



21世纪高等学校新理念教材建设工程

材料力学学习指导

陈茹仪 马 丹 孙洪军 赵丽红 主编



NEUPRESS
东北大学出版社



21 世纪高等学校新理念教材建设工程

材料力学学习指导

陈茹仪 马 丹 孙洪军 赵丽红 主 编

东北大学出版社

• 沈 阳 •

© 陈茹仪 马 丹 孙洪军 赵丽红 2005

图书在版编目 (CIP) 数据

材料力学学习指导 / 陈茹仪, 马丹, 孙洪军, 赵丽红主编. — 沈阳: 东北大学出版社,
2005.8

(21 世纪高等学校新理念教材建设工程)

ISBN 7-81102-167-6

I. 材… II. ①陈… ②马… ③孙… ④赵… III. 材料力学—高等学校—教学参考资料
IV. TB301

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2005) 第 069618 号

出 版 者: 东北大学出版社

地址: 沈阳市和平区文化路 3 号巷 11 号

邮编: 110004

电话: 024—83687331 (市场部) 83680267 (社务室)

传真: 024—83680180 (市场部) 83680265 (社务室)

E-mail: neuph @ neupress.com

http: //www. neupress. com

印 刷 者: 沈阳农业大学印刷厂

发 行 者: 东北大学出版社

幅面尺寸: 184mm×260mm

印 张: 8.25

字 数: 216 千字

出版时间: 2005 年 8 月第 1 版

印刷时间: 2005 年 8 月第 1 次印刷

责任编辑: 孟 颖

责任校对: 李 莉

封面设计: 唐敏智

责任出版: 杨华宁

定 价: 13.50 元

前 言

刘鸿文主编的《材料力学》是一本获得国家级奖项的优秀教材，为众多高校所采用，并被推荐为相关专业研究生入学考试参考用书。

材料力学是一门与工程实际密切结合的基础学科。学习材料力学，一是要搞清基本概念，掌握基本理论和基本方法；二是要重视实践，其中包括演算一定数量的习题，以提高分析问题和解决问题的能力。

本书以《材料力学教学大纲》的基本内容为主，分析和解答了刘鸿文主编的《材料力学》第四版中前 14 章的部分习题，可供学生学习材料力学时使用。

本书每章均分为“内容提要”和“典型例题”两部分，习题按章节序号编排，对每道题的解答着重分析解题思路，给出详细的解题步骤，并说明每一步的理论依据和所使用公式的出处。目的是帮助学生有针对性地进行课后复习，并进行强化训练，提高计算技能，培养其独立解决问题的能力。

由于编者学识有限，书中疏漏之处难免，敬请读者批评指正。

编 者

2005 年 7 月

目 录

第一章 绪 论	1
内容提要	1
一、材料力学的任务	1
二、变形固体及其基本假设	1
三、外力、内力、截面法及应力	1
四、位移、变形及应变	2
五、杆件变形的基本形式	2
典型题例	2
一、解答题	2
二、选择题	4
三、判断题	4
第二章 拉伸与压缩	5
内容提要	5
一、轴向拉伸与压缩的概念	5
二、轴向拉伸与压缩时的内力和应力	5
三、轴向拉伸与压缩时的变形及应变能	5
四、轴向拉伸与压缩时的超静定问题	5
五、材料的力学性能	6
六、剪切和挤压的实用计算	6
典型题例	6
一、解答题	6
二、选择题	14
三、填空题	15
四、思考题	15
本章小结	16
第三章 扭 转	17
内容提要	17
一、扭转的概念	17

二、圆轴扭转时横截面上的内力和应力	17
三、圆轴扭转时的变形	17
典型题例	18
一、解答题	18
二、选择题	22
三、填空题	22
四、思考题	23
本章小结	23
第四章 弯曲内力	24
内容提要	24
一、梁的剪力和弯矩	24
二、梁的剪力和弯矩与外力之间的关系	24
三、剪力与弯矩的符号	24
四、载荷集度、剪力和弯矩间的关系	24
五、剪力图和弯矩图	24
典型例题	25
一、解答题	25
二、选择题	35
三、填空题	36
本章小结	37
第五章 弯曲应力	38
内容提要	38
一、弯曲正应力	38
二、梁的正应力强度条件	38
三、梁的切应力、切应力的强度条件	39
四、弯曲切应力强度条件	39
典型例题	40
一、计算题	40
二、选择题	47
三、填空题	47
四、思考题	47
本章小结	48
第六章 弯曲变形	49
内容提要	49
一、弯曲变形的概念	49
二、挠曲线的近似微分方程	49
三、用积分法求梁的挠度和转角	49

四、刚度条件	49
五、用叠加法求弯曲变形	49
六、简单超静定梁	50
典型例题	50
一、计算题	50
二、选择题	59
三、填空题	59
四、思考题	60
本章小结	60
第七章 应力和应变分析强度理论	62
内容提要	62
一、应力状态的概念	62
二、二向应力状态下的应力分析	62
三、三向应力状态中的最大切应力	63
四、广义胡克定律	63
五、复杂应力状态下的应变能密度	63
六、强度理论	63
典型例题	64
一、计算题	64
二、选择题	73
三、填空题	74
四、思考题	75
本章小结	75
第八章 组合变形	76
内容提要	76
一、组合变形的概念	76
二、主要公式	76
典型例题	77
一、计算题	77
二、选择题	83
三、填空题	84
四、思考题	85
本章小结	85
第九章 压杆稳定	86
内容提要	86
一、压杆的稳定性概念	86
二、临界应力的计算	86

三、压杆的稳定计算	87
典型例题	88
一、计算题	88
二、选择题	92
三、填空题	93
四、思考题	93
本章小结	94
第十章 动载荷	95
内容提要	95
一、匀加速直线运动和等速转动的问题	95
二、冲击问题	95
典型例解	96
一、计算题	96
二、选择题	99
三、课后习题	100
本章小结	101
第十一章 能量方法	102
内容提要	102
一、杆件基本变形时的变形能	102
二、杆件变形能的普遍表达式	102
三、根据功能原理求位移	102
四、功的互等定理和位移互等定理	102
五、卡氏定理	103
六、莫尔积分法 (单位载荷法)	103
七、图乘法	103
典型例题	103
一、计算题	103
二、选择题	110
三、填空题	111
四、课后习题	111
本章小结	112
第十二章 超静定结构	113
内容提要	113
一、超静定结构	113
二、力法	113
典型例题	114
一、计算题	114

二、选择题.....	118
三、课后习题.....	118
本章小结.....	119
附录 平面图形的几何性质.....	120
内容提要.....	120
典型题例.....	120
主要参考文献.....	122

第一章 绪 论

内 容 提 要

一、材料力学的任务

1. 工程结构或机械的各组成部分称为构件, 材料力学就是研究构件承载能力的一门科学.

2. 构件正常工作的条件:

- (1) 足够的强度——构件应具有足够的抵抗破坏的能力.
- (2) 足够的刚度——构件应具有足够的抵抗变形的能力.
- (3) 足够的稳定性——构件应具有足够的保持原有平衡形态的能力.

3. 材料力学的任务就是在满足强度、刚度和稳定性的要求下, 为设计既经济又安全的构件提供必要的理论基础和计算方法.

二、变形固体及其基本假设

1. 材料力学研究的构件都是变形固体.

2. 变形固体的基本假设: 均匀性、连续性和各向同性.

3. 弹性与塑性:

(1) 当外力不超过一定值时, 去除外力后, 能恢复原有形状和尺寸, 材料的这种性质称为弹性. 去除外力后能消失的变形称为弹性变形.

(2) 当外力超过一定值时, 去除外力后, 变形只能部分恢复而留下一部分不能消失, 材料的这种性质称为塑性. 不能恢复而残留下来的变形称为塑性变形(或称残余变形).

4. 材料力学主要研究弹性范围内的小变形.

5. 小变形条件: 由于构件的变形和构件的原始尺寸相比非常微小, 通常在研究构件的平衡时, 仍按构件的原始尺寸进行计算.

三、外力、内力、截面法及应力

1. 来自物体外部的力称为外力. 包括作用在构件上的载荷和约束反力.

2. 材料力学研究的内力是指构件内部各部分之间因外力而引起的附加相互作用力, 即“附加内力”. 这样的内力依赖于外力, 因外力作用而引起, 随外力增大而增大, 与构件的强度密切相关.

3. 截面法是用来定量求解内力大小的方法. 可归纳为“截”、“代”、“平”.

4. 应力即截面内某点的内力集度, 与构件的强度有关. 应力是一个矢量, 垂直于截面的分量称为正应力, 记作 σ ; 切于截面的分量称为切应力(切应力), 记作 τ . 应力单位为 N/m^2 (或 MN/m^2), 即 Pa (或 MPa).

5. 内力和应力都与构件的强度相关, 是引起构件破坏的重要因素.

四、位移、变形及应变

1. 材料力学研究的是由变形引起的位移和变形.
2. 为了研究整个构件的变形, 假设把构件分为无数个极其微小的正六面体, 称为单元体. 整个构件变形可以看作所有单元体变形的组合.
3. 应变用来度量构件内某一点处的变形程度. 应变分为线应变 ε 和切应变 γ , 它们都是无量纲量.

五、杆件变形的基本形式

1. 材料力学主要研究杆件类的构件, 其几何特征是纵向(长度)尺寸远比横向(垂直于长度方向)尺寸大得多.
2. 在外力作用下, 杆件的基本变形有拉伸与压缩、剪切、扭转及弯曲四种形式, 杆件其他复杂的变形都可看作这几种基本变形的组合.

典型例题

一、解答题

【例 1.1】 利用截面法, 求图 1.1 所示杆件 $m-m$ 截面的内力分量.

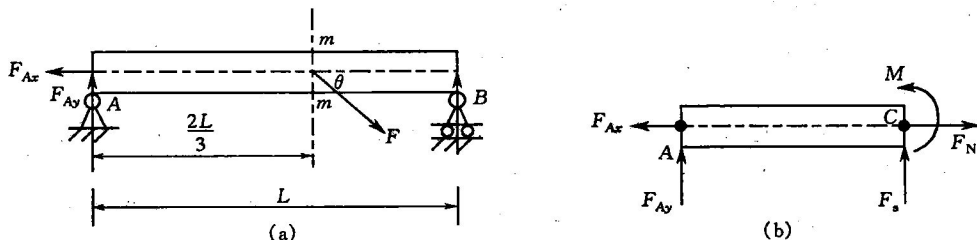


图 1.1

【知识点】 截面法的应用和内力平衡.

【分析】 先求外力, 后求内力, 内力按照截面法的四步进行.

一切: 沿 $m-m$ 把梁切成两部分.

二取: 取左边部分作研究.

三代: 用内力代替右边部分的作用.

四评: 对选取部分列平衡方程.

解: (1) 求外力. 未知外力有支座的支反力.

由平衡方程

$$\begin{aligned}\sum F_x &= 0, & F_{Ax} &= F \cos \theta; \\ \sum M_B &= 0, & F_{Ay} L &= F \sin \theta \frac{L}{3}, \\ & & F_{Ay} &= \frac{F}{3} \sin \theta.\end{aligned}$$

(2) 截面法求内力。

沿 $m-m$ 截面切开, 取左边部分, 用内力分量代替右边部分的作用。对左段列平衡方程

$$\sum F_x = 0, F_N = F_{Ax} = F \cos \theta;$$

$$\sum F_y = 0, F_s = -F_{Ay} = -\frac{F}{3} \sin \theta;$$

$$\sum M_C = 0, M = \frac{2}{9} FL \sin \theta.$$

【技巧总结】 遵循先外后内的原则, 先求解所有外力, 再使用截面法。

【例 1.2】 利用截面法, 求图 1.2(a) 所示结构中 $m-m$, $n-n$ 截面的内力。并指出 AB 和 BC 两杆的变形属于哪种基本变形。

【知识点】 截面法的应用。

解: 应用截面法, 对图 1.2(a) 取截面 $n-n$ 以下部分为研究对象, 受力图如图 1.2(b) 所示, 由平衡条件

$$\sum M_A = 0, F_N \times 3 - 3 \times 2 = 0,$$

有 $F_N = 2 \text{ kN}$ 。

所以 BC 杆的变形属于拉伸变形。

应用截面法, 取图 1.2(a) 所示截面 $m-m$ 以右及 $n-n$ 以下部分作为研究对象, 受力图如图 1.2(c) 所示。

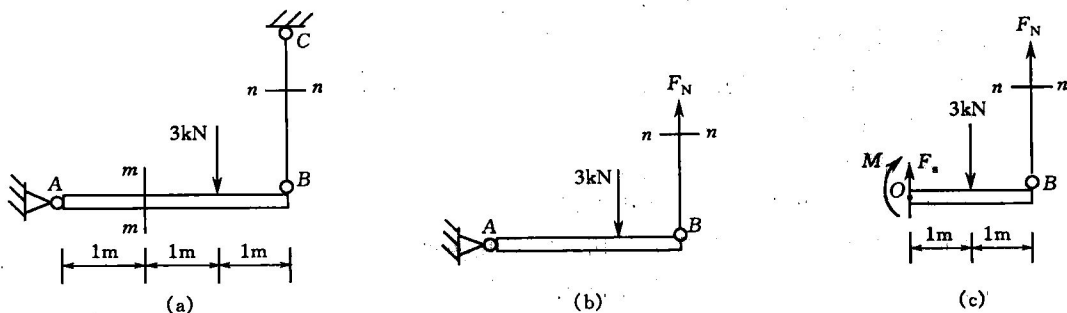


图 1.2

由平衡条件

$$\sum M_O = 0, F_N \times 2 - 3 \times 1 - M = 0;$$

$$\sum F_y = 0, F_s + F_N - 3 = 0.$$

有 $M = 1 \text{ kN} \cdot \text{m}$, $F_s = 1 \text{ kN}$ 。

所以 AB 杆属于弯曲变形。

【例 1.3】 如图 1.3 所示, 三角形的薄板因受到外力作用而变形, 角点 B 垂直向上的位移为 0.03 mm , 但 AB 和 BC 仍保持为直线。试求沿 OB 的平均应变, 并求 AB、BC 两边在 B 点的角度改变。

【知识点】 线应变、角应变的概念。

解: 由线应变的定义知, 沿 OB 的平均应变为

$$\varepsilon_m = \frac{(OB' - OB)}{OB} = \frac{0.03}{120} = 2.5 \times 10^{-4}.$$

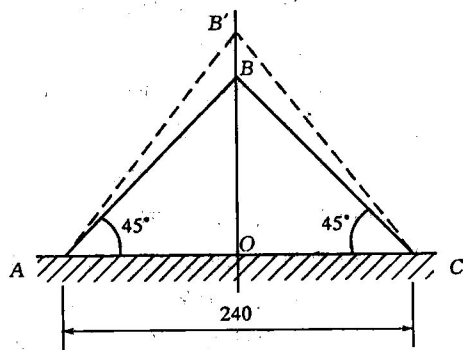


图 1.3

由角应变的定义知, 在 B 点的角应变为

$$\gamma = \frac{\pi}{2} - \angle AB'C = \frac{\pi}{2} - 2 \left(\arctan \frac{OA}{OB'} \right) = \frac{\pi}{2} - 2 \left(\arctan \frac{120}{120.03} \right) = 2.5 \times 10^{-4} (\text{rad}).$$

二、选择题

- 跳水跳板具有().
(A) 高强度和高刚度;
(B) 高强度和高刚度及高稳定性;
(C) 足够的强度和较低的稳定性;
(D) 足够的强度和较低的刚度.
- 截面上内力的大小与方向决定于().
(A) 截面一侧的构件形状;
(B) 截面一侧的构件材料;
(C) 截面一侧构件所受的力;
(D) 截面一侧构件的形状、材料及所受的力.
- 确定构件截面上的内力时, ().
(A) 构件上的外力可任意进行静力等效代换;
(B) 构件上的外力不可进行静力等效代换;
(C) 构件上截面一侧的外力可任意进行静力等效代换;
(D) 构件上截面一侧的外力可有条件地进行静力等效代换.
- 下列说法中错误的是().
(A) 同一截面上的正应力必互相平行;
(B) 同一截面上的切应力必互相平行;
(C) 同一截面上一点的正应力与切应力必互相垂直;
(D) 同一截面上不一定同时存在正应力与切应力.

三、判断题

- 材料力学是研究构件承载能力的一门学科. ()
- 材料力学的任务是尽可能使构件安全地工作. ()
- 材料力学主要研究弹性范围内的小变形情况. ()
- 因为构件是变形固体, 在研究构件的平衡时, 应按变形后的尺寸进行计算. ()
- 外力就是构件所承受的载荷. ()
- 材料力学研究的内力是构件各部分间的相互作用力. ()
- 应用截面法求内力时, 可以保留截开后构件的任一部分进行平衡. ()
- 应力是横截面上的平均内力. ()
- 材料力学只研究因构件变形引起的位移. ()
- 构件内一点处各方向线应变均相等. ()
- 切应变是变形后构件中任意两根微线段夹角角度的变化量. ()
- 材料力学只限于研究等截面直杆. ()
- 杆件的变形包括拉(压)、剪、扭和弯四种. ()

□ 第二章 拉伸与压缩

内容提要

一、轴向拉伸与压缩的概念

受力特点：外力的合力作用线与轴线重合。

变形特点：沿轴线伸长或缩短。

二、轴向拉伸与压缩时的内力和应力

1. 轴向拉伸与压缩时横截面上的内力为轴力 F_N ，其符号规定为：拉力为正，压力为负。

2. 轴向拉伸与压缩时横截面上的应力只有正应力 σ ，且沿截面高度均匀分布，拉应力为正，压应力为负。

正应力计算公式： $\sigma = \frac{F_N}{A}$ 。

强度条件： $\sigma_{\max} = \left| \frac{F_N}{A} \right|_{\max} \leq [\sigma]$ 。

根据强度条件可以进行三方面的强度计算：强度校核，截面设计和许用载荷 $[F]$ 。

3. 轴向拉伸与压缩时斜截面上的应力既有正应力，又有切应力：

$$\sigma_\alpha = \sigma \cos^2 \alpha, \quad \sigma_{\max} = \sigma \quad (\alpha = 0^\circ);$$

$$\sigma_\alpha = \frac{\sigma}{2} \sin 2\alpha, \quad \tau_{\max} = \frac{\sigma}{2} \quad (\alpha = 45^\circ).$$

三、轴向拉伸与压缩时的变形及应变能

当应力不超过比例极限时，轴向拉伸与压缩时的变形为

$$\Delta l = \frac{F_N l}{EA}.$$

轴向拉伸与压缩时的应变能为

$$V_\epsilon = W = \frac{1}{2} F \Delta l = \sum \frac{F_N^2 l}{2EA}.$$

轴向拉伸与压缩时的应变能密度为

$$\nu_\epsilon = \frac{1}{2} \sigma \epsilon = \frac{E \epsilon^2}{2} = \frac{\sigma^2}{2E}.$$

四、轴向拉伸与压缩时的超静定问题

1. 超静定问题：结构的内力或外力不能完全由平衡方程求出，此类问题称为超静定问

题.

2. 求解方法:

- (1) 平衡分析——建立平衡方程;
- (2) 变形分析——建立变形协调方程(几何方程);
- (3) 物理分析——建立物理方程.

综合以上三方面分析可求解超静定问题.

五、材料的力学性能

衡量材料的力学性能的指标主要有: 比例极限 σ_p , 屈服极限 σ_s , 强度极限 σ_b , 弹性模量 E , 伸长率 δ 和截面收缩率 ψ 等.

当材料处于线弹性阶段时, 满足胡克定律 $\sigma = E\varepsilon$.

六、剪切和挤压的实用计算

1. 剪切的实用计算公式: $\tau = \frac{F_s}{A}$.

强度条件: $\tau = \frac{F_s}{A} \leq [\tau]$.

2. 挤压的实用计算公式: $\sigma_{bs} = \frac{F_{bs}}{A_{bs}}$.

强度条件: $\sigma_{bs} = \frac{F_{bs}}{A_{bs}} \leq [\sigma_{bs}]$.

其中, 当挤压接触面为平面时, A_{bs} 为接触面的面积; 当挤压接触面为半圆柱面时, A_{bs} 为半圆柱面在直径上的投影面积.

根据剪切和挤压的强度条件, 可进行剪切和挤压强度计算.

典型例题

一、解答题

【例 2.1】 作图 2.1 所示各杆的轴力图.

【例 2.2】 在图 2.2(a)所示结构中, 若钢拉杆 BC 的直径为 10mm, 试求拉杆内的应力.

设由 BC 连接的 1 和 2 两部分均为刚体.

解: (1) 求 BC 杆的内力.

根据物体系统的平衡条件, 刚体 1 的受力如图 2.2(b)所示.

由平衡方程

$$\sum M_D = 0, F_A \times 4.5 + F_N \times 1.5 - F \times 3 = 0. \quad ①$$

刚体 2 的受力如图 2.2(c)所示.

由平衡方程

$$\sum M_E = 0, F_A \times 1.5 - F_N \times 0.75 = 0. \quad ②$$

解①, ②两式得 BC 杆的轴力为 $F_N = 6\text{kN}$.

(2) 求 BC 杆的应力.

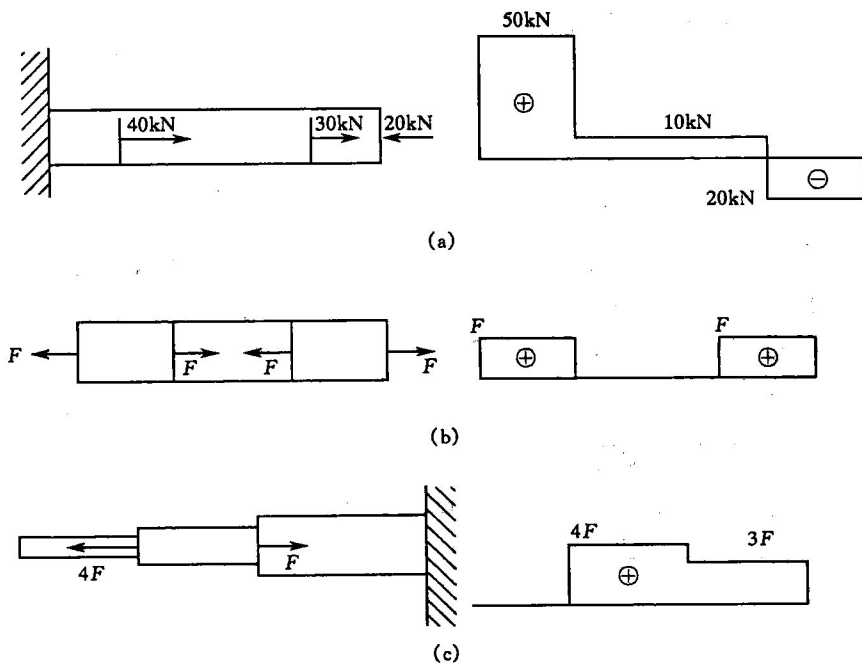


图 2.1

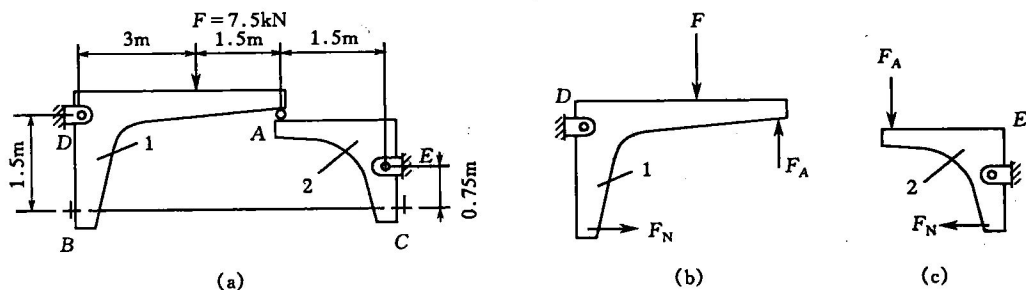


图 2.2

$$\sigma = \frac{F_N}{A} = \frac{6 \times 10^3}{\frac{\pi}{4} \times (10 \times 10^{-3})^2} = 7.64(\text{MPa}).$$

【例 2.3】如图 2.3 所示，直径为 10mm 的圆杆，在拉力 $F = 10\text{kN}$ 的作用下，试求最大切应力，并求与横截面的夹角为 30° 的斜截面上的正应力及切应力。

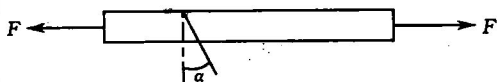


图 2.3

解：(1) 最大切应力。

$$\sigma_\alpha = \sigma \cos^2 \alpha, \quad \tau_\alpha = \frac{\sigma}{2} \sin 2\alpha, \quad \sigma = \frac{F}{A}.$$

当 $\alpha = 45^\circ$ 时，最大切应力为

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma}{2} = \frac{F}{2A} = \frac{10 \times 10^3}{2 \times \frac{\pi}{4} \times 0.01^2} = 63.7(\text{MPa}).$$

(2)与横截面的夹角为 30° 的斜截面上的应力.

$$\sigma_{30^\circ} = \frac{F}{A} \cos^2 \alpha = \frac{10 \times 10^3}{\frac{\pi}{4} \times 0.01^2} \times \cos^2 30^\circ = 95.5 (\text{MPa}),$$

$$\tau_{30^\circ} = \frac{F}{2A} \sin 2\alpha = \frac{10 \times 10^3}{2 \times \frac{\pi}{4} \times 0.01^2} \times \sin(2 \times 30^\circ) = 55.1 (\text{MPa}).$$

【例 2.4】如图 2.4 所示, 卧式拉床的油缸内径 $D = 186 \text{ mm}$, 活塞杆直径 $d_1 = 65 \text{ mm}$. 材料为 20Cr 并经过热处理, $[\sigma]_{\text{杆}} = 130 \text{ MPa}$. 缸盖由 6 个 M20mm 的螺栓与缸体连接, M20mm 螺栓的内径 $d = 17.3 \text{ mm}$, 材料为 35 号钢, 经热处理后 $[\sigma]_{\text{螺}} = 110 \text{ MPa}$. 试按活塞杆和螺栓的强度确定最大油压 p .

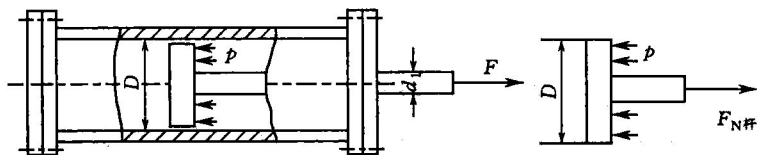


图 2.4

解: (1)按活塞杆的强度要求确定最大油压 p .

活塞杆受力如图 2.4 所示, 活塞杆的轴力为

$$F_N = p \frac{\pi}{4} (D^2 - d_1^2).$$

根据活塞杆的强度条件

$$\sigma_{\text{杆}} = \frac{F_{N\text{杆}}}{A_{\text{杆}}} = \frac{p \frac{\pi}{4} (D^2 - d_1^2)}{\frac{\pi}{4} d_1^2} \leq [\sigma]_{\text{杆}},$$

解得最大油压为

$$p \leq \frac{[\sigma]_{\text{杆}} d_1^2}{D^2 - d_1^2} = \frac{130 \times 10^6 \times 0.065^2}{0.186^2 - 0.065^2} = 18.1 (\text{MPa}).$$

(2)按螺栓的强度要求确定最大油压 p .

设缸盖所受的压力由 6 个螺栓平均分担, 每个螺栓所承受的轴力为

$$F_{N\text{螺}} = \frac{p \frac{\pi}{4} (D^2 - d_1^2)}{6}.$$

根据螺栓的强度条件

$$\sigma_{\text{螺}} = \frac{F_{N\text{螺}}}{A_{\text{螺}}} = \frac{p \frac{\pi}{4} (D^2 - d_1^2)}{6 \times \frac{\pi}{4} d^2} \leq [\sigma]_{\text{螺}}.$$

解得最大油压为

$$p \leq \frac{6[\sigma]_{\text{螺}} d^2}{D^2 - d_1^2} = \frac{6 \times 110 \times 10^6 \times 0.0173^2}{0.186^2 - 0.065^2} = 6.5 (\text{MPa}).$$

螺栓和活塞杆都满足强度, 最大油压为 $p = 6.5 \text{ MPa}$.

【例 2.5】在图 2.5 所示的简易吊车中, BC 为钢杆, AB 为木杆. 木杆 AB 横截面积