

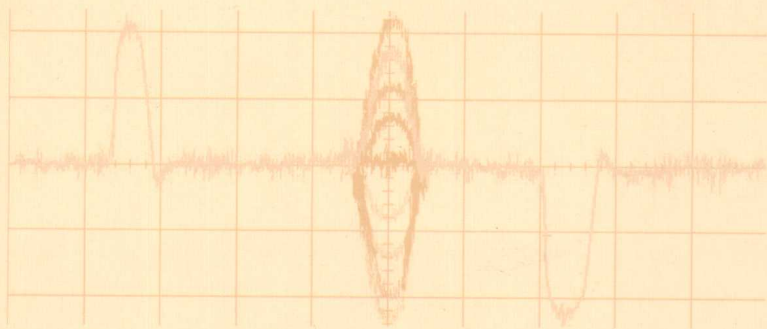


普通高等教育“十一五”国家级规划教材  
“十一五”国家重点图书

中国科学技术大学 **精品** 教材

# 统计信号处理

叶中付 编著



中国科学技术大学出版社

7A  
7A  
7A

中国科学技术大学 **精品** 教材

# 统计信号处理

TONGJI XINHAO CHULI

叶中付 编著

中国科学技术大学出版社

## 内 容 简 介

本书论述对随机信号的统计分析与处理,除了重点介绍统计信号处理的基本理论和方法外,还对所需预备知识作了概述并把阵列信号处理作为应用加以介绍。全书共分七章,依次为统计信号处理中的基本数学知识、随机信号与系统、噪声中的信号检测、非参量检测与稳健检测、信号估计理论、最佳线性滤波基本理论—波形估计和阵列信号处理。本书是为信息科学技术领域高年级本科生和研究生的学习需求而写的,也可供从事科研和技术开发的人员参考。

## 图书在版编目(CIP)数据

统计信号处理/叶中付编著. —合肥:中国科学技术大学出版社,2009.1

(中国科学技术大学精品教材)

“十一五”国家重点图书

普通高等教育“十一五”国家级规划教材

ISBN 978-7-312-02243-2

I. 统… II. 叶… III. 统计信号—信号处理—高等学校—教材 IV. TN911.72

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 202075 号

中国科学技术大学出版社出版发行

安徽省合肥市金寨路 96 号,230026

网址: <http://press.ustc.edu.cn>

安徽辉隆农资集团瑞隆印务有限公司

全国新华书店经销

开本:710×960 1/16 印张:25.5 插页:2 字数:480 千

2009 年 1 月第 1 版 2009 年 1 月第 1 次印刷

印数:1—3000 册

定价:42.00 元

## 总 序

2008年是中国科学技术大学建校五十周年.为了反映五十年来办学理念和特色,集中展示教材建设的成果,学校决定组织编写出版代表中国科学技术大学教学水平的精品教材系列.在各方的共同努力下,共组织选题281种,经过多轮、严格的评审,最后确定50种入选精品教材系列.

1958年学校成立之时,教员大部分都来自中国科学院的各个研究所.作为各个研究所的科研人员,他们到学校后保持了教学的同时又作研究的传统.同时,根据“全院办校,所系结合”的原则,科学院各个研究所在科研第一线工作的杰出科学家也参与学校的教学,为本科生授课,将最新的科研成果融入到教学中.五十年来,外界环境和内在条件都发生了很大变化,但学校以教学为主、教学与科研相结合的方针没有变.正因为坚持了科学与技术相结合、理论与实践相结合、教学与科研相结合的方针,并形成了优良的传统,才培养出了一批又一批高质量的人才.

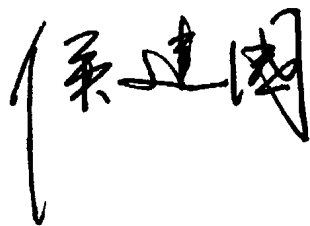
学校非常重视基础课和专业基础课教学的传统,也是她特别成功的原因之一.当今社会,科技发展突飞猛进、科技成果日新月异,没有扎实的基础知识,很难在科学技术研究中作出重大贡献.建校之初,华罗庚、吴有训、严济慈等老一辈科学家、教育家就身体力行,亲自为本科生讲授基础课.他们以渊博的学识、精湛的讲课艺术、高尚的师德,带出一批又一批杰出的年轻教员,培养了一届又一届优秀学生.这次入选校庆精品教材的绝大部分是本科生基础课或专业基础课的教材,其作者大多直接或间接受到过这些老一辈科学家、教育家的教诲和影响,因此在教材中也贯穿着这些先辈的教育教学理念与科学探索精神.

改革开放之初,学校最先选派青年骨干教师赴西方国家交流、学习,他们在带回先进科学技术的同时,也把西方先进的教育理念、教学方法、教学内容等带回到中国科学技术大学,并以极大的热情进行教学实践,使“科学与技术相结合、理论与实践相结合、教学与科研相结合”的方针得到进一步深化,取得了非常好的效果,培养的学生得到全社会的认可.这些教学改革影响深远,直到今天仍然受到学生的欢

迎,并辐射到其他高校.在入选的精品教材中,这种理念与尝试也都有充分的体现.

中国科学技术大学自建校以来就形成的又一传统是根据学生的特点,用创新的精神编写教材.五十年来,进入我校学习的都是基础扎实、学业优秀、求知欲强、勇于探索和追求的学生,针对他们的具体情况编写教材,才能更加有利于培养他们的创新精神.教师们坚持教学与科研的结合,根据自己的科研体会,借鉴目前国外相关专业有关课程的经验,注意理论与实际应用的结合,基础知识与最新发展的结合,课堂教学与课外实践的结合,精心组织材料、认真编写教材,使学生在掌握扎实的理论基础的同时,了解最新的研究方法,掌握实际应用的技术.

这次入选的50种精品教材,既是教学一线教师长期教学积累的成果,也是学校五十年教学传统的体现,反映了中国科学技术大学的教学理念、教学特色和教学改革成果.该系列精品教材的出版,既是向学校五十周年校庆的献礼,也是对那些在学校发展历史中留下宝贵财富的老一代科学家、教育家的最好纪念.



2008年8月

## 前 言

无论是在人类社会还是在自然界里,信息无处不在、无时不在.信号既是表现信息的形式,也是人类理解信息的桥梁.而获取信息是通过对信号的分析和处理来实现的.因此信号分析与处理就是十分重要.它已经成为一个专门的研究领域,理论和技术成果应用非常广泛.

对确定信号的分析与处理已在其他课程中介绍.本书则是论述对随机信号的分析与处理.由于对随机信号的分析与处理需要大量的统计理论,因此通常将对随机信号的分析与处理称为统计信号处理.

随机信号是普遍存在和千变万化的,对它的分析与处理的研究也是无穷无尽的.世界上许多大学、研究所和企业集中了一大批科研工作者和工程技术人员,他们把毕生的精力投入到统计信号处理理论和技术的研究、产品研发中去,极大地提高了人类的生活质量,增强了人类的认知能力,推动了社会的发展.读者只需稍加留心就会注意到国内外有大量的学术刊物、学术会议涉及统计信号处理.统计信号处理不但为通信、雷达、声纳、自动控制等领域提供理论基础和技术支持,而且还是天文学、地震学、气象学、生物物理学、医学、经济学研究与应用中的重要工具.

统计信号处理是在发展通信、雷达、声纳、自动控制等系统的过程中逐渐形成和发展起来的.对于这些系统的性能要求概括起来有两方面:一是系统能高效率地传输信息,二是可靠地传输信息.影响系统可靠性的原因主要有:系统内部存在的噪声,系统外部存在的干扰,传输过程中携带信息的信号的畸变.统计信号处理的基本任务就是提高系统可靠性.主要内容包括信号与系统模型、信号检测理论、信号参量估计理论、信号波形估计理论.

本书是为高年级本科生和低年级研究生而写的,期望对他们的现在的学习和将来的工作有所帮助.学习统计信号处理需要一些预备知识,包括概率论、随机过



# 目次

总序 .....	i
前言 .....	iii
<b>第1章 统计信号处理中的基本数学知识</b> .....	<b>1</b>
1.1 概率论概要 .....	1
1.1.1 随机事件及其概率 .....	2
1.1.2 随机变量及其分布 .....	4
1.1.3 多维随机变量 .....	6
1.1.4 随机变量的数字特征 .....	8
1.1.5 高斯随机变量 .....	11
1.1.6 随机变量函数的分布 .....	14
1.1.7 复随机变量 .....	15
1.2 随机过程基础 .....	17
1.2.1 平稳与非平稳随机过程 .....	17
1.2.2 随机过程的统计特性与维纳-辛钦定理 .....	19
1.2.3 高斯随机过程 .....	27
1.2.4 随机过程的积分微分特性 .....	27
1.3 线性代数导论 .....	29
1.3.1 矩阵的概念和基本运算 .....	29
1.3.2 特殊矩阵 .....	32
1.3.3 矩阵的逆 .....	34
1.3.4 矩阵分解 .....	36
1.3.5 子空间 .....	40
1.3.6 梯度分析 .....	41
参考文献 .....	48
<b>第2章 随机信号与系统</b> .....	<b>49</b>
2.1 信号与系统概述 .....	49





3.1	引言	84
3.2	信号检测模型	84
3.3	统计判决准则	86
3.3.1	几个基本概念	86
3.3.2	最大后验概率准则	88
3.3.3	最小平均错误概率准则	89
3.3.4	贝叶斯(Bayes)平均风险最小准则	91
3.3.5	极大极小准则	92
3.3.6	纽曼-皮尔逊(Neyman - Pearson, NP)准则	94
3.3.7	似然比检验	96
3.4	统计判决准则的推广	97
3.4.1	$M$ 元假设检验	97
3.4.2	多样本假设检验	100
3.4.3	序贯检验	106
3.4.4	复合假设检验	112
3.4.5	分集技术与多检测器检测数据融合	115
3.5	高斯白噪声中已知信号的检测	116
3.5.1	最佳接收机	117
3.5.2	通信接收机的性能	121
3.5.3	雷达系统的最佳接收机性能	125
3.5.4	匹配滤波器	127
3.5.5	$M$ 元通信系统	132
3.5.6	已知信号的分集接收	135
3.6	高斯色噪中的已知信号的检测	138
3.6.1	预白化方法	139
3.6.2	卡亨南-洛维(Karhunen - Loeve, K - L)展开	140
3.6.3	广义匹配滤波	144
3.6.4	高斯色噪声中已知信号的检测	146
3.6.5	性能分析	149
3.7	随机参量信号的检测	151
3.7.1	随机相位信号	151
3.7.2	随机相位、随机振幅信号	157



5.2.6	贝叶斯估计准则 .....	231
5.2.7	最小二乘估计准则 .....	233
5.3	估计准则的推广 .....	235
5.3.1	多参量的常用估计准则 .....	235
5.3.2	最小最大误差熵估计准则 .....	242
5.4	估计量评价的指标 .....	245
5.5	克拉美-罗(Cramer - Rao)不等式 .....	247
5.5.1	确定单参量估计的 Cramer - Rao 不等式 .....	247
5.5.2	确定矢量估计的 Cramer - Rao 不等式 .....	250
5.5.3	随机单参量估计的 Cramer - Rao 不等式 .....	252
5.5.4	随机矢量估计的 Cramer - Rao 不等式 .....	254
5.6	最大似然估计的应用 .....	256
5.6.1	高斯白噪声中的信号参量估计 .....	257
5.6.2	高斯色噪声中的信号参量估计 .....	272
5.7	最小二乘估计的应用 .....	275
5.7.1	线性最小二乘估计 .....	276
5.7.2	非线性最小二乘估计 .....	277
5.8	稳健估计 .....	279
5.8.1	稳健估计 .....	279
5.8.2	$M$ 估计 .....	279
	小结 .....	284
	习题 .....	284
	计算机作业 .....	288
	参考文献 .....	289
<b>第 6 章</b>	<b>最佳线性滤波基本理论——波形估计</b> .....	<b>290</b>
6.1	引言 .....	290
6.2	波形估计的分类 .....	290
6.3	连续信号的维纳滤波 .....	293
6.3.1	广义平稳随机信号的维纳滤波原理 .....	293
6.3.2	物理不可实现维纳滤波器的解 .....	294
6.3.3	物理可实现维纳滤波器的解 .....	298
6.3.4	最小均方误差 .....	304

6.3.5 非平稳随机信号的维纳滤波 .....	306
6.4 离散维纳滤波 .....	307
6.4.1 随机序列的维纳滤波原理 .....	307
6.4.2 广义平稳随机序列的物理不可实现维纳滤波器 .....	307
6.4.3 广义平稳随机序列的物理可实现维纳滤波器 .....	309
6.4.4 有限长度广义平稳随机序列的维纳滤波器 .....	310
6.5 稳健维纳滤波 .....	312
6.6 $\alpha$ - $\beta$ 滤波 .....	314
6.7 卡尔曼滤波 .....	317
6.7.1 状态空间模型 .....	317
6.7.2 离散卡尔曼滤波 .....	321
6.7.3 连续时间卡尔曼滤波 .....	327
6.8 稳健卡尔曼滤波 .....	330
6.9 扩展卡尔曼滤波 .....	331
小结 .....	332
习题 .....	333
参考文献 .....	337
<b>第7章 阵列信号处理 .....</b>	<b>339</b>
7.1 引言 .....	339
7.2 阵列信号模型 .....	339
7.2.1 信号 .....	339
7.2.2 阵列信号模型 .....	340
7.2.3 空间采样与时间采样 .....	342
7.3 波束形成 .....	343
7.3.1 阵列方向图 .....	343
7.3.2 相控阵方向图 .....	346
7.3.3 切比雪夫加权方向图 .....	348
7.3.4 数字波束形成器的优势 .....	351
7.4 自适应数字波束形成器 .....	353
7.4.1 基于最大输出信噪比准则的自适应数字波束形成器 .....	354
7.4.2 基于最小均方误差准则(MMSE)的自适应数字波束形成器 .....	359
7.4.3 基于极大似然比准则(ML)的自适应数字波束形成器 .....	360

7.4.4	基于最小噪声方差(MV)准则的自适应数字波束形成器	362
7.4.5	各种最优准则的权矢量的关系	362
7.4.6	色噪声环境下的自适应波束形成	362
7.5	自适应算法	364
7.5.1	最小均方算法(LMS)	365
7.5.2	递归最小二乘算法(RLS)	366
7.5.3	采样矩阵求逆算法(SMI)	367
7.5.4	自适应算法总结	368
7.6	不相关源的测向	369
7.6.1	波束形成器测向方法(BF)	370
7.6.2	Capon 最小功率估计器测向方法(MVDR)	371
7.6.3	最大似然估计方法(ML)	372
7.6.4	多重信号分类方法(MUSIC)	374
7.6.5	旋转不变量信号参数估计方法(ESPRIT)	375
7.6.6	信号子空间特征矢量生成广义特征值方法(GEASE)	378
7.6.7	测向方法比较	379
7.7	相干信号源测向	380
7.7.1	相干信号源模型	381
7.7.2	空间平滑方法	382
7.7.3	信号特征矢量法	386
7.7.4	基于信号特征矢量的通用差分方法	388
7.7.5	关于几种处理相干信号源方法的比较	389
	小结	391
	习题	392
	计算机作业	394
	参考文献	395

# 第 1 章 统计信号处理中的 基本数学知识

在信号的分析与处理中常常需要用到不少数学基础知识,因此在本章中将对统计信号处理中可能用到的数学知识做简单的介绍.第一节主要是对概率论内容的概述;第二节主要是介绍随机过程的基本内容;在第三节中,线性代数的知识将是我们阐述的重点.需要特别说明的是:由于本书侧重于数学知识在统计信号处理中的应用,因此关于数学基础知识的阐述以基本概念和有用的结论为主,而命题的严格证明较少涉及,对此感兴趣的读者可以参阅有关参考文献.

## 1.1 概率论概要

自然界与人类社会的众多现象大致可分为两类,分别称为确定性现象与随机现象.

所谓确定性现象,即在一定条件下必然会出现某一结果(或发生某一事件)的现象.例如,纯净水在一个大气压下加热至 100 摄氏度时,必然沸腾;物体以 10 米/秒的速度做匀速直线运动 1 分钟,其走过的路程必为 600 米.这类确定性现象由确定的规律所控制,从数量的角度来研究,因此产生了量与量之间确定的函数关系.

所谓随机现象,即在一定条件下可能出现不同结果(或发生不同事件),且不能准确预言究竟出现哪一种结果的现象.例如,相同条件下掷一枚硬币,可能正面向上也可能反面向上,且在未掷之前无法准确预言究竟哪一面向上;二元数字通信系统发送的信号可能是“1”,也可能是“0”,接收机在接收之前无法准确预言接收结

果是信号“1”，还是信号“0”。这一类现象广泛存在于自然界与社会活动中，而概率论正是探索研究这类随机现象客观规律的一门学科。

本节首先介绍随机事件及其概率，并在此基础上分析随机变量的分布和数字特征，最后对现实中常用的多维随机变量做简单的概述。

### 1.1.1 随机事件及其概率

观察、研究随机现象的手段与过程称为试验。当试验满足下述条件时，则称其为随机试验，简称试验，记为  $E$ 。随机试验具有如下特征：

- (1) 试验可在相同条件下重复进行(可重复性)；
- (2) 试验可能出现的结果不止一个，并明确知道所有可能的结果；
- (3) 每次试验总是恰好出现这些可能结果中的一个，但是在一次试验之前不能准确预言哪一种结果会出现(结果出现的随机性)。

如：掷一颗骰子并观察出现的点数；从一批产品中任意抽取若干件来观察其中的次品数等都是随机试验。

概率论所要研究的是随机试验中出现的各种情况，为了方便研究，对试验的有关结果给出如下概念。

**定义 1.1.1** 某一随机试验中可能出现的每一结果称为该试验的一个基本事件(样本点)，记为  $\omega$ 。所有基本事件构成的集合称为该试验的样本空间，记为  $\Omega$ 。由若干基本事件构成的样本空间  $\Omega$  中的子集合称为该试验中的随机事件，简称为事件，记为  $A, B, C, \dots$ 。当属于事件  $A$  的某一基本事件发生时，则称事件  $A$  发生。

我们在研究随机现象时，不仅需要知道可能会出现哪些事件，更重要且更具实践意义的是了解、研究各种事件发生可能性的大小，并加以度量。我们把刻画事件  $A$  发生可能性大小的数量指标称为事件  $A$  的概率，记为  $P(A)$ 。下面给出计算  $P(A)$  的三种主要方法。

**定义 1.1.2** 在观察某一随机事件  $A$  的随机试验中，随着随机试验次数  $n$  的增大，事件  $A$  发生的频率  $f_n(A)$  会越来越稳定地在某一常数  $p$  附近摆动，这时就以常数  $p$  作为事件  $A$  的概率，称其为统计概率，即  $P(A) = p$ 。

古典概率是一类特殊的随机试验——古典概型中随机事件的概率。具有以下特征的随机试验称为古典概型：

- (1) 每次试验的样本空间  $\Omega$  只包含有限个基本事件，记为  $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n$ ；
- (2) 各个基本事件出现的可能性相同，即基本事件的出现具有等可能性。

**定义 1.1.3** 对古典概型中的任一随机事件  $A$ ，以



$$P(A) = \frac{A \text{ 中的基本事件数}}{\Omega \text{ 中的基本事件总数}} \quad (1.1.1)$$

作为事件  $A$  的概率,称为古典概率.

同时,几何概率又是一类特殊的随机试验——几何概型中随机事件的概率.具有以下特征的随机试验称为几何概型:

(1) 随机试验可归结为在一个可度量的几何图形  $\Omega$  中随机投点(或取点),以  $m\Omega$  表示  $\Omega$  的度量(如长度、面积、体积等),而事件  $A$  是指所投点(取点)落在(取自)  $\Omega$  中的可度量图形  $A$  中;

(2) 事件  $A$  的概率与  $A$  的度量  $mA$  成正比,而与  $A$  在  $\Omega$  中的位置无关.

**定义 1.1.4** 对几何概型中的任一随机事件  $A$ ,以

$$P(A) = \frac{mA}{m\Omega} \quad (1.1.2)$$

作为事件  $A$  的概率,称为几何概率.

需要指出的是,随着概率论这门学科研究的深入和发展,产生了对随机事件概率高度科学概括的公理化定义.

**定义 1.1.5** 设随机试验  $E$  的样本空间为  $\Omega$ ,对于随机试验  $E$  的每一随机事件  $A$ ,都赋予唯一确定的实数  $P(A)$ .其中满足下列条件的集合函数  $P(\cdot)$  称为事件  $A$  的概率:

(1) 非负性:对每一个事件  $A \subset \Omega$ ,都有  $P(A) \geq 0$ ;

(2) 规范性:  $P(\Omega) = 1$ ;

(3) 可列可加性:对任意互不相容的事件  $A_1, A_2, \dots$ ,有  $P\left(\sum_{i=1}^{\infty} A_i\right) =$

$$\sum_{i=1}^{\infty} P(A_i).$$

**定义 1.1.6** 在概率论公理化结构中,称三元总体  $(\Omega, F, P)$  为概率空间,其中  $\Omega$  为样本空间,  $F$  为事件域(事件的全体),  $P$  为概率.

在统计信号处理中,我们还经常用到条件概率.

**定义 1.1.7** 设  $A$  和  $B$  为任意两个随机事件,且  $P(B) > 0$ ,称

$$P(A | B) = \frac{P(AB)}{P(B)} \quad (1.1.3)$$

为事件  $B$  发生条件下事件  $A$  发生的条件概率,也称  $A$  对  $B$  的概率.

由条件概率定义(1.1.3)可知,

$$P(AB) = P(B)P(A | B), P(B) > 0,$$

类似地,