



# 工程力学

梁春光 庄 严◎主编

 **北京理工大学出版社**  
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS



# 工程力学

第 1 版

第 1 次印刷

2010 年 10 月

ISBN 7-309-07888-3

定价：25.00 元

9 550 000

000000

中国矿业大学北京  
力学研究所

# 工程力学

梁春光 庄 严 主 编  
张 明 李美华 副主编  
范 军 赵春玲

 **北京理工大学出版社**  
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

## 内 容 提 要

本书依据教育部最新制定的机械类专业力学课程教学基本要求编写,参照现有教材体系,总结多年的教学经验,以基本知识、基本理论和基本技能为主要内容,力求体现高等教育培养应用型技术人才的特色。

本教材共分为三篇。第一篇静力学主要内容有:静力学基础、平面力系、空间力系;第二篇材料力学主要内容有:材料力学的基本概念、轴向拉伸和压缩、剪切和挤压、圆轴扭转、梁的弯曲、组合变形的强度计算、压杆稳定;第三篇运动力学主要内容有:质点的运动力学、刚体的运动力学、动能定理、动静法。为便于教师讲授和学生自学,本书加强了对基本概念和解题方法的叙述,每章都有小结、思考题和习题,书末附有部分习题答案。

版权专有 侵权必究

---

### 图书在版编目(CIP)数据

工程力学/梁春光,庄严主编. —北京:北京理工大学出版社,2008.7  
ISBN 978-7-5640-1531-2

I. 工… II. ①梁…②庄… III. 工程力学-高等学校:技术学校-教材 IV. TB12

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 091340 号

---

出版发行 / 北京理工大学出版社

社 址 / 北京市海淀区中关村南大街 5 号

邮 编 / 100081

电 话 / (010)68914775(办公室) 68944990(批销中心) 68911084(读者服务部)

网 址 / <http://www.bitpress.com.cn>

经 销 / 全国各地新华书店

印 刷 / 北京国马印刷厂

开 本 / 787 毫米 × 960 毫米 1/16

印 张 / 17.75

字 数 / 357 千字

版 次 / 2008 年 7 月第 1 版 2008 年 7 月第 1 次印刷

责任校对 / 申玉琴

定 价 / 28.00 元

责任印制 / 周瑞红

---

图书出现印装质量问题,本社负责调换

# 编 委 会

主 编 梁春光 庄 严

副 主 编 张 明 李美华 范 军 赵春玲

编写人员 (按姓氏笔画为序)

王建平 庄 严 孙作风 李美华 邹 云

张 明 范 军 周运金 赵 辉 赵春玲

钱 红 梁春光 戢 磷

# 前 言

本书依据教育部最新制定的机械类专业力学课程教学基本要求编写，同时参照现有教材体系，总结多年的教学经验，精选了内容，删减和合并了一些次要内容，减少不必要的推导和论证，尽量使教材满足工程实际的需要，以基本知识、基本理论和基本技能为主要内容，力求体现高等教育培养应用型技术人才的特色。例如，将平面汇交力系、平面力偶系、平面平行力系和平面任意力系合并为平面力系，删去了平面汇交力系、平面力偶系和平面平行力系的平衡方程推导；删减了空间汇交力系、空间平行力系平衡方程的应用，突出了空间问题的平面解法；删去了惯性力系主矢、主矩的推导过程等。此外，为便于教师讲授和学生自学，本书加强了对基本概念和解题方法的叙述，每章都有小结、思考题和习题，书末附有部分习题答案。

各院校可根据不同专业的需要，以及教学学时的多少，对本教材内容进行选择性地学习。由于编者水平有限，且时间仓促，书中难免存在缺点和不妥之处，敬请读者批评指正。

编 者

# 目 录

<b>第一篇 静力学</b> .....	(1)
引言 1.....	(1)
<b>第一章 静力学基础</b> .....	(2)
第一节 力的概念.....	(2)
第二节 刚体的概念.....	(3)
第三节 静力学公理.....	(3)
第四节 约束与约束反力.....	(6)
第五节 受力图.....	(9)
<b>第二章 平面力系</b> .....	(16)
第一节 力在坐标轴上的投影.....	(17)
第二节 力对点之矩.....	(19)
第三节 力偶.....	(20)
第四节 平面任意力系.....	(22)
第五节 几种特殊平面力系的平面.....	(29)
第六节 物体系统的平衡.....	(33)
第七节 考虑摩擦时物体的平衡.....	(37)
<b>第三章 空间力系</b> .....	(50)
第一节 力沿空间直角坐标轴的投影.....	(51)
第二节 力对轴之矩.....	(53)
第三节 空间力系的平衡方程.....	(55)
第四节 重心.....	(59)
<b>第二篇 材料力学</b> .....	(71)
引言 2.....	(71)
<b>第四章 材料力学的基本概念</b> .....	(72)
第一节 变形固体及其基本假设.....	(72)

第二节	外力及其分类 .....	(73)
第三节	内力 截面法 应力 .....	(73)
第四节	杆件及其变形的基本形式 .....	(74)
<b>第五章</b>	<b>轴向拉伸和压缩 .....</b>	<b>(77)</b>
第一节	轴向拉伸与压缩的概念 .....	(77)
第二节	轴向拉伸与压缩时的内力——轴力、轴力图 .....	(78)
第三节	轴向拉伸与压缩时横截面上的应力 .....	(80)
第四节	杆件轴向拉压时的变形 胡克定律 .....	(82)
第五节	材料在轴向拉压时的力学性能 .....	(84)
第六节	轴向拉压杆的强度计算 .....	(88)
第七节	拉压超静定问题简介 .....	(91)
第八节	应力集中的概念 .....	(93)
<b>第六章</b>	<b>剪切和挤压 .....</b>	<b>(99)</b>
第一节	剪切与挤压的概念与实例 .....	(99)
第二节	剪切与挤压的实用计算 .....	(101)
第三节	剪应变 剪切胡克定律 .....	(105)
<b>第七章</b>	<b>圆轴扭转 .....</b>	<b>(109)</b>
第一节	圆轴扭转的概念与实例 .....	(109)
第二节	圆轴扭转的扭矩与扭矩图 .....	(110)
第三节	圆轴扭转时的应力与强度计算 .....	(113)
第四节	圆轴扭转时的变形与刚度计算 .....	(117)
<b>第八章</b>	<b>梁的弯曲 .....</b>	<b>(120)</b>
第一节	平面弯曲的概念 .....	(120)
第二节	梁平面弯曲内力——剪力与弯矩 .....	(122)
第三节	剪力图与弯矩图 .....	(125)
第四节	剪力图与弯矩图的规律作图 .....	(130)
第五节	常用截面二次矩 平行移轴公式 .....	(134)
第六节	纯弯曲时梁的正应力 .....	(137)
第七节	梁弯曲正应力强度计算 .....	(140)
第八节	梁弯曲剪应力强度计算简介 .....	(144)
第九节	梁的弯曲变形概述 .....	(146)
第十节	用叠加法求梁的变形 .....	(147)
第十一节	提高梁的承载能力的措施 .....	(151)



第九章 组合变形的强度计算 .....	(160)
第一节 弯曲与拉伸(压缩)组合变形的强度计算 .....	(161)
第二节 弯曲与扭转组合变形的强度计算 .....	(164)
第十章 压杆稳定 .....	(171)
第一节 压杆稳定的概念 .....	(171)
第二节 临界力和临界应力 .....	(172)
第三节 压杆的稳定计算 .....	(176)
第四节 提高压杆稳定性的措施 .....	(177)
<b>第三篇 运动力学</b> .....	(181)
引言 3 .....	(181)
第十一章 质点的运动力学 .....	(182)
第一节 用矢量法表示点的位置、速度和加速度 .....	(182)
第二节 用直角坐标法表示点的速度和加速度 .....	(183)
第三节 用自然坐标法表示点的速度和加速度 .....	(188)
第四节 点的合成运动 .....	(193)
第五节 质点动力学基本方程 .....	(197)
第十二章 刚体的运动力学 .....	(205)
第一节 刚体的平动 .....	(205)
第二节 刚体的定轴转动 .....	(207)
第三节 刚体的平面运动 .....	(212)
第四节 刚体定轴转动微分方程 .....	(218)
第十三章 动能定理 .....	(228)
第一节 功 .....	(228)
第二节 质点和刚体的动能 .....	(231)
第三节 动能定理 .....	(233)
第四节 功率和机械效率 .....	(238)
第十四章 动静法 .....	(245)
第一节 惯性力概念 .....	(245)
第二节 质点的达朗贝尔原理 .....	(245)
第三节 质点系的达朗贝尔原理 .....	(247)
附录 型钢规格表 .....	(256)
部分习题答案 .....	(269)
参考文献 .....	(274)

# 第一篇 静力学

## 引言 1

静力学是研究物体在力作用下的平衡规律的科学。

在一般工程问题中，所谓平衡是指物体相对于地球处于静止或匀速直线运动的状态。例如，房屋相对于地球静止不动，火车在直线轨道上匀速行驶，物体被起重机沿直线吊起等，都处于平衡状态。平衡是物体机械运动的一种特殊形式，它的特点是物体的运动状态不发生变化。

通常，一个物体所受的力不止一个，而是若干个。作用在同一物体上的一组力，称为力系。如果物体在力系作用下处于平衡状态，则该力系称为平衡力系。当物体平衡时，作用于物体上的力系所满足的条件，称为力系的平衡条件。

作用于物体上的力系如果可以用另一个力系来代替而作用效应相同，那么这两个力系互称为等效力系。如果一个力与一个力系等效，则该力称为力系的合力，而力系中的各个力称为合力的分力。

静力学主要研究两个问题：

- ① 力系的简化；
- ② 力系的平衡条件及其应用。

在一般情况下，作用于物体上的力系较为复杂，在建立力系的平衡条件时，为了便于分析，往往需要把作用于物体上较复杂的力系，用与其作用效应相同的简单力系来代替，这种对于力系作效应相同的代换，称为力系的简化，或称为力系的合成。将一个复杂力系简化后，就比较容易了解它对物体的总的的作用效应，进而可以导出力系的平衡条件。

静力学是进行受力分析的基础，在机械方面的设计，往往应用静力学理论分析其零部件的受力情况。可见，静力学理论在工程实际中有着广泛的应用。

# 第一章 静力学基础

## 【本章提要】

本章主要研究力的概念、刚体的概念、静力学的四个公理、约束与约束反力、受力图的画法。

## 第一节 力的概念

### 一、力的定义

力的概念是人们在长期的生产劳动和日常生活中逐步建立起来的。力是物体间相互的机械作用。物体间相互的机械作用大致可分为两类：一类是物体直接接触的作用，另一类是场的作用。这种作用使物体的运动状态或形状尺寸发生改变。物体运动状态的改变称为力的外效应或运动效应，物体形状尺寸的改变称为力的内效应或变形效应。在分析物体受力情况时，必须分清哪个是受力物体，哪个是施力物体。

### 二、力的三要素

实践证明，力对物体的作用效应决定于三个要素：力的大小；力的方向；力的作用点。这三个要素称为力的三要素。力的大小是指物体间相互作用的强弱程度。力的方向包含方位和指向两个含义。力的作用点是指力对物体作用的位置。作用于一点的力，称为集中力。在力的三要素中，当其中任一要素发生改变时，力对物体的作用效应也随之改变。

### 三、力的单位

在国际单位制中，力的单位为 N 或 kN，  
 $1 \text{ kN} = 10^3 \text{ N}$ 。

### 四、力的图示法

力是一个具有大小和方向的量，所以力是矢量。矢量通常用一条带箭头的有向线段来表示，如图 1-1 所示。线段  $AB$  的起点（或终点）表示力的作用点，线段  $AB$  的方位和箭头指向表示力的方向，而线段  $AB$  长度则按一定的比例表示力的大小。通过力的作用点沿力的方向的直线，称为力的作用线。本书中用黑体字母表示矢量，如

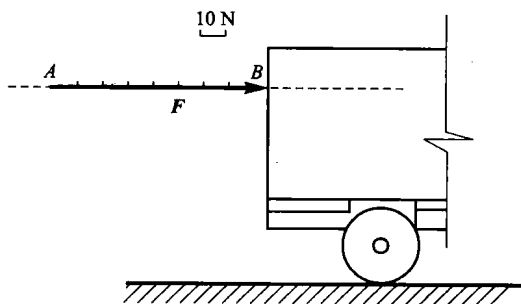


图 1-1 力的图示法

$F$ ，用普通字母表示力的大小，如  $F$ 。

## 第二节 刚体的概念

工程力学的研究对象往往比较复杂，在对其进行力学分析时，首先必须根据研究问题的性质，抓住其主要矛盾，忽略其次要因素，对其进行合理的简化，科学地抽象出力学模型。在研究物体的平衡问题时，若物体的微小变形对平衡问题影响很小，则可把物体当作刚体。

所谓刚体是指在力的作用下，大小和形状保持不变的物体。实际上，刚体是不存在的，它是一个理想化的力学模型。

一个物体能否看做刚体，不仅取决于物体变形的大小，而且和问题本身的要求有关。

## 第三节 静力学公理

人们在长期的生活和生产活动中，经过实践—认识—再实践—再认识的过程，总结出了许多规律，其中最基本的性质有以下几条。这些性质的正确性已被实践所验证，为大家所公认，所以也称为静力学公理。

### 一、二力平衡公理

作用在刚体上的两个力，使刚体处于平衡状态的充要条件是：这两个力大小相等、方向相反、作用线相同（简称这两个力等值、反向、共线）。

一个物体只受两个力作用而平衡时，这两个力一定要满足二力平衡公理。例如，拉杆  $AB$  的两端分别受到  $F_A$  和  $F_B$  的作用（图 1-2），两个力等值、反向、共线的条件只能是二力平衡的必要条件而不是充分条件。例如，绳索的两端受到等值、反向、共线的两个拉力作用时处于平衡状态（图 1-3），但如受到等值、反向、共线的两个压力作用时，就不能平衡了。

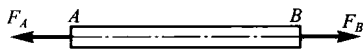


图 1-2 拉杆的二力平衡

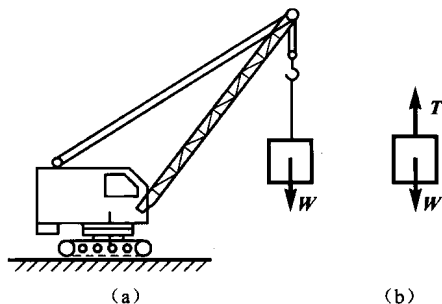


图 1-3 绳索的二力平衡

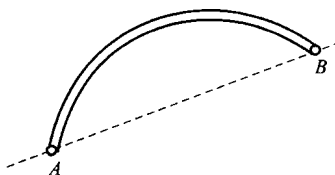


图 1-4 二力体

受两个力的作用并处于平衡状态的物体称为二力体, 如果该物体是杆件, 也可称为二力杆。二力体(杆)上的两个力的作用线必为这两个力作用点的连线。例如, 图 1-4 所示的杆件  $AB$ 。

## 二、加减平衡力系公理

在作用于刚体上的任意力系中, 增加或减少任何一个平衡力系, 不会改变原力系对刚体的作用效应。

### 推论: 力的可传性原理

作用在刚体上的力可沿其作用线移动到刚体内任一点, 而不改变该力对刚体的作用效应。

**证明:** 设力  $F$  作用在刚体的  $A$  点 (图 1-5 (a)), 在其作用线上任取一点  $B$ , 并在  $B$  点加上一对平衡力  $F_1$  和  $F_2$ , 使  $F, F_1, F_2$  共线, 并使  $F_2 = -F_1 = F$  (图 1-5 (b))。根据性质二, 可将  $F$  和  $F_1$  所组成的平衡力系去掉, 刚体上仅剩  $F_2$ , 且  $F_2 = F$  (图 1-5 (c)), 由此推论得证。

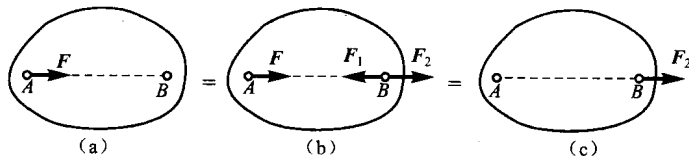


图 1-5 力的可传性

在实践中, 在水平道路上用水平力  $F$  推车 (图 1-6 (a)) 或沿同一直线用水平力  $F$  拉车 (图 1-6 (b)), 两者对车 (视为刚体) 的作用效应相同。

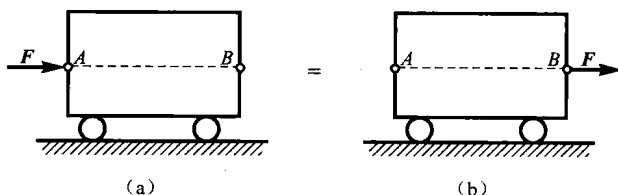


图 1-6 水平力与拉力对车的作用效果

由力的可传性原理可知, 对刚体而言, 力的作用点已不是决定其效应的要素之一, 而是由作用线取代。因此, 作用于刚体上的力的三要素是: 力的大小、方向和作用线。

## 三、力的平行四边形公理

作用于物体上同一点的两个力, 可以合成为一个合力, 合力也作用于该点, 合力的大小和方向由这两个力为邻边所构成的平行四边形的对角线来表示。

如图 1-7 (a) 所示,  $F_1, F_2$  为作用于物体上  $A$  点的两个力, 按比例尺以这两个力为邻边作出平行四边形  $ABCD$ , 则从  $A$  点作出的对角线  $AC$  所表示的矢量就是  $F_1$  与  $F_2$  的合力  $F_R$ 。

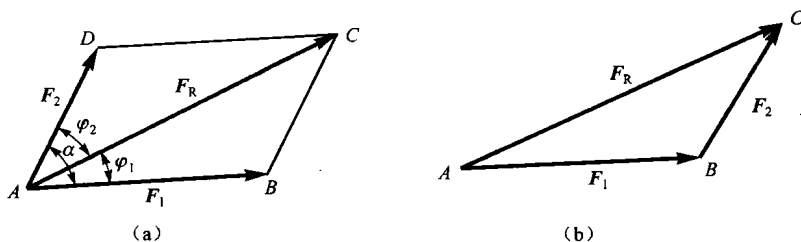


图 1-7 力的平行四边形法则

分力  $F_1$ ,  $F_2$  合成为合力  $F_R$  可用下列矢量等式来表示:

$$\mathbf{F}_R = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 \quad (1-1)$$

为方便起见, 在利用矢量加法求合力时, 可不必画出整个平行四边形, 而是从  $A$  点作矢量  $F_1$ , 再由  $F_1$  的末端  $B$  作  $BC$  表示矢量  $F_2$ , 则矢量  $AC$  即为合力  $F_R$ 。这种求合力的方法称为力的三角形法则, 如图 1-7 (b) 所示。

力的平行四边形法则是力系合成的法则, 也是力系分解的法则。该法则表明了最简单力系简化的规律, 它也是复杂力系简化的基础。

由此可推广到  $n$  个力作用的情况。设一刚体上有  $F_1, F_2, \dots, F_n$  共  $n$  个力作用, 力系中各力的作用线共面且汇交于同一点 (称为平面汇交力系), 根据性质三和式 (1-1) 将此力系合成为一个合力  $F_R$ , 此合力应为

$$\mathbf{F}_R = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \dots + \mathbf{F}_n = \sum \mathbf{F} \quad (1-2)$$

**推论** 三力平衡汇交定理

当刚体受到共面而又互不平行的三个力作用而平衡时, 则此三个力的作用线必汇交于一点。

**证明:** 刚体上  $A_1, A_2, A_3$  三点, 分别作用着使该刚体平衡的三个力  $F_1, F_2, F_3$ , 它们的作用线都在一个平面内但不平行,  $F_1, F_2$  的作用线交于  $O$  点。根据力的可传性原理, 将此两个力分别移至  $O$  点, 则此两个力的合力  $F_R$  必定在此平面内且其作用线通过  $O$  点, 而  $F_R$  必须和  $F_3$  平衡, 由二力平衡的条件可知,  $F_3$  与  $F_R$  必共线, 所以  $F_3$  的作用线亦必过  $F_1, F_2$  的交点  $O$ , 即三个力的作用线汇交于一点。如图 1-8 所示。

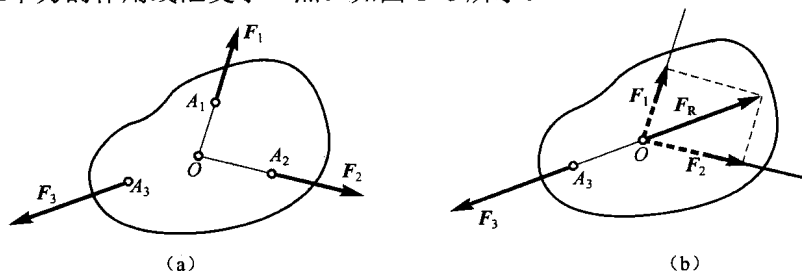


图 1-8 三力平衡的汇交原理

#### 四、作用与反作用公理

两个相互作用的物体间的作用力和反作用力，总是大小相等、方向相反、沿同一直线，并分别作用在这两个物体上。

此定律概括了自然界中物体间相互作用的关系，表明一切力总是成对出现的，揭示了力的存在形式和力在物体间的传递方式。

特别要注意的是，必须把作用与反作用定律、二力平衡公理严格地区分开来。作用与反作用定律是表明两个物体相互作用的力学性质，而二力平衡公理则说明一个刚体在两个力作用下处于平衡时两力满足的条件。

### 第四节 约束与约束反力

#### 一、约束与约束反力的概念

在工程结构中，每一构件都根据工作要求以一定的方式和周围的其他构件相互联系着，它的运动因而受到一定的限制。一个物体的运动受到周围物体的限制时，这些周围物体称为该物体的约束。

约束给被约束物体的力，称为约束反力，简称反力。约束反力的方向总是与约束所能限制的运动方向相反。

在物体上，除约束反力以外的力，即能主动引起物体运动或使物体产生运动趋势的力，称为主动力。例如，重力、拉力、推力等都是主动力。主动力在工程中也称为载荷。

#### 二、几种常见约束类型

##### 1. 柔体约束

由绳索、链条、胶带等柔性物体所构成的约束称为柔体约束。柔体约束只能限制物体沿

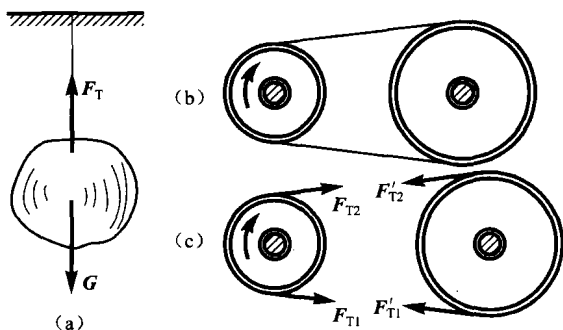


图 1-9 柔体约束

柔体伸长的方向运动，而不能限制其他方向的运动，所以柔体约束的约束反力通过接触点，其方向沿着柔体约束的中心线且背离物体（为拉力），通常用符号  $F_T$  表示（图 1-9）。

##### 2. 光滑接触面约束

两个相互接触的物体，如果接触面上的摩擦力很小而略去不计，那么由这种接触面所构成的约束，称为光滑接触面约束。

光滑接触面对被约束物体在过接触点处的

公切面内任意方向的运动不加限制，同时也不限制物体沿接触面处的公法线脱离接触面，但阻碍物体沿该公法线方向进入约束内部。

光滑接触面的约束反力通过接触点，其方向沿着接触面的公法线且指向物体。通常用  $F_N$  表示（图 1-10）。

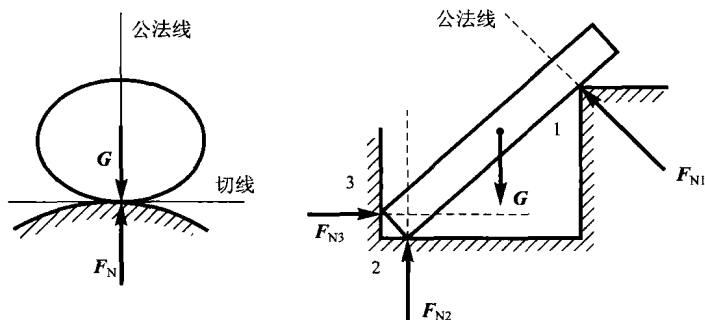


图 1-10 光滑接触面约束

### 3. 圆柱铰链约束

圆柱铰链简称铰链，它是由一个圆柱形销钉插入两个物体的圆孔中而构成，并假设销钉与圆孔的表面都是完全光滑的。圆柱铰链约束可分为以下几种形式。

(1) 中间铰链。中间铰链如图 1-11 (a)、(b) 所示，其计算简图如图 1-11 (c) 所示。中间铰链本质上属于光滑面约束。按照光滑面约束反力的特点，销钉给构件的约束反力  $F$  沿接触点的公法线指向构件，由于接触点的位置随构件所载荷荷而变化，所以约束反力在垂直于销钉轴线的平面内，通过销钉中心，而方向未定。因此，在受力分析时，圆柱形铰链的约束反力可表示为两个正交分力  $F_x$  和  $F_y$ ，如图 1-11 (d) 所示。这两个分力通过销孔中心，指向可预先假设，假设的指向正确与否，可由计算结果判定。

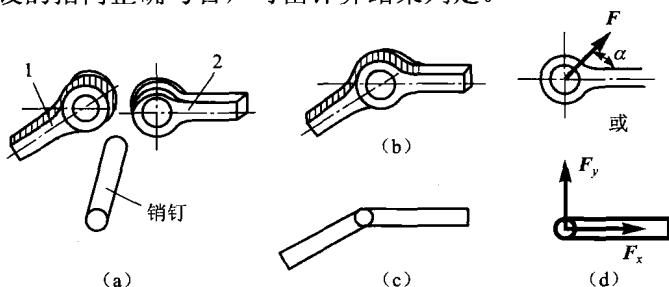


图 1-11 中间铰链

(a)、(b) 结构示意图；(c) 计算简图；(d) 约束反力

(2) 固定铰支座。工程上常用一种叫做支座的部件，将一个构件支承于基础或另一静止的构件上。如将构件用光滑的圆柱形销钉与固定支座连接，则该支座称为固定铰支座（图 1-12 (a)）。固定铰支座的计算简图如图 1-12 (b) 所示。

由固定铰支座的构造形式可知，它的约束性能与圆柱铰链相同，所以固定铰支座的约束反力与圆柱铰链的反力相同，如图 1-12 (c) 所示。



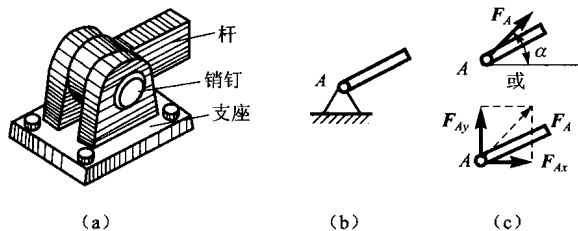


图 1-12 固定铰支座

(a) 结构示意图; (b) 计算简图; (c) 约束反力

(3) 可动铰支座。如果在固定铰支座与支承面之间加装辊轴，则该支座称为可动铰支座（图 1-13 (a)）。可动铰支座的计算简图如图 1-13 (b)、(c) 所示。

可动铰支座的约束反力通过销钉中心，垂直于支承面，指向未定，如图 1-13 (d) 所示。图中  $F_A$  的指向是假设的。

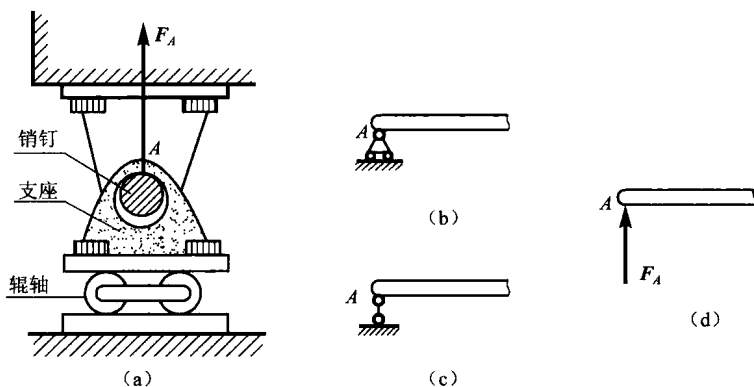


图 1-13 可动铰支座

(a) 结构示意图; (b)、(c) 计算简图; (d) 约束反力

(4) 链杆。两端用光滑销钉与其他物体连接而中间不受力的直杆，称为链杆。图 1-14 (a) 中的杆件  $AB$  即为链杆，它的计算简图如图 1-14 (b) 所示。

链杆的约束反力沿着链杆中心线，指向未定，如图 1-14 (c) 所示。图中  $F_A$  的指向是假设的。

#### 4. 固定端约束

固定端约束又称为插入端约束，是工程实际中常见的一种约束类型，如插入墙体的外伸凉台、固定在车床卡盘上的车刀、立于路边的电线杆等，如图 1-15 所示。它们有一个共同的特点：构件一端被固定，既不允许固定端任意移动，又不允许构件绕固定端随意转动，这种约束就是固定端约束。平面问题中通常用简图 1-16 (a) 表示，其约束反力在外力作用面内可用简化了的两个正交分力  $F_{Ax}$ 、 $F_{Ay}$  和力偶矩  $m_A$  来表示，

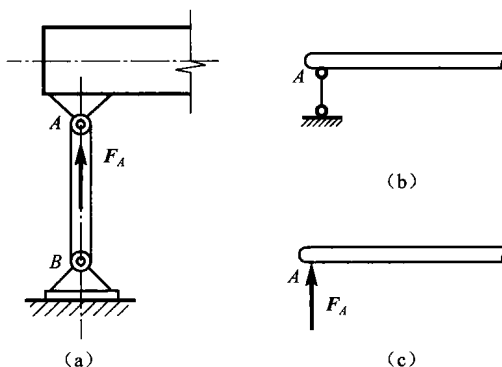


图 1-14 链杆

(a) 结构示意图; (b) 计算简图; (c) 约束反力