\leqslant 0$.

解　(1)$\neg p$：$\exists x\in\mathbf{R}$，$x^2-x+\frac{1}{4}<0$.

因为 p 中由于 $\forall x\in\mathbf{R}$，$x^2-x+\frac{1}{4}=\left(x-\frac{1}{2}\right)^2\geqslant 0$ 恒成立，所以 $\neg p$ 为假命题.

(2)$\neg q$：至少存在一个正方形不是矩形(假).

(3)$\neg r$：$\forall x\in\mathbf{R}$，$x^2+2x+2>0$.

因为对一切 $x\in\mathbf{R}$，$\Delta=4-4\times 2<0$，所以 $x^2+2x+2>0$ 恒成立，或由 $x^2+2x+2=(x+1)^2+1>0$.

所以 $\neg r$ 是真命题.

说明　从命题形式上看，全称命题的否定是特称命题，特称命题的否定是全称命题，因此可以通过举反例来否定一个全称命题.

三、巩固练习

（一）基础训练

1. 下列四个命题中真命题的个数是(　　).

①$\forall x\in\mathbf{R}$，$x^2+3<0$　　②$\forall x\in\mathbf{N}$，$x^2\geqslant 1$

③$\exists x\in\mathbf{Z}$，使 $x^5<1$　　④$\exists x\in\mathbf{Q}$，$x^2=3$

(A) 0个　　(B) 1个

(C) 2个　　(D) 3个

2. 已知：命题 p：$\forall x\in\mathbf{R}$，$\sin x\leqslant 1$，则(　　).

(A) $\neg p$：$\exists x\in\mathbf{R}$，$\sin x\geqslant 1$

(B) $\neg p$：$\forall x\in\mathbf{R}$，$\sin x\geqslant 1$

(C) $\neg p$：$\exists x\in\mathbf{R}$，$\sin x>1$

(D) $\neg p$：$\forall x\in\mathbf{R}$，$\sin x>1$

3. 设 p，q 是两个命题，则复合命题“$p\vee q$”为真，“$p\wedge q$”为假的充要条件是(　　).

(A) p，q 中至少有一个真
(B) p，q 中至少有一个假
(C) p，q 中有且只有一个为真
(D) p 为真，q 为假

4. 下列命题的否定是真命题的是(　　).
(A) $\forall x\in\mathbf{R}$，$x^2+3x+4>0$
(B) $\exists x\in\mathbf{R}$，$x^2+2x-3\leqslant 0$
(C) 有些三角形是锐角三角形
(D) 任意一元二次方程都有实数解

5. 已知 p：$|x^2-x|\geqslant 6$，q：$x\in\mathbf{Z}$，"$p\wedge q$"与"$\neg q$"都是假命题，则 x 的解集是________.

6. 已知 $a>0$，设命题 p：函数 $y=a^x$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增；命题 q：不等式 $ax^2-ax+1>0$ 对 $\forall x\in\mathbf{R}$ 恒成立，若"$p\wedge q$"为假，"$p\vee q$"为真，则实数 a 的取值范围是________.

7. 设 p：方程 $x^2+mx+1=0$ 有两个不等的负根，q：方程 $4x^2+4(m-2)x+1=0$ 无实根，若"$p\vee q$"为真，"$p\wedge q$"为假，求 m 的取值范围.

8. 写出下列命题的否定，并判断它们的真假.
(1)任意实数 x，都是方程 $3x-5=0$ 的根；
(2) $\forall x\in\mathbf{R}$，$x^2>0$；
(3) $\exists x\in\mathbf{R}$，$x^2=1$；
(4) $\exists x\in\mathbf{R}$，x 是方程 $x^2-3x+2=0$ 的根.

(二) 能力提升

9. 如果命题"$\neg(p\vee q)$"为假命题，则(　　).
(A) p，q 均为真命题
(B) p，q 均为假命题
(C) p，q 中至少有一个为真命题
(D) p，q 中至多有一个为真命题

10. 下列四个命题的否定形式中为真命题的个数是(　　).
①所有实数的平方是正数；
②任何实数 x 都是方程 $5x-12=0$ 的根；
③被 8 整除的整数能被 4 整除；
④若一个四边形是正方形，则它的四条边相等.
(A) 0 个　　(B) 1 个
(C) 2 个　　(D) 3 个

11. 指出下列复合命题的构成形式及构成它的简单命题.
(1)梯形的中位线平行于两底并等于两底和的一半；
(2) $\sqrt{3}$不大于 2；
(3)方程 $x^2-16=0$ 的解是 $x=4$ 或 $x=-4$.

12. 写出下列命题的否定，并判断真假.
(1)正方形都是菱形；
(2) $\exists x\in\mathbf{R}$，使 $4x-3>x$；
(3) $\forall x\in\mathbf{R}$，$x+1=2x$；
(4)集合 A 是集合 $A\cap B$ 或集合 $A\cup B$ 的子集.

习题一

1. 若全集 $U=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$，$A=\{2,5,8\}$，$B=\{1,3,5,7\}$，那么$(\complement_U A)\cap B$ 等于(　　).
(A) $\{5\}$
(B) $\{1,3,4,5,6,7,8\}$
(C) $\{2,8\}$
(D) $\{1,3,7\}$

2. 设集合 $M=\left\{x\left|\dfrac{x-1}{x-2}\leqslant\dfrac{1}{2}\right.\right\}$，$N=\{x\mid x^2+2x-3<0\}$，集合 $M\cap N=$(　　).
(A) $\{x\mid 0\leqslant x<1\}$
(B) $\{x\mid 0\leqslant x<2\}$
(C) $\{x\mid 0\leqslant x\leqslant 1\}$
(D) $\{x\mid 0\leqslant x\leqslant 2\}$

3. 如果集合 $p=\left\{x\left|x=\dfrac{k}{2}\pi+\dfrac{\pi}{4},k\in\mathbf{Z}\right.\right\}$，$Q=\left\{y\left|y=\dfrac{k}{4}\pi+\dfrac{1}{2}\pi,k\in\mathbf{Z}\right.\right\}$，那么(　　).
(A) $P\cap Q=\varnothing$　　(B) $P=Q$
(C) $P\supsetneqq Q$　　(D) $P\subsetneqq Q$

4. 条件 p：$|x|=x$，条件 q：$x^2\geqslant -x$，则 p 是 q 的(　　).
(A) 充分但不必要条件
(B) 必要但不充分条件
(C) 充要条件
(D) 既不充分也不必要条件

5. "$|x-1|<2$ 成立"是"$x(x-3)<0$成立"的(　　).
(A) 充分不必要条件
(B) 必要不充分条件
(C) 充分必要条件
(D) 既不充分也不必要条件

6. 若 a，$b\in\mathbf{R}$，则 $a>b$ 与$\dfrac{1}{a}<\dfrac{1}{b}$同时成立的充分而不必要条件是(　　).
(A) $a>b>0$
(B) $a>b>0$ 或 $b<a<0$
(C) $ab>0$
(D) $a>b$ 且 $b<0$

7. 已知有五个命题：① $\forall x\in\mathbf{R}$，$x^2+2>0$；② $\forall x\in\mathbf{N}$，$x^4\geqslant 1$；③ $\exists x\in\mathbf{Z}$，$x^3<1$；④ $\exists x\in\mathbf{Q}$，

$x^2=2$；⑤若 $x\in\mathbf{R}$，$\forall x<2$，$x<1$. 其中真命题的个数是(　　).

(A) 0　　(B) 1

(C) 2　　(D) 3

8. 下列命题的否定形式是真命题的是(　　).

(A) $\forall x\in\mathbf{R}$，$x^2-x+1\geqslant 0$

(B) 所有的四边形内角和为360°

(C) $\exists x\in\mathbf{R}$，$\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)\neq\cos x$

(D) 一切分数都是有理数

9. 设 $A=\{y\mid y=x^2,\ x\in\mathbf{R}\}$，$B=\{y\mid y=2-|x|,x\in\mathbf{R}\}$，则 $A\cap B=$______；$A\cap\complement_{\mathbf{R}}B=$______.

10. 设 U 是全集，非空集合 P，Q 满足 $P\subsetneqq Q\subsetneqq U$，若含 P，Q 的一个集合运算表达式，使运算结果为空集 $\varnothing$，则这个运算表达式可以是________.(只要写出一个表达式)

11. 设全集 $U=\{(x,\ y)\mid x,\ y\in\mathbf{R}\}$，集合 $A=\{(x,\ y)\mid x-2y=0,\ x,\ y\in\mathbf{R}\}$，$B=\left\{(x,\ y)\,\middle|\,\frac{y-1}{x-2}=\frac{1}{2},\ x,\ y\in\mathbf{R}\right\}$，那么 $A\cap\complement_U B=$________.

12. 若 $(x-1)(y+2)\neq 0$，则 $x\neq 1$ 且 $y\neq -2$ 的否命题是________；逆否命题是________.

13. 设集合 $A=\{x\mid |x-a|<2\}$,$B=\left\{x\,\middle|\,\frac{2x-1}{x+2}<1\right\}$，若 $A\subseteq B$，求实数 a 的取值范围.

14. 已知 $a>2$，设 p：$a(x-2)+1>0$，q：$(x-1)^2>a(x-2)+1$，试求使得 p，q 都成立的 x 的集合.

15. 已知 $c>0$，设命题 p：函数 $y=c^x$ 为减函数；命题 q：当 $x\in\left[\frac{1}{2},\ 2\right]$时，函数 $f(x)=x+\frac{1}{x}>\frac{1}{c}$恒成立，如果 $p\vee q$ 为真命题，$p\wedge q$ 为假命题，求 c 的取值范围.

16. 设 p：实数 x 满足 $x^2-4ax+3a^2<0$，其中 $a<0$；q：实数 x 满足 $x^2-x-6\leqslant 0$ 或 $x^2+2x-8>0$，且 $\neg p$ 是 $\neg q$ 的必要不充分条件，求 a 的取值范围.

17. 求证：$\triangle ABC$ 是等边三角形的充要条件是：$a^2+b^2+c^2=ab+bc+ca$，这里的 a、b、c 是 $\triangle ABC$ 的三条边.

18. 已知关于 x 的方程 $(1-a)x^2+(a+2)x-4=0\ (a\in\mathbf{R})$. 求：

(1)方程有两个正根的充要条件.

(2)方程至少有一个正根的充要条件.

第二章　函数概念与幂函数、指数函数、对数函数

函数是高中数学的重要组成部分，函数的观点和方法不仅贯穿于高中代数的全过程，而且广泛运用于几何问题或应用问题之中，是中学数学与高等数学的结合点，是进一步学习高等数学的重要基础.

函数是每年高考的必考考点，在近几年的高考试题中，通常以下列两种方式进行考查：

一是以客观题形式出现，考查函数的基础知识. 主要考查函数的概念、函数的图象、函数的性质、二次函数、指数函数、对数函数、分段函数、函数与方程、函数模型的应用.

二是以解答题形式出现，常与导数、数列、不等式、方程等知识综合交汇，主要考查函数思想方法的灵活运用及综合解题能力.

第一节　函数及其表示(2课时)

一、内容提要

通过对不同版本数学实验教材的归纳总结，本节主要内容有：

1. 函数的概念

给定两个非空的数集 A 和 B，如果按照某个对应关系 f，对于 A 中任何一个数 x，在 B 中都有唯一确定的数 y 与之对应，那么就把对应关系 f 叫做定义在 A 上的函数，记作 f: $A\to B$ 或 $y=f(x)$，$x\in A$. 此时的 x 叫自变量，集合 A 叫做函数的定义域，集合 $C=\{f(x)\mid x\in A\}$ 叫做函数的值域且 $C\subseteq B$. 函数有三个要素：定义域、值域和对应关系.

2. 函数的表示

列表法：用表格的形式表示两个变量之间函数关系的方法，称为列表法.

图象法：用图象把两个变量间的函数关系表示出来的方法，称为图象法.

解析法：一个函数的对应关系可以用自变量的解析式表示出来，这种方法称为解析法.

3. 分段函数

(1)分段函数的定义：在定义域的不同部分，有不同对应法则的函数称为分段函数.

(2)分段函数的定义域和值域：分段函数的定义域是各段定义域的并集，其值域是各段值域的并集.

4. 映射的概念

如果两个集合 A 与 B 之间存在着对应关系 f，而且对于 A 中的每一个元素 x，B 中总有唯一确定的元素 y 与之对应，就称这种对应是从 A 到 B 的映射. 如果 A 到 B 的映射满足 A 中的不同元素的像也不同，B 中每一个元素都有原像，则称这样的映射为一一映射.

二、题型示例

第一课时

本课时复习函数和映射的概念. 主要题型有两类：求函数的定义域，求函数的解析式.

例1　(1)下列各组函数中表示同一函数的是哪一组?

①$f(x)=1$ 与 $g(x)=x^0$;

②$f(x)=\lg x^2$ 与 $g(x)=2\lg x$;

③$f(x)=x^2-1$ 与 $g(x)=|x^2-1|$;

④$f(x)=ax^2(a\neq0)$ 与 $g(t)=at^2(a\neq0)$.

(2)给定映射 f：$(x,y)\to(x+y,xy)$，求在 f 下 $(-2,3)$ 的像及 $(2,-3)$ 的原像.

解　(1)由于第①、②组中两个函数的定义域不同，第③组中两个函数的对应法则(或图象)不同，而④组中两个函数的“三要素”都相同，故只有第④组表示同一个函数.

(2)依题意，由 $(-2,3)\to(-2+3,-2\times3)$，即 $(-2,3)$ 的像是 $(1,-6)$;

由 $\begin{cases}x+y=2\\xy=-3\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=3\\y=-1\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x=-1\\y=3\end{cases}$，

即 $(2,-3)$ 的原像是 $(3,-1)$ 或 $(-1,3)$.

说明　(1)判断形式上有差异的表达式是否表示同一个函数，应视其定义域和对应法则是否都相同，而与自变量所选用的字母无关.

(2)概念理解必须清晰才能准确作答. 本小题，既可用消元法求 x 与 y 的值，也可逆用一元二次方程根与系数的关系求解.

例2　根据下列条件求函数的表达式：

(1)已知 $f(\sqrt{x}+1)=x+2\sqrt{x}$，求 $f(x)$，