山东省五年制师范学校统编教材（试用本）

高等数学

（下册）

山东大学出版社

山东省五年制师范学校统编教材(试用本)

高 等 数 学

（下册）

陆书环　臧思选　主编

山 东 大 学 出 版 社

图书在版编目(CIP)数据

高等数学．下册/陆书环，臧思选主编．—济南：山东大学出版社，2004.6（2005.6 重印）
山东省五年制师范学校统编教材
ISBN 7-5607-2794-8

Ⅰ．高...
Ⅱ．①陆...②臧...
Ⅲ．高等数学—高等学校—教材
Ⅳ．013

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 057620 号

山东大学出版社出版发行
(山东省济南市山大南路 27 号　邮政编码:250100)
山 东 省 新 华 书 店 经 销
安丘意中印务有限公司印刷
787×1092 毫米　1/16　12.25 印张　283 千字
2004 年 6 月第 1 版　2005 年 6 月第 2 次印刷
印数:2301—4800 册
定价:15.30 元

出版说明

当今世界，科学技术突飞猛进，知识经济已见端倪，国力竞争日趋激烈。国运兴衰，系之教育，振兴教育，师资先行。建设一支高素质的教师队伍是教育改革和发展的根本大计。《面向21世纪教育振兴行动计划》明确提出："2010年前后，具备条件的地区力争使小学和初中专任教师的学历分别提升到专科和本科层次。"为此，我省决定，根据经济和教育发展的实际，从2000年起，中等师范学校招收的学生，学制将全部由原来的三年制改为五年一贯制，培养具有大专程度的小学教师。为搞好五年制师范教育教学改革，提高教育质量，山东省教育厅于2000年2月颁发了《山东省五年制师范小学教育专业课程方案(试行)》，并组织制定各科教学大纲和编写出版与之配套的统编教材。编写该套教材的指导思想本着贯彻邓小平同志教育要"面向现代化，面向世界，面向未来"的指示精神，遵循"综合培养，强化素质，一专多能，全面发展"的原则，根据小学教师职业教育的特点和学生身心发展的规律，按照培养专科程度小学教师的目标要求，充分发挥五年一贯学制的优势，优化课程组合，构建科学的教材体系。

本套教材是由山东省教育厅组织省内师范高校的有关专家、教授和骨干教师，在充分吸收相关课程及教学改革成果的基础上编写的。参编人员为此付出了大量的劳动，谨在此表示诚挚的感谢。由于本书编写时间仓促，难免有不当之处，敬请批评指正。

本书编委会

2000年6月

前 言

山东省五年制师范学校数学教科书(试用本)是受山东省教育厅委托,根据省教育厅制定的《山东省五年制师范小学教育专业教学计划(试行)》编写的必修教材.

这套数学教科书共分六册,包括《数学》第一、二、三册,《高等数学》(文)、《高等数学》(上)、《高等数学》(下)、《小学数学教材教法与研究》.

各地在使用这套数学教科书时,可以根据具体情况,参照下表对数学课程进行安排:

<table>
<tr><th>学 年</th><th colspan="2">周课时数</th><th>科 目</th></tr>
<tr><td>一年级</td><td colspan="2">3</td><td>《数学》第一册</td></tr>
<tr><td>二年级</td><td colspan="2">4</td><td>《数学》第二册</td></tr>
<tr><td rowspan="2">三年级</td><td colspan="2">1</td><td>《小学数学教材教法与研究》</td></tr>
<tr><td colspan="2">4</td><td>《数学》第三册</td></tr>
<tr><td rowspan="4">四年级</td><td rowspan="2">文</td><td>2</td><td>《小学数学教材教法与研究》</td></tr>
<tr><td>2</td><td>《高等数学》(文科)</td></tr>
<tr><td rowspan="2">理</td><td>2</td><td>《小学数学教材教法与研究》</td></tr>
<tr><td>6</td><td>《高等数学》(上)</td></tr>
<tr><td rowspan="2">五年级</td><td>文</td><td>2</td><td>《高等数学》(文科)</td></tr>
<tr><td>理</td><td>4</td><td>《高等数学》(下)</td></tr>
</table>

本书是山东省五年制师范学校数学教科书(试用本)《高等数学》(下册),内容包括柱面、锥面、旋转曲面和二次曲面;二次曲线的一般理论;多元函数微分学;多元函数积分学;矩阵与线性方程组;多项式;线性空间与线性变换;欧氏空间与二次型。本书供五年制师

范学校数学课五年级全学年使用。

本书由陆书环、臧思选任主编，孙书荣、韩振来、徐润、刘秋香、孙明红、吕玉华、孔祥忠任副主编。臧思选撰写第十、十一章；孙书荣、韩振来撰写第十二、十三章；孙明红撰写第十四章；刘秋香撰写第十五章；徐润、吕玉华、孔祥忠撰写第十六、十七章。全书由陆书环总体设计和统稿定稿。

本书在编写过程中得到山东省教育厅师范处、山东省教学研究室、曲阜师范大学数学系、济南大学数学系、青岛师范学校、曲阜师范学校和山东大学出版社的大力帮助，同时曲阜师范大学数学科学学院吕玉华博士、徐润副教授对书稿作了仔细审阅，提出很多宝贵意见，谨此一并致谢。

由于编者水平所限，加之成书仓促，书中难免有错误和疏漏，欢迎有关专家和广大师生批评指正。

编　者

2004 年 4 月

目 录

第十章

柱面、锥面、旋转曲面和二次曲面

10.1 柱　面

10.1.1 圆柱面

圆柱面是我们所熟悉的，现在建立它的方程.

取定空间直角坐标系 $O-xyz$，使圆柱面的轴与 z 轴重合(图 10-1). 圆柱面上任一点 $M(x,y,z)$ 与轴(即 z 轴)的距离就是圆柱的半径(设为 $a>0$)，用坐标表示，即得

$$x^2+y^2=a^2 \tag{1.1.1}$$

显然，圆柱面上的任一点的坐标适合于方程(1.1.1). 反之，如果一个点的坐标适合于方程(1.1.1)，则这个点一定在圆柱面上. 因此，方程(1.1.1)就是半径为 a 的圆柱面在所取定的坐标系下的方程.

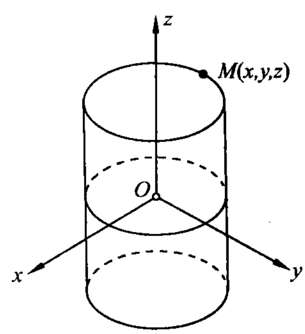

图 10-1

注意：方程(1.1.1)中不出现 z，并且方程(1.1.1)在坐标系 Oxy 中的图形就是圆柱面与坐标平面 xOy 的交线.

思考：若取定空间直角坐标系 $O-xyz$，使圆柱面的轴分别与 x，y 轴重合，且圆柱面的半径为 $a>0$，则它们的方程分别是什么？

10.1.2 一般柱面

一般地，对空间中的任意一条曲线 C，过 C 上的一点引一条直线 l，沿 C 作平行移动所构成的曲面都叫做**柱面**. 定曲线 C 称为柱面的**准线**，动直线 l 称为柱面的**母线**. 显然，柱面被它的准线和母线完全确定. 设柱面的准线是 xOy 坐标面上的曲线 $C:F(x,y)=0$，且柱面的母线平行于 z 轴(图 10-2)，则这柱面的方程为

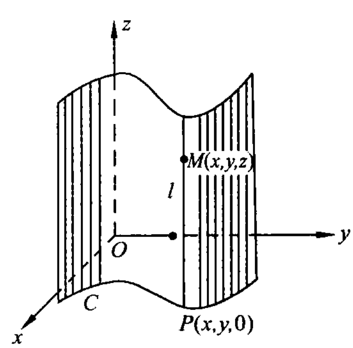

图 10-2

$$F(x,y)=0.$$

反之，在空间直角坐标系中，仅含 x,y 的方程 $F(x,y)=0$ 表示母线平行于 z 轴的一个柱面. 同理，仅含 y,z 的方程 $F(y,z)=0$ 在空间表示母线平行于 x 轴的一个柱面；$F(x,z)=0$ 表示母线平行于 y 轴的一个柱面.

例 1 方程 $x^2=z$ 表示怎样的柱面?

解:方程中仅含 x 与 z，因此，此柱面的母线平行于 y 轴，它的准线是 xOz 坐标面上的抛物线 $z=x^2$，这种柱面称为抛物柱面(图 10-3).

例 2 方程 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$，$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}+1=0$ 分别称为椭圆柱面(图 10-4)和双曲柱面(图 10-5).

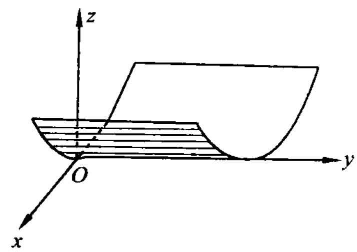

图 10-3

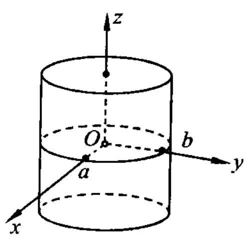

图 10-4

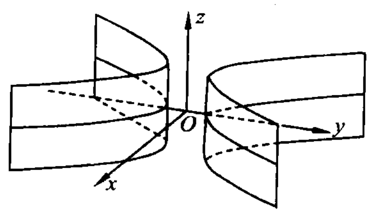

图 10-5

习题 10-1

1. 指出下列方程在平面解析几何中和空间解析几何中分别表示什么图形:
   (1) $x=4$;
   (2) $y=x^2+1$;
   (3) $x+y=2$;
   (4) $x^2+y^2=4$;
   (5) $x^2-y^2=1$.
2. 指出下列各方程所表示的曲面:
   (1) $2x^2+4y^2=9$;
   (2) $x^2=4z$;
   (3) $4y^2-z^2=1$;
   (4) $x^2+y^2=4$.

10.2 锥　面

10.2.1 圆锥面

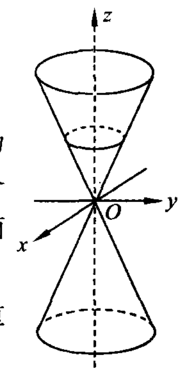

图 10-6

通过一定点的一条动直线沿空间的一个圆周移动所产生的曲面称为**圆锥面**. 这个定点称为圆锥面的**顶点**,这条动直线称为圆锥面的**母线**,这个圆周称为圆锥面的**准线**. 若准线的圆心与圆锥面顶点的连线(称为圆锥面的轴)垂直于准线所在的平面,则称此圆锥面为**正圆锥面**(图 10-6).

在空间直角坐标系 $O-xyz$ 中,设圆锥面的顶点在原点,轴与 z 轴重合,则圆锥面的方程是

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{a^2}-\frac{z^2}{c^2}=0. \tag{10.2.1}$$

显然,平面 $z=0$ 截曲面(10.2.1)于原点 O. 平面 $z=h$ 截曲面(10.2.1)的截痕为一个圆,

$$\begin{cases}\dfrac{x^2}{\left(\dfrac{ah}{c}\right)^2}+\dfrac{y^2}{\left(\dfrac{ah}{c}\right)^2}=1\\ z=h\end{cases} \tag{10.2.2}$$

它的半径是$\dfrac{a|h|}{c}$. 平面 $x=0$ 截曲面(10.2.1)的截痕为

$$\begin{cases}y=\pm\dfrac{a}{c}z\\ x=0\end{cases} \tag{10.2.3}$$

这是两条相交直线. 同理,平面 $y=0$ 截曲面(10.2.1)的截痕为

$$\begin{cases}x=\pm\dfrac{a}{c}z\\ y=0\end{cases} \tag{10.2.4}$$

思考:方程 $x^2+y^2=z^2$ 的图形是什么? 这个图形有何特点? 画出图来.

10.2.2 一般锥面

一条动直线通过一定点并且沿空间一条固定曲线移动所产生的曲面称为锥面. 动直线称为锥面的母线,定点称为顶点,固定的曲线称为准线(图10-7).

显然,准线为圆周的锥面就是圆锥面.

方程

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=0 \tag{10.2.5}$$

表示的是顶点在原点的一个二次锥面(图 10-8).

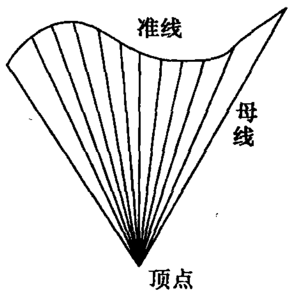

图 10-7

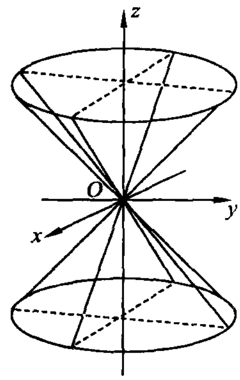

图 10-8

显然,平面 $z=0$ 截曲面(10.2.5)于原点 O. 平面 $z=h$ 截曲面(10.2.5)的截痕为一个椭圆.

$$\begin{cases}\dfrac{x^2}{\left(\dfrac{ah}{c}\right)^2}+\dfrac{y^2}{\left(\dfrac{bh}{c}\right)^2}=1 \\ z=h\end{cases} \tag{10.2.6}$$

其半轴为$\dfrac{a|h|}{c}$和$\dfrac{b|h|}{c}$. 平面 $x=0$ 截曲面(10.2.5)的截痕为

$$\begin{cases}y=\pm\dfrac{b}{c}z \\ x=0\end{cases} \tag{10.2.7}$$

这是两条相交直线.

思考:平面 $y=0$ 截曲面的截痕是什么?

可以看出,这个二次锥面是由过原点而沿椭圆(10.2.6)的直线移动所构成的.

若 $a=b$,则方程变为

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{a^2}-\frac{z^2}{c^2}=0,$$

这正是公式(10.2.1),即圆锥面的方程.

同理,由方程

$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=0 \text{ 和} -\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=0$$

所确定的曲面也是二次锥面.

习题 10-2

讨论并画出下列各方程表示的图形：

(1) $x^2+y^2-\frac{z^2}{9}=0$；

(2) $x^2+\frac{y^2}{4}-\frac{z^2}{9}=0$.

10.3 旋转曲面

10.3.1 旋转曲面

平面曲线 r 绕同一平面上的定直线 L 旋转所形成的曲面称为**旋转曲面**，定直线 L 称为旋转曲面的**轴**，曲线 r 称为旋转曲面的**母线**.

以 Oz 轴为旋转轴，以曲线

$$r:\begin{cases} f(y,z)=0 \\ x=0 \end{cases}$$

为母线的旋转曲面的方程

$$f(\pm\sqrt{x^2+y^2},z)=0.$$

事实上，若点 $M(x,y,z)$ 为旋转曲面上的任一点，它的原始位置在曲线 r 的点 $M_0(0,y_0,z_0)$. 当曲线 r 绕 Oz 轴旋转时，点 M_0 也绕 Oz 轴旋转到点 M，这时点 M_0 的轨迹是 $z=z_0$ 平面上半径为 $|y_0|$ 的圆，即点 M 坐标满足

$$z=z_0, \sqrt{x^2+y^2}=|y_0|.$$

又点 M_0 在 r 上，所以 $f(y_0,z_0)=0$，将(1)式代入 $f(y_0,z_0)=0$，则得到 $f(\pm\sqrt{x^2+y^2},z)=0$，即为所求旋转曲面的方程(图 10-9).

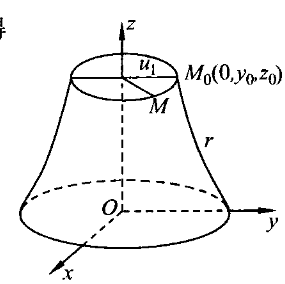

图 10-9

同理，以曲线

$$\begin{cases} f(x,z)=0 \\ y=0 \end{cases}$$

为母线，以 z 轴为旋转轴的旋转曲面方程为

$$f(\pm\sqrt{x^2+y^2},z)=0.$$

又以曲线

$$\begin{cases} f(y,z)=0 \\ x=0 \end{cases}$$

为母线，以 y 轴为旋转轴的旋转曲面方程为

$$f(y,\pm\sqrt{x^2+z^2})=0.$$