

面向

21

世纪物理学丛书

量子信息论

物理原理
和某些进展

张永德 吴盛俊 编著
侯 广 黄民信
华中师范大学出版社

MIANXIANG ERSHIYI SHIJI WULIXUE CONGSHU

(鄂)新登字 11 号

图书在版编目(CIP)数据

量子信息论——物理原理和某些进展/张永德 吴盛俊
侯广 黄民信 编著. —武汉:华中师范大学出版社,2002. 11.

(面向 21 世纪物理学丛书)

ISBN 7-5622-2646-6/G·1359

I. 量…

II. ①张… ②吴… ③侯… ④黄…

III. 量子力学-应用-信息学-研究

IV. G201

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 079581 号

面向 21 世纪物理学丛书

量子信息论——物理原理和某些进展

◎张永德 吴盛俊 编著
侯广 黄民信

华中师范大学出版社出版发行

(武昌桂子山 邮编:430079)

新华书店湖北发行所经销

文字六〇三厂印刷

责任编辑:苏 睿
责任校对:张 钟

封面设计:罗明波
督 印:方汉江

开本:850 mm×1168 mm 1/32
版次:2002 年 11 月第 1 版
印数:1—1 000

印张:7.25 字数:180 千字
2002 年 11 月第 1 次印刷
定价:21.00 元(精)

本书如有印装质量问题,可向承印厂调换。

序 言

不论是在人生的道路上,还是在科学探索的过程中,有时候要回顾过去、审视现在并展望未来。物理学已有很长的发展历史,将来也必定还将有更大的发展。在这世纪相交之际,希望有这样的关于物理学的书:它能在整体上以较为一致的观点将迄今为止人们认为对物理学既是最重要、又是最基本的认识和问题作一个较为系统的概括;它是在科学上比较严格和比较可靠的科学专著;它在内容的选取上应力求简明,即不过于深邃和庞杂;它应是对物理学科内部的各分支学科、物理学的边沿学科以及与物理学相交叉的学科感兴趣的学者可作为学习和进一步开展研究的参考。本丛书正是为满足上述希望所作的尝试。

周光召

一九九七年九月七日

Preface

From time to time, we need to review the history, examine the present and the future perspectives. Physics has quite a long history, and is bound to have magnificent future. Standing at the turning point of the century, one will find such books on physics interesting and revealing: that the books should provide a systematic review of the mature understandings of the fundamental and important concerns in physics. The content of the book needs to be concise, without involving too much detailed derivatives and being encyclopedic. They should serve as useful reference books for the investigators engaged in branches of physics and relevant fields. The organizing of this series of books is an attempt with this goal in mind.

Zhou Guang Zhao

周光召

September 7, 1997

内 容 简 介

量子信息论是量子力学在信息科学中应用的硕果,这是一门正在迅速崛起、未臻成熟的新兴交叉学科。它不仅有广阔深远的应用前景,而且有助于量子力学本身基础问题的研究。

本书共有 14 章,可分为 4 个部分。第一部分包括第 1 章~第 4 章,较全面地讲述了量子信息论的物理基础;第二部分包括第 5 章~第 8 章,详细论述了量子态的超空间传送问题;第三部分包括第 9 章~第 13 章,详细讨论了量子纠缠问题;第四部分为第 14 章,集中研究了量子信道的经典容量问题。书中论述的内容是典型的教学与科研相结合的产物。

本书适合于物理学、量子光学,以及信息科学中相关专业的研究生和教学、科研人员参考。

Abstract

Quantum information theory is a magnificent achievement of the application of quantum mechanics in information science. It is a rapidly growing brand-new cross science subject with a wide and profound future application field. In addition, it is helpful for the research on basic problems of quantum mechanics itself.

This book is organized in 14 chapters, divided to 4 parts. The first part, including chapter 1 ~ 4, introduces the physical basis of quantum information theory; the second part, chapter 5 ~ 8, provides a overview to the problem of quantum teleportation and swapping; the third part, chapter 9 ~ 13, discusses about the problem of quantum entanglement in details; the fourth part, chapter 14, studies the classic capacity of quantum channel. The content of this text is a typical outcome of the combination of education and research.

This book is intended for graduates, teachers and researchers in the fields of physics, quantum optics, information science and related specialties.

前 言

量子信息论通常包括量子通讯和量子计算两个部分。它是近 10 多年来量子理论与信息科学相结合的产物,是一片刚刚崛起、十分广阔深远的新兴交叉学科领域。它于 20 世纪 70 年代诞生,20 世纪 80 年代末期开始发展,现在仍然处于迅速发展的初期阶段。

量子信息论不但具有无比的技术潜力,展现出巨大的应用前景,而且因为涉及对量子力学基本原理和时间空间禀性的认识,具有深刻的科学意义。它不仅包含了将量子力学基本原理应用于信息科学的主体部分,还涉及到对量子理论本身一些重大基础问题的研究,比如,如何理解量子理论中的或然性、时空禀性、量子纠缠、空间非定域性、量子测量与波包塌缩等等。

众所周知,经典物理学一诞生便触发了西方的工业革命——人类物质文明的第一次大飞跃。而在刚刚过去的 20 世纪,以量子力学和相对论为主要基础的近代物理学又带来了 20 世纪科学技术的大发展——人类物质文明的第二次大飞跃。展望 21 世纪,量子理论的深入发展,特别是它向化学、生物学、生命科学、信息科学、材料科学的广泛应用,必将为人类带来第三次物质文明的大飞跃。这次飞跃业已启动,并且正在迅猛、扎实地前进着。如果说,第二次飞跃已经使量子理论成为近代物理学各分支的共同理论基础,那么第三次飞跃必将使量子理论成为整个近代科学的理论基础。

本书是近 2 年来我和我的学生们学习、研究量子信息论的一

个阶段小结。其中基础部分曾在中国科技大学作为研究生选修课程《量子信息论导论》的部分内容讲授过,其余则是我们科研小组研究结果及心得体会的一个概括。由于我们接触这一领域的时间很短,水平制约及兴趣所限,也由于这个新兴领域的研究异常活跃,进展日新月异,要做一个全面准确的概括不但为我们力所不及而且难以做到。这些正是本书未能包括许多重要结果的原因(其中比如,纠缠提纯方案、量子编码技巧理论、连续变量超空间传送理论等等),使得本书进展部分的内容表现出局限性,正如书名所标示的。在此敬请读者,特别是贡献相关重要结果的作者们见谅。

全书安排可分为四个部分:第一部分包括前4章,主要讲述量子信息论的物理基础;第二部分为第5章~第8章,主要叙述量子态的超空间传送;第三部分是第9章~第13章,主要讨论量子纠缠;最后,第14章集中于分析多用户量子信道的经典容量。

张永德

2001年10月

目 录

| | |
|---------------------------------|-----------|
| 前言 | 1 |
| 1 EPR 佯谬和量子理论的非定域性 | 1 |
| 1.1 EPR 佯谬 | 1 |
| 1.2 Bell 不等式 | 4 |
| 1.3 CHSH 不等式及其最大破坏 | 6 |
| 1.4 量子理论非定域性的初步分析 | 9 |
| 1.4.1 非定域性的含义 | 9 |
| 1.4.2 自旋态及其塌缩的非定域性质 | 10 |
| 1.4.3 空间波函数塌缩的非定域性质 | 10 |
| 2 两体量子系统状态的分类与表示 | 12 |
| 2.1 两体纯态与混态 密度矩阵描述 | 12 |
| 2.1.1 纯态 | 12 |
| 2.1.2 混态 密度矩阵表示 | 13 |
| 2.1.3 Schmidt 分解 | 14 |
| 2.2 密度矩阵的演化 超算符 | 17 |
| 2.2.1 密度矩阵演化之一——时间演化方程 | 17 |
| 2.2.2 密度矩阵演化之二——超算符 | 17 |
| 2.3 两体量子纠缠分析 | 20 |
| 2.3.1 两体量子纠缠及纠缠态定义 | 20 |
| 2.3.2 最大纠缠态与 GHZ 态 | 22 |
| 2.3.3 量子纠缠与纠缠态定义——之二 | 22 |
| 2.3.4 量子纠缠度的定义 | 24 |
| 2.3.5 量子纠缠的形成、测量与分离 | 24 |

| | | |
|-------|--|----|
| 2.4 | 量子测量的 von Neumann 模型 | 26 |
| 2.4.1 | 量子测量理论纲要 | 26 |
| 2.4.2 | von Neumann 模型和广义测量 | 27 |
| 2.5 | 量子测量的 Zeno 效应 | 29 |
| 2.5.1 | 含时系统初始衰变率的一个普遍结论 | 29 |
| 2.5.2 | 量子 Zeno 效应存在性的理论论证 | 30 |
| 3 | 作为信息载体的量子态 | 33 |
| 3.1 | 量子态的非克隆定理 | 33 |
| 3.1.1 | 非克隆定理 | 33 |
| 3.1.2 | 量子态不可克隆和生物大分子可以克隆的对比 | 35 |
| 3.1.3 | 概率克隆及其他 | 35 |
| 3.2 | 量子态的存储——量子存储器 | 36 |
| 3.2.1 | 量子位 (qubit) 及其转动 | 36 |
| 3.2.2 | qubit 存储器 旋转操作 么正变换 | 37 |
| 3.3 | 量子态的操控 | 38 |
| 3.3.1 | 单 qubit 门—— $U(\alpha, \phi)$ 门 | 38 |
| 3.3.2 | 双 qubit 门——CNOT 可控非门 | 39 |
| 3.4 | 量子态的超空间传送 (Quantum Teleportation and Swapping) | 40 |
| 3.4.1 | Quantum Teleportation 的任务 | 40 |
| 3.4.2 | Quantum Teleportation 的步骤 | 41 |
| 3.4.3 | Quantum Teleportation 的几点笔记 | 42 |
| 3.4.4 | 量子 Zeno 效应和 Teleportation 及 Swapping 的启示 | 43 |
| 3.4.5 | 量子系统 (与信息处理过程) 有关性质的小结 | 43 |
| 3.5 | 量子信息的衰减——退相干 | 44 |
| 3.6 | 单 qubit 信息衰减模式分析 | 45 |
| 3.6.1 | 相位阻尼方式 | 45 |

| | | |
|----------|------------------------------------|-----------|
| 3.6.2 | 退极化方式 | 48 |
| 3.6.3 | 振幅阻尼方式 | 50 |
| 4 | 量子算法 | 52 |
| 4.1 | 引言 | 52 |
| 4.1.1 | 量子网络的可分解定理——Deutsch 定理 | 52 |
| 4.1.2 | 量子算法引言 | 55 |
| 4.2 | 量子 Deutsch 算法 | 57 |
| 4.2.1 | Deutsch 问题 | 57 |
| 4.2.2 | Deutsch 算法步骤 | 57 |
| 4.3 | 量子分立富里叶变换 DFT_q | 58 |
| 4.4 | 量子 Shor 算法 | 59 |
| 4.4.1 | 任务 | 59 |
| 4.4.2 | Shor 算法步骤概括 | 59 |
| 4.4.3 | Shor 算法中求周期 r 的基本内容 | 60 |
| 4.5 | 量子 Grover 算法——“量子摇晃”搜寻算法 | 62 |
| 4.5.1 | Grover 算法是解决一类遍历搜寻问题的量子算法 | 62 |
| 4.5.2 | Grover 算法的具体操作说明 | 63 |
| 4.5.3 | (4.5.5)式的证明 | 65 |
| 4.5.4 | Grover 算法的物理实现 | 67 |
| 5 | 量子态超空间传送方案的进一步探讨——引言 | 71 |
| 5.1 | 纯态的量子纠缠 | 71 |
| 5.2 | 量子逻辑门与量子网络 | 74 |
| 5.3 | Bell 基及联合测量 | 75 |
| 6 | 量子态超空间传送方案的进一步探讨 | 79 |
| 6.1 | 最初单个两能级粒子量子态超空间传送方案及实验 | 79 |
| 6.1.1 | 六人方案 | 79 |

| | | |
|----------|-----------------------|------------|
| 6.1.2 | 实验验证 | 83 |
| 6.2 | 量子纠缠交换 | 84 |
| 6.2.1 | 量子纠缠交换方案 | 85 |
| 6.2.2 | 实验验证 | 87 |
| 6.3 | 多个两能级粒子态超空间传送方案 | 87 |
| 6.4 | 量子态传送的超空间性质分析 | 92 |
| 7 | 有限维量子态超空间传送 | 94 |
| 7.1 | $(1, S)/(1, S)$ 方案 | 94 |
| 7.1.1 | 超空间传送与两体纠缠的基本关系 | 95 |
| 7.1.2 | 构造测量基 | 103 |
| 7.1.3 | 么正变换 $U^{(i)}$ | 107 |
| 7.1.4 | 最大纠缠态表象 | 107 |
| 7.2 | $(1, S)/(L, 2)$ 方案 | 109 |
| 7.2.1 | $(1, 3)/(2, 2)$ 方案 | 110 |
| 7.2.2 | $(1, S)/(L, 2)$ 方案 | 115 |
| 7.2.3 | U_{AC} 的分解 | 119 |
| 7.3 | $(L, S)/(L, S)$ 方案 | 120 |
| 8 | 量子态超空间传送的多方面发展 | 123 |
| 8.1 | 连续变量量子态超空间传送 | 123 |
| 8.2 | 量子态超空间传送的正则形式 | 131 |
| 8.3 | 相干态的超空间传送 | 134 |
| 8.4 | 受控的量子态超空间传送方案 | 136 |
| 8.4.1 | 受控的单粒子态传送方案 | 136 |
| 8.4.2 | 受控的量子纠缠交换方案 | 139 |
| 9 | 多体量子态及其分类 | 141 |
| 9.1 | 多体量子态 | 141 |
| 9.2 | 可分离量子态与纠缠量子态 | 142 |
| 9.3 | 纠缠态的用途和定量描述纠缠程度的意义 | 144 |

| | |
|---|-----|
| 10 多体量子纠缠的度量与局域操作 | 145 |
| 10.1 纠缠的种类 LOCC 与 LOCC _a | 145 |
| 10.2 纠缠程度的度量——几个基本要求..... | 148 |
| 11 可分离量子态的判定 | 149 |
| 11.1 可操作的两体可分离态的必要性判据..... | 149 |
| 11.1.1 满足 Bell-CHSH 不等式..... | 149 |
| 11.1.2 部分转置正定判据(Peres 判据)..... | 152 |
| 11.1.3 HHCAG 约化判据 | 153 |
| 11.1.4 α -熵不等式 | 154 |
| 11.1.5 纠缠度判据 | 154 |
| 11.2 两体可分离态的充分必要判据..... | 155 |
| 11.3 一般可分离态的判定..... | 155 |
| 11.3.1 一般可分离态的一个充分必要判据 ——WZ 充要判据 | 156 |
| 11.3.2 判据的初步应用 | 159 |
| 12 量子纠缠程度的度量——纠缠度 | 165 |
| 12.1 几种两体纠缠的度量——两体纠缠度..... | 165 |
| 12.1.1 部分熵纠缠度 | 165 |
| 12.1.2 形成纠缠度 | 166 |
| 12.1.3 可提纯纠缠度 | 167 |
| 12.1.4 相对熵纠缠度 | 168 |
| 12.1.5 Rains 的可提纯纠缠度上限 | 169 |
| 12.2 关于相对熵纠缠度计算的两个定理..... | 170 |
| 12.2.1 定理 1 及其应用 | 170 |
| 12.2.2 定理 2 及其应用 | 175 |
| 12.3 两体纠缠度的有序性、惟一性问题 | 179 |
| 12.4 对混态纠缠的讨论..... | 180 |

| | |
|--|-----|
| 13 多体纯态量子纠缠 | 182 |
| 13.1 引言..... | 182 |
| 13.2 基本概念..... | 183 |
| 13.3 推广的 GHZ 态和量子纠缠的种类 | 185 |
| 13.4 三体 GHZ 可约纯态 | 188 |
| 13.5 三体纯态的 GHZ 可约性与相对熵纠缠度 的可加性..... | 193 |
| 14 多路访问量子信道的经典容量 | 195 |
| 14.1 简介..... | 195 |
| 14.2 准备工作..... | 197 |
| 14.3 复合测量..... | 199 |
| 14.4 随机编码..... | 201 |
| 14.5 逆定理的证明..... | 202 |
| 14.6 应用讨论..... | 204 |
| 参考文献 | 206 |
| 内容索引 | 211 |

1 EPR 佯谬和量子理论的非定域性

1.1 EPR 佯谬

Einstein 就量子力学的基本概念与 Bohr 多年争论之后,于 1935 年和 Podolsky 及 Rosen 共同发表了一篇重要文章^[1],文章认为,利用理想实验的逻辑论证方法,可以表明量子力学不能给出对于微观系统的完备的描述。通常称他们的论证为 EPR 佯谬。为了下面集中分析后来提出的 EPR 翻版——Bohm 方案,这里略去原先的 EPR 方案,仅指出他们的基本思想。

他们的论证建立在两个主张的基础上:

(1) 定域因果性观点。即:如果两次测量(或一般地说,两个事件)之间的四维时空间隔是类空的,两次测量(两个事件)之间就相互无关,彼此不存在因果关系。

(2) 物理实在元素的观点。即:作为一个物理实在的元素,任一可观测的物理量,必定在客观上以确定的方式存在着。也就是说,如果不去扰动一个系统,这个系统的任何可以观测的物理量在客观上应当具有确定的数值。

由这两个主张便立即得出,以类空间隔分开的两个系统具有彼此相互独立的物理实在性,这便是 EPR 佯谬的核心思想——定域实在论。

遵循 EPR 佯谬的思路,1951 年 Bohm 提议^[2],考虑由 $1/2$ 自旋的两个相同原子 A 和 B 组成的一个双原子分子,处于总自旋为零

的状态上,分子因受某种影响而分解,两个原子反向飞出,但它们的自旋仍处于关联态 $|\psi\rangle_{AB}$ 上:

$$|\psi\rangle_{AB} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\rangle_A |\downarrow\rangle_B - |\downarrow\rangle_A |\uparrow\rangle_B). \quad (1.1.1)$$

反向飞行使它们彼此间的距离拉开得越来越大,于是,只要对它们作分别测量的两次测量时刻足够靠近,这两次测量所构成的两个事件将是类空间隔。因此,对原子 A 的测量应当不会对原子 B 造成任何影响。

首先,考虑可观测量 σ_z 。若对 A 测得 $\sigma_z^A = +1$,则可以肯定地推断 B 处于 $\sigma_z^B = -1$ 。反之,若测得 $\sigma_z^A = -1$,则知 $\sigma_z^B = +1$ 。总之,一旦对 A 作了 σ_z 的测量,则 B 的 σ_z 值在客观上就是确定了。并且,因为测量时间与距离所构成的间隔是类空的,从狭义相对论的定域因果律得知,对 A 的测量不会影响到 B 的状态。这样,按定域实在论的观点, σ_z^B 应当是一个物理实在的元素。也就是说,不论人们是否对 B 作测量, σ_z^B 在客观上是确定地存在着。

其次,考虑可观测量 σ_x 。若对 A 测得 $\sigma_x^A = +1$,应可推知 $\sigma_x^B = -1$,因为这时

$$\begin{aligned} {}_A\langle\sigma_x = +1|\psi\rangle_{AB} &= \frac{1}{\sqrt{2}}({}_A\langle\uparrow| + {}_A\langle\downarrow|)|\psi\rangle_{AB} \\ &= \frac{1}{2}(|\downarrow\rangle_B - |\uparrow\rangle_B) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}}|\sigma_x = -1\rangle_B. \end{aligned} \quad (1.1.2)$$

同样,若测得 $\sigma_x^A = -1$,则知 $\sigma_x^B = +1$ 。总之,对 A 作了 σ_x 测量,便能肯定地知道 σ_x^B 数值,而又不会扰动 B 粒子的状态。也就是说, σ_x^B 也是一个物理实在的元素,客观上也有确定值。

第三, σ_y 的情况也类似,即 σ_y^B 也是一个物理实在的元素,客观

上也有确定值。

概括起来说, $\sigma_x^B, \sigma_y^B, \sigma_z^B$ 都是物理实在元素。也就是说, 它们在 (对 B 粒子作) 测量之前, 客观上就是同时确定地存在着。然而, 按照量子力学的观点, 由于相应算符彼此不对易, 它们在客观上就是不能同时具有确定值的, 甚至每个粒子自旋指向本身也并不确定, 这就是 EPR 佯谬的内容。

Einstein 说, 这个佯谬表明: ① 要么, 量子力学中利用波函数的描述方式是不完备的; ② 要么, 即便类空间隔的两个子系统之间的实际状态也可以是不独立的。根据定域实在论观点, Einstein 否定了第二条的怀疑, 于是他认为, 量子力学的波函数描述方法是不完备的。这导致后来许多人猜测量子力学之外有隐变数存在。

量子力学的回答是: 量子力学之外的所谓隐变数是不存在的, 量子力学的波函数描述是完备的。与此同时, Einstein 的定域因果性原理作为对测量影响的原则度量也是正确的 (它已融合在量子力学的后继理论相对论量子场论中), EPR 佯谬中错误的只是物理实在论的观点: 虽然测量事件是类空间隔, 但作为子系统的 B 粒子本身已不独立, 它的自旋 $\sigma_{x,y,z}^B$ 取值和 A 的自旋 $\sigma_{x,y,z}^A$ 取值紧密关联, 形成统一系统的一个统一状态。因此, 对 A 的测量将影响 (而不是“不会影响”——如 Einstein 所认为的) B 的取值, 对 A 的三组测量将分别对 B 的自旋取值造成不同的影响。量子力学主张, 可能的结果依赖于所进行的测量, 不同的测量将带给态不同的塌缩, 就会得到不同的测量结果。这里, 所谓 B 的 $\sigma_{x,y,z}^B$ 三者同时具有物理实在性的观点是和量子力学原理相违背的, 是客观上不成立的主观主义推断。其决定性的分歧在于 Einstein 等人不能理解: 第一, 量子力学中自旋态的构造及其 (因测量造成的) 塌缩均是非定域的 (这种非定域性将两个子系统 A 和 B 联结成为一个不可分割的量子系统); 第二, 对同一个态所作的不同测量将会造成不同的塌缩, 得到不同的结果。