体育运动学校教材

数学（第一册）

体育运动学校《数学》教材编写组编

TIYU YUNDONG XUEXIAO JIAOCAI

人民体育出版社

体育运动学校教材

数　学

（第一册）

体育运动学校《数学》教材编写组

人民体育出版社

（京）新登字040号

体育运动学校教材
数　学
（第一册）
体育运动学校《数学》教材编写组编
人 民 体 育 出 版 社 出 版
中国铁道出版社印刷厂印刷
新华书店总店北京发行所发行
*
787×1092毫米　32开本　7.5印张　130千字
1987年6月第1版
1992年6月第2版　　1992年6月第6次印刷
印数：60,251—76,850册
*
ISBN7-5009-0734-6/G·703(课）定价：1.95元

前　　言

这套教材是为适应体育、教育事业发展，进一步提高体育运动学校教学质量，培养德、智、体全面发展的优秀体育运动后备人才和合格的中等体育专业人才的需要，遵照1990年全国职业技术教育工作会议和全国体育运动学校工作会议精神，根据国家体委制定的《三年制中等体育专业教学计划》和《体育运动学校数学教学大纲》，从中等体育专业的需要和学校的实际出发，在综合1987年出版的四本试用教材使用意见的基础上，进一步修订而成的。

这套教材共分三册，第一册包括统计初步及其应用、对数、幂函数、指数函数、对数函数、三角函数、两角和与差的三角函数，供一年级使用（每周4课时）；第二册包括数列、排列、组合、二项式定理、概率初步、复数、直线、圆锥曲线，供二年级使用（每周4课时）；第三册包括直线和平面、多面体和旋转体，供三年级上学期使用（每周2课时）。另外，为了加强课堂练习，每册教材配备了一本课堂练习册，供学生课堂练习用。教材中的习题供课外作业用。

这套教材供三年制体育运动学校学生使用，也适用于其他中等体育专业学校。

这套教材由国家体委群体司组织的体育运动学校《数学》教材编写组集体编写。参加编写的有（按姓氏笔画排列）：吉林省体育运动学校杨福山、北京市体育运动学校胡晓东、江苏省体育运动学校赵兆芳、湖北省体育运动学校曾庆同、

南京市体育运动学校蒋浩。最后由高级讲师蒋浩串编，并经国家教委聘任的全国中等专业学校《数学》课程组组长、高级讲师张又昌审阅定稿。

这套教材的编写修订工作得到了体育运动学校和其他使用单位的关心和支持，在此表示谢意。

由于编者水平所限，教材中难免有不妥之处，恳请大家在教学实践中提出意见，以便充实完善。

体育运动学校《数学》教材编写组

1991年5月

目　录

第一章　统计初步及其应用

在日常工作中，我们经常要收集数据，积累资料，然后通过整理、计算和分析，从中找出规律，这就要用到统计方法.

近年来，统计学原理和方法在生产、科研、经济管理以及体育领域中都有广泛的应用. 为此本章将在初中统计初步知识的基础上进一步介绍一些简单的统计方法及其应用.

1.1　总体和样本

在初中统计初步一章中，我们已介绍过有关部门为了了解某地区初三学生的体重以便掌握这些学生的身体发育状况的例子. 由于所要调查对象人数多，数据也多，不可能逐一考察，只能从中抽出一部分学生的体重数据进行统计分析，然后再对所有学生的体重进行估计.

同时我们也介绍过，即使所要考察的对象数据不多，如，考察炮弹的杀伤半径. 由于这种考察带有破坏性，也不可能逐一考察.

根据研究的目的而确定的所要考察的对象的全体叫作**总体**，其中每一个考察对象叫作**个体**，从总体中抽取的一部分个体叫作总体的一个**样本**，样本中个体的数目叫作**样本容量**. 通常，总体容量用N表示，样本容量用n表示. 当样本容量$n \geqslant 30$时，称为大样本，当样本容量$n<30$时，称为小样本.

在统计学中所谈到的考察对象是一种数量指标. 如，前

面谈到的两个例子中，所要考察的对象是学生的体重和炮弹的杀伤半径这两个数量指标，而不是学生和炮弹.

如何确定样本，又如何利用样本对总体进行估计，这就要求我们以恰当的方式从总体中抽取样本，也就是说，样本一定要能够比较全面地反映总体特征，而且样本容量不宜过大.

有关这方面的知识后面我们将结合具体的例子予以介绍.

练习1

1.2 平均数

在初中，甚至小学阶段我们就学习过平均数的概念及其计算方法. 如，某学生期末考试五门主课：政治、语文、数学、物理、化学的成绩分别是90、85、95、81、87分，那么，该生的平均成绩为

$$\frac{90+85+95+81+87}{5}=87.6(\text{分})$$

一般地，如果有n个数

$$x_1,\ x_2\cdots,\ x_n,$$

那么

$$\bar{x}=\frac{1}{n}(x_1+x_2+\cdots+x_n) \qquad (1)$$

叫作这n个数的平均数（即算术平均数）.

为了书写方便，有时将$x_1+x_2+\cdots+x_n$记作$\sum\limits_{i=1}^{n}x_i$，其中“Σ”是求和符号，读作“西格马”“$\sum\limits_{i=1}^{n}x_i$”读作“$\Sigma-x-$

i，i 从1到 n"，表示从x_1加到x_n的和。于是 公式(1) 简记为

$$\boxed{\bar{x}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i.} \tag{1}$$

例1 从某柔道队中，随意抽出30名队员测得胸围如下：(单位：厘米)

90	84	84	86	87	98	78	82	90	93
68	95	84	71	78	61	94	88	77	100
70	97	85	68	99	88	85	92	93	97

求平均数（精确到1厘米）。

解： 由公式（1)得

$$\bar{x}=\sum_{i=1}^{30}x_i=\frac{1}{30}(90+84+\cdots+93+97)$$

$$=\frac{1}{30}\times 2562$$

$$\approx 85.$$

答：该柔道队队员的平均胸围约为85厘米。

当给定数据很多时，求平均数是十分繁琐的．如，某地区在一次政治统考中，考生有一万多名，如果我们想了解这一万多名考生的政治统考平均成绩，那么必须将他们的成绩全部加起来再除以考生总人数，计算量大而且十分麻烦．这时，我们可以采取用样本估计总体的方法，即从中适当抽取部分考生的成绩，用他们的平均成绩去估计所有考生的平均成绩．

总体中所有个体的平均数叫作**总体平均数**．通常，总体平均数记作μ．它反映了总体的集中趋势，即总体平均水

平．样本中所有个体的平均数叫作**样本平均数**．通常，样本平均数记作$\overline{x}$．它反映了样本的集中趋势，即样本平均水平．对于由一万名考生组成的总体来说，所有考生的平均成绩就是总体平均数．被抽取的部分考生的平均成绩就是样本平均数．用样本平均数估计总体平均数时，样本容量越大，这种估计也就越精确．

例2 从某省体育运动学校田径队中，抽测了20名队员的立定跳远成绩，结果如下：（单位：厘米）

310	308	300	305	302	318	306	314	315	307
295	307	318	292	302	316	285	327	287	315

计算样本平均数，并对总体进行估计．

解：由于样本数据较大，而且都在300左右波动，于是我们将上述每个数据同时减去300得到一组新数据如下：

10	8	0	5	2	18	6	14	15	7
−5	7	18	−8	2	16	−15	27	−13	15

那么，这组新数据的平均数

$$\overline{x}'=\frac{1}{20}[10+8+\cdots+(-13)+15]$$

$$=\frac{119}{20}$$

$$\approx 6.$$

因此，所求的样本平均数即为

$$\overline{x}=\overline{x}'+300$$

$$=6+300$$

$$=306(\text{厘米}).$$

即样本平均数为306厘米．

于是，可以估计这个田径队队员立定跳远平均成绩约是

306厘米。

如果在一组数据x_1，x_2，…，x_n中，有较多数据都接近于某一个常数a①，那么，将每一个原始数据同时减去这个常数a。即

$$x'_1=x_1-a,\quad x'_2=x_2-a,\quad \cdots,\quad x'_n=x_n-a.$$

那么，

$$x_1=x'_1+a,\quad x_2=x'_2+a,\cdots,x_n=x'_n+a.$$

于是，

$$\begin{aligned}\overline{x}&=\frac{1}{n}(x_1+x_2+\cdots+x_n)\\&=\frac{1}{n}[(x'_1+a)+(x'_2+a)+\cdots+(x'_n+a)]\\&=\frac{1}{n}[(x'_1+x'_2+\cdots+x'_n)+n\cdot a]\\&=\overline{x'}+a.\end{aligned}$$

即

$$\boxed{\overline{x}=\overline{x'}+a.}\qquad(2)$$

有时，如果在被考察的n个数据中，x_1出现f_1次，x_2出现f_2次，…x_K出现f_K次，而且$\sum_{i=1}^{k} f_i=n$，那么，由公式(1)，这n个数的平均数可以表示为

$$\boxed{\overline{x}=\frac{x_1\cdot f_1+x_2\cdot f_2+\cdots+x_k\cdot f_k}{n},}\qquad(3)$$

或简记作

①常数a——通常取接近于样本平均数（估计值）的较整的数。

$$\boxed{\bar{x}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k}x_i\cdot f_i.} \qquad (3)$$

我们把形如公式（3）的平均数称为**加权平均数**. 其中，$f_1 f_2 \cdots f_k$叫作**权**（或称为**频数**）.

练习2

1.3 中位数和众数

我们知道平均数，能从一个方面反映一组数据的集中趋势. 本节我们将介绍有关描述一组数据的集中趋势的另外两个指标——中位数和众数.

根据我们的研究目的，把收集到的一组数据，按大小顺序排列起来，处在正中间位置上的那一个数据就叫作这组数据的**中位数**，用符号Me表示. 当数据个数是奇数时，取正中间的一个作为中位数；当数据个数是偶数时，取中间的两个数据，再求他们的平均数作为中位数.

例如，某校在一次数学竞赛中，前6名学生的所得分数，若按由高到低的次序排列即为

97　72　67　63　58　54.

由于数据个数是偶数，那么取第3和4位置上的两个数，再求其平均数，即

$$\mathrm{Me}=\frac{1}{2}(67+63)=65.$$

我们看到，在上面这6个数据中，后5个数据的大小比较接近，而最前1个数据与它们的差异较大. 在这种情况下用中位数来描述这组数据的集中趋势，可以不受个别数据的较大变异（如，97与其它数据差异较大. 我们把这样差异较

大的数据称为极端数据）的影响.

我们再看另外一个例子：

某省体育运动学校田径队50名队员在一次身体素质考核中，测试成绩如下表所示：

分　　数	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
人　　数	1	3	5	12	9	7	5	3	2	2	1

从上表可见，人数最多的是73分，共有12人.

如果在一组数据中有某些数据多次重复出现，我们把出现次数最多的数据叫作这组数据的**众数**，是符号M_0表示.在上面由50名队员身体素质考核成绩所组成的一组数据中，73分出现次数（即人数）最多，它是这组数据的众数．即$M_0=73$.

在一组数据不太多的情况下，求一组数据的众数的方法就是将这些数据按一定的次序（或从小到大或从大到小）排列．用观察法找出数据出现最多的一个数，它就是这组数据的众数.

例1　求下列数据的中位数、众数：

80　58　70　85　89　80　84　85　40　79

85　90　65　81　70　83　75　80　85.

解：将上面数据按从小到大的次序排列，得到

40　58　65　70　70　75　79　80　80　80

81　83　84　85　85　85　85　89　90.

由于数据个数是奇数，最中间一个数是80，所以这组数据中的中位数是80，即$Me=80$.

又因在这组数据中，85出现了4次，而且是次数最多的一个数，所以这组数据的众数是85，即$M_0=85$.

中位数与众数同平均数一样，它们都是描述集中趋势的指标．它们分别从不同的角度反映集中趋势的特征．即

（1）以平均数作为一组数据的代表数，能较可靠、稳定地反映出这一组数据的平均水平．从总体抽取若干样本，计算出来的平均数波动性较小，因此它能较全面地反映总体特征，但平均数的计算较繁，而且受极端数据的影响较大．

（2）以中位数作为一组数据的代表数，可靠性较小，但它不受极端数据的影响，且计算简便．

（3）以众数作为一组数据的代表数，可靠性也较小，但它也不受极端数据的影响且计算简便．

总之，平均数、中位数、众数各有利弊，在实际运用时，要根据需要恰当选用，或者结合在一起运用．例如，在评定文艺和体育比赛时，常常采用在若干评分数据中分别去掉一个最高分和一个最低分，再计算其平均分．其目的就是为了避免极端数据对平均数的影响．

例2　某省体育运动学校排球队，在一次专项技术考核中，测得20名队员成绩如下：(单位：分)

55　80　69　72　58　71　80　80　76　75

80　82　71　90　69　76　76　71　76　80.

求中位数、众数、平均数，并分析比较它们三者之间的差异及各自的含义.

解：将这组数据按从小到大的次序排列，即

55　58　69　69　71　71　71　72　75　76

76　76　76　80　80　80　80　80　82　90.

由于这组数据的个数为偶数，最中间的两个数据都是

76，因此，这组数据的中位数是76；又因这组数据中，出现次数最多的是80，一共5次，因此这组数据的众数是80；由公式（1）知，平均数是74.4.

本例中，中位数$Me=76$；众数$M_0=80$；平均数$\overline{x}=74.4$. 三者的值均不相同. $Me=76$分，描述了这个排球队20人中，约有一半人的成绩在76分以上；$M_0=80$分，描述了这个排球队20人中，得80分的人数最多；$\overline{x}=74.4$分，则反映了这个排球队专项技术考核的平均水平.

练习3

习题一

1. 什么叫做总体？什么叫做总体的一个样本？为什么常常需要用样本的某些特性去估计总体的相应特性？

2. 某中学足球队的20名队员的身高如下：（单位：厘米）

170	167	171	168	160	172	168	162	172	169
164	174	169	165	175	170	165	167	170	172.

计算他们的平均身高（精确到1厘米）.

3. 在一个班的40名学生中，14岁的有5人，15岁的有30人，16岁的有4人，17岁的有1人. 计算这个班学生的平均年龄（结果保留小数点后一位）.

4. 某班一次数学测验成绩如下：得100分的7人，90分的14人，80分的17人，70分的8人，60分的2人，50分的2人. 计算中位数、众数和平均数，并作简单分析（结果保留个位）.

5. 如果两组数$x_1, x_2, \cdots, x_n$和$y_1, y_2, \cdots, y_n$的平

均数分别是$\overline{x}$和$\overline{y}$，那么一组新数x_1+y_1，x_2+y_2，…，x_n+y_n的平均数是什么？为什么？

6．某省体操队16人，在一次仰卧起坐考核中测得每个队员的成绩如下表所示：(单位：次)

仰卧起坐	60	80	100	120	150	180
人　数	1	1	5	4	3	2

利用求中位数、众数、平均数的方法对这个体操队仰卧起坐成绩进行分析。

1.4　方差与标准差

平均数、中位数、众数都只能从不同角度反映一组数据的集中趋势．但它们不能反映一组数据的波动变化的大小．例如，

甲乙两台机床同时生产直径是40毫米的零件，从它们产品中各抽出10件进行测量，结果如下（单位：毫米）：

机床甲	40	39.8	40.1	40.2	39.9	40	40.2	39.8	40.2	39.8
机床乙	40	40	39.9	40	39.9	40.2	40	40.1	40	39.9

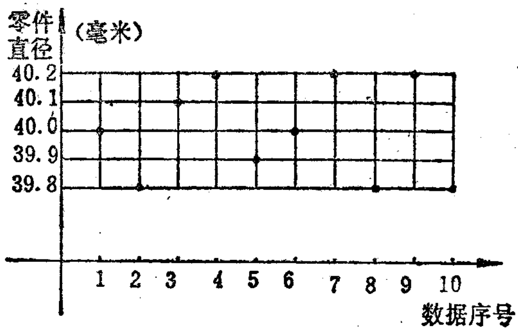
利用公式（2）分别计算这两组数据的平均数（在公式（2）中取$a=40$)得

$$\overline{x}_{甲}=40+\frac{1}{10}[0+(-0.2)+\cdots+(-0.2)]=40,$$

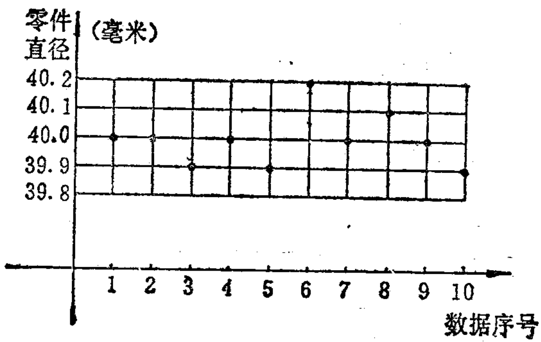
$$\overline{x}_{乙}=40+\frac{1}{10}[0+0+\cdots+(-0.1)]=40.$$

即这两组零件直径数据的平均数都是40毫米。这时，我们能否说，在使零件的直径符合规定方面，甲、乙两台机床加工的情况一样呢？

结果我们把上面表中数据，用图1-1表示出来，从图中看到，机床甲生产的零件的直径与规定尺寸偏差较大，即各点偏离40毫米线较大，机床乙生产的零件的直径与规定尺寸偏差较小，即各点比较集中在40毫米线的附近，这说明，在使零件的直径符合规定方面，机床乙比机床甲要好。



机床甲



机床乙

图 1-1