锦囊妙解

中学生数理化系列

主编/胡志芳

不可不知的素材

八年级数学

MATH

机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

锦囊妙解 中学生数理化系列

不可不知的素材

八年级数学

第2版

机械工业出版社

本书是“锦囊妙解中学生数理化系列”《不可不知的素材　八年级数学》分册，它体现了新课标改革精神，不受任何版本限制。书中体现了系统的知识讲解，不设置习题。设置有知识表解、知识与规律、身边的数学和联系生活应用题四个栏目。本书内容新颖，题材广泛，目的是要从本质上提高学生理解知识的能力，以及分析问题和解决问题的能力。

图书在版编目(CIP)数据

不可不知的素材. 八年级数学/胡志芳主编. —2 版. —北京：机械工业出版社，2008. 1
（锦囊妙解中学生数理化系列）
ISBN 978-7-111-18904-6

Ⅰ. 不... Ⅱ. 胡... Ⅲ. 数学课-初中-数学参考资料 Ⅳ. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2008)第 005489 号

机械工业出版社(北京市百万庄大街 22 号　邮政编码 100037)
策划编辑：石晓芬　　　　责任编辑：贾　雪
责任印制：洪汉军
北京振兴源印务有限公司印刷厂印刷
2008 年 4 月第 2 版 · 第 1 次印刷
169mm×230mm · 8 印张 · 146 千字
标准书号：ISBN 978-7-111-18904-6
定价：12. 00 元

凡购本书，如有缺页、倒页、脱页，由本社发行部调换
销售服务热线电话：(010)68326294
购书热线电话：(010)88379639 88379641 88379643
编辑热线电话：(010)88379037
封面无防伪标均为盗版

前 言

Preface

武林竞技，想要取胜，或“一把枪舞得风雨不透”，或有独门绝技，三招之内，挑敌于马下。古有“锦囊妙计”，今有“锦囊妙解”辅导系列。继“锦囊妙解——中学生英语系列”、“锦囊妙解——中学生语文系列”之后，我们又隆重推出了“锦囊妙解——中学生数理化系列”。

这是一套充满智慧的系列丛书，能使你身怀绝技，轻松过关斩将，技增艺长。这更是一套充满谋略的系列丛书，能使你做到“风雨不透”，意外脱颖而出，圆名校梦。

这套丛书紧密结合教材内容，力求将教学需求和实际中高考要求完美结合。在体例设计、内容编排、方法运用、训练考查等方面都充分考虑各个年级学生的实际，由浅入深，循序渐进，稳步提高，并适度、前瞻性地把握中高考动态和趋向，在基础教学中渗透中高考意识。

本丛书作者均为多年在初中、高中一线教学的精英，每册都由有关专家最后审稿定稿。

这套丛书按中高考数、理、化必考的知识点分成三大系列：《不可不读的题》、《不可不知的素材》和《不可不做的实验》。从七年级到高考，并按数学、物理、化学分类，配套中学新课标教材，兼顾老教材，共有36册。

本丛书有如下特点：

1. 选材面广，知识点细，针对性强

在《不可不读的题》中，我们尽量选用当前的热点题，近几年各地的中高考题，并有自编的创新题。在《不可不知的素材》中，我们力求做到：知识面广、知识点细而全、知识网络清晰，并增加一些高考的边缘知识和前瞻性知识。在《不可不做的实验》中，我们针对目前中学生实验水平低、实验技能差、实验知识缺乏的情况，结合教材的知识网络，详细而全面地介绍了实验。有实验目的、原理、步骤、仪器，实验现象、结论、问题探讨，并增加了实验的一般思路和方法。除介绍课本上的学生实验和教师的演示实验外，还增加了很多中高考中出现的课外实验和探究实验。

2. 指导到位

本丛书在指导学生处理好学习中的基础知识的掌握、解题能力的娴熟、实验能力的提高方面，有意想不到的功效。选择本丛书潜心修炼，定能助你考场

上游刃有余，一路顺风，高唱凯歌。

3. 目标明确

在强调学生分析问题和解决问题能力的同时，在习题、内容上严格对应中高考命题方式，充分体现最新中高考的考试大纲原则和命题趋势。

梦想与你同在，我们与你同行。我们期盼：静静的考场上，有你自信的身影。我们坚信：闪光的金榜上，有你灿烂的笑颜。

本丛书特邀江西师范大学附属中学高级教师、南昌市学科带头人万强华任主编，本分册由胡志芳主编。

我们全体策编人员殷切期待广大读者对丛书提出宝贵意见。无边的学海仍然警示着我们：只有不懈努力，才会取得胜利，走向辉煌。

编　者

2008 年 1 月

目 录

Contents

第一章　整　式

第一节　整式的运算

知识表解

- 整式
  - 整式的概念
    - 单项式 — 单项式的系数、次数
    - 多项式 — 多项式的项数、次数、同类项
  - 整式的加减
    - 合并同类项
    - 去、添括号
    - — 整式的加减
- 整式乘法 — 幂的运算性质 — 单项式的乘法 — 单项式与多项式的乘法 — 多项式的乘法 — 乘法公式
- 整式除法 —（幂的运算性质）— 单项式除法 — 多项式除以单项式

知识与规律

1. 单项式的描述性定义

数与字母的积的代数式就是单项式，单独一个数或字母也是单项式.

2. 单项式的系数和次数

单项式中的数字因数叫做这个单项式的**系数**.

单项式中，所有字母的指数的和叫做这个单项式的**次数**.

注意：(1)单项式的系数包括符号.

比如单项式 x^2，$-xy^2$，它们的系数分别是 1 和 -1，而且 1 省略不写. 如 $-\frac{3}{7}a^2b$，a，πx^2，它们的系数分别为 $-\frac{3}{7}$，1，π(圆周率).

(2)又如单项式 a，它的次数是 1. 单项式 $4xy^2$ 的次数是 3. 3^2xy^3 的次数为 4($1+3=4$)，它是四次单项式. $\frac{1}{2}x^2y$ 与 $-3xy^2$ 都是三次单项式.

单项式的次数与系数无关.

3. 多项式的定义

几个单项式的和就是多项式.

多项式的项:多项式中,每个单项式是多项式的项.

多项式的次数:多项式中,多项式的次数是次数最高的项的次数.

注意:(1)多项式的项是单项式的和,比如 $x^2-2xy+y^2$ 是 x^2、$-2xy$、y^2 的和,所有多项式的项包括它前面的符号.

(2)多项式的次数是指次数最高的项的次数,但不是所有项次数的和.如 $a^2b-2ab+3b-1$ 就是三次多项式,而 $-xyz^2+3xy-4z+\frac{1}{2}$ 则为四次多项式.

4. 多项式的排列

把一个多项式按某一个字母的指数从大到小的顺序排列起来,叫做把这个多项式按这个字母的降幂排列.

把一个多项式按某一个字母的指数从小到大的顺序排列起来,叫做把多项式按这个字母的升幂排列.如 $-4x^2+3xy^2-\frac{1}{5}y$ 是按字母 x 的降幂排列;而写成 $-4x^2-\frac{1}{5}y+3xy^2$ 是按字母 y 的升幂排列.

注意:(1)多项式的项都包括它前面的符号,多项式的某一项在变换位置时,应连同这一项的符号一起移项.

(2)排列时,要认清以哪一个字母为标准,是升幂排列还是降幂排列.

5. 同类项定义

同类项是所含字母相同,并且相同字母的指数也相同的项.

注意:(1)定义中字母相同、相同字母的指数也相同,两个条件要同时满足,缺一不可,如 $-x^2y-\frac{1}{5}xy^2$ 就不是同类项.

(2)同类项与系数无关.

(3)定义中的“字母”可以是单个字母,也可以是式子,比如 $2(x+y)^2$ 与 $-4(x+y)^2$ 也可以视作同类项.

6. 合并同类项法则

合并同类项法则:同类项的系数相加,所得的结果作为系数,字母和字母的指数不变.

注意:(1)法则实质是乘法分配律的逆用,比如 $(2+3)a=2a+3a$,反过来是 $2a+3a=(2+3)a$.

(2)计算时不要出现 $a^2+a^2=a^4$,$3xy-xy=3$,$a^3-a^2=a$,$2a^3-a^3=a^2$ 等错误.

(3)“系数相加”时,要带上符号,比如 $2xy^2-\frac{1}{3}xy^2-xy^2=\left(2-\frac{1}{3}-1\right)xy^2=\frac{2}{3}xy^2$.

7. 去括号法则

括号前是“+”号，把括号和它前面的“+”号去掉，括号里各项都不改变符号.

括号前是“-”号，把括号和它前面的“-”号去掉，括号里各项都改变符号.

法则可简记为：去正不变，去负全变.

8. 添括号法则

添括号后，括号前面是“+”号，则括号里的各项都不改变符号.

添括号后，括号前面是“-”号，则括号里的各项都改变符号.

9. 整式的加减

整式加减实质就是合并同类项，在运算中，如果遇到括号，就要运用去括号法则(或分配律)，去掉括号再合并同类项，只要算式中没有同类项，就是运算结果.

10. 整式的乘除

在整式的乘除中，单项式的乘除是关键. 这是因为其他乘除都要“转化”为单项式的乘除. 实际上，单项式的乘除进行的是幂的运算与有理数的运算，因此幂的运算是学好整式乘除的基石.

身边的数学

数学小游戏

（变更思考问题的角度）

由于我们受思维习惯(思维定势)的影响，拿到一个问题总是习惯于从条件入手，进行正向推理，在一般情况下这是正确的. 但在某些特定条件下，往往得不到正确答案. 如果我们改变思考问题的角度，比如反过来考虑(逆向思维)，常常能使人茅塞顿开，绝处逢生.

在桌上放有 1992 根火柴，甲、乙两个男孩依次轮流取 1 根或 2 根火柴(甲先乙后)，谁取到最后一根火柴谁就失败. 问哪一个男孩能够获胜，他要获胜，应该怎样玩这个游戏？如从结论入手探寻，由于不知谁有必胜策略，我们可以先假设甲获胜.

如果甲要获胜，甲最后一次取火柴时桌子上应该有 2 根或 3 根火柴. 这时甲取走 1 根或 2 根时，最后一根火柴必是乙取. 倒推上去，乙倒数第二次取火柴时，还应有 4 根火柴，甲倒数第二次取火柴时，应还有 5 根或 6 根火柴……由此可知，甲开始取火柴时，火柴数应是 $3k$ 或 $3k+2$. 而 $1992=3\times664$，所以甲有必胜策略，它获胜的策略是：甲先取走 2 根火柴，然后在男孩乙取 1 根或 2 根火柴之后，他相应地取 2 根或 1 根火柴，使得两次共取走 3 根火柴，这样在男孩甲取走火柴后，桌上剩下的火柴数总是 $3k+1$，最终迫使乙取走最后一根火柴.

联系生活应用题

例1　大客车上原有 $(3a-b)$ 人，中途下车一半人，又上车若干人，使车上共有乘客

$(8a-5b)$人，问上车乘客是多少人？当 $a=10,b=8$ 时，上车乘客是多少人？

解　$(8a-5b)-\frac{1}{2}(3a-b)=8a-5b-\frac{3}{2}a+\frac{b}{2}=\frac{13}{2}a-\frac{9}{2}b.$

上车乘客是$\left(\frac{13}{2}a-\frac{9}{2}b\right)$人.

当 $a=10,b=8$ 时，

$\frac{13}{2}a-\frac{9}{2}b=\frac{13}{2}\times10-\frac{9}{2}\times8=29.$

上车乘客是 29 人.

例 2　某商店出售一种商品，有如下几种方案：(1)先提价 10%，再降价 10%；(2)先降价 10%，再提价 10%；(3)先提价 20%，再降价 20%. 用这三种方案调价的结果是否一样？最后是不是都恢复了原价？

解　设原价为 a，若涨幅为 $x\%$，则提价后的价格是 $a(1+x\%)$；若降幅为 $y\%$，则降价后的价格是 $a(1-y\%)$.

设出售的商品原价为 a，则

方案(1)的最后价格是 $a\times110\%\times90\%=0.99a$；

方案(2)的最后价格是 $a\times90\%\times110\%=0.99a$；

方案(3)的最后价格是 $a\times120\%\times80\%=0.96a$.

根据以上计算可知，方案(1)和(2)最后的结果是一样的，方案(3)打的折扣最大. 但三种方案都没有使出售价格恢复到原价.

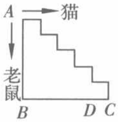


图 1-1-1

例 3　图 1-1-1 所示是猫捉老鼠路线图，一只老鼠沿着长方形的两边 $A\to B\to D$ 的路线逃跑，一只猫同时沿着阶梯 $A\to C\to D$ 的路线去捉，结果在距离 C 点 0.6m 处的 D 处，猫捉住了老鼠.

请将下表中每一句话“译成”数学语言：

设阶梯 $A\to C$ 的长度为	x m.
$AB+BC$ 的长为	
$A\to C\to D$ 的长为	
$A\to B\to D$ 的长为	
设猫捉老鼠所用的时间为	t s
猫的速度是	
老鼠的速度是	

解　表格中从上至下，依次填入：x m　$(x+0.6)$m　$(x-0.6)$m　$\frac{x+0.6}{t}$m/s　$\frac{x-0.6}{t}$m/s.

例4 用火柴棒按图1-1-2所示的方式搭三角形.

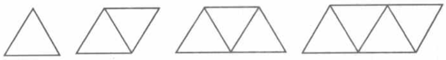


图1-1-2

(1)填写下表:

三角形个数	1	2	3	4	5
火柴棒根数					

(2)照这样的规律搭下去,搭 n 个这样的三角形需要多少根火柴棒?

解 (1)3 5 7 9 11 (2)$2n+1$

观察图形得出:当摆出一个三角形时,用3根火柴;当摆出两个三角形时,用5根火柴;当摆出三个三角形时,用7根火柴;当摆出四个三角形时,用9根火柴……当摆出 n 个三角形时,用$(2n+1)$根火柴.

例5 某人靠墙围成一块梯形园地,三面用篱笆围成,如图1-1-3所示,已知梯形一腰长为 a m,另一腰长为 $\left(\frac{1}{2}a+b\right)$ m,与墙相对的一边比两腰长的和短1m,求篱笆的总长.

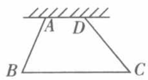


图1-1-3

解 与墙相对的一边 BC 长为:$\left\{\left[a+\left(\frac{1}{2}a+b\right)\right]-1\right\}$m,根据题意,得篱笆总长为

$a\,\mathrm{m}+\left(\frac{1}{2}a+b\right)\mathrm{m}+\left\{\left[a+\left(\frac{1}{2}a+b\right)\right]-1\right\}\mathrm{m}=\left[a+\frac{1}{2}a+b+a+\frac{1}{2}a+b-1\right]\mathrm{m}=(3a+2b-1)\mathrm{m}$.

例6 如果一张纸的厚度是0.1mm,把这张纸折叠1次变成2张,再折叠1次变成4张.假如能折叠100次,那么把折叠100次后纸的总厚度与银河系的直径(10万光年)相比较,哪个更大?(一年以365天计)

解 1张纸折叠100次后的总厚度为$2^{100}\times0.1$mm,银河系的直径为9.4608×10^{17}km$=9.4608\times10^{23}$mm.而$2^{100}\times0.1=\frac{(2^{10})^{10}}{10}=\frac{1024^{10}}{10}>\frac{1000^{10}}{10}=10^{29}$,$9.4608\times10^{23}<10\times10^{23}=10^{24}$,所以,一张纸折叠100次后的总厚度比银河系的直径要大得多.

例7 (第1届中学生数学智能通信赛试题)三位男子 A、B、C 带着他们的妻子 a、b、c 到超市购物,至于谁是谁的妻子就不知道了,只能从下列条件来推测:他们6人,每人花在买商品的钱数(单位:元)正好等于商品数量的平方.而且每位丈夫都比自己的妻子多花48元钱,又知 A 比 b 多买9件商品,B 比 a 多买7件商品.试问:究竟谁是谁的妻子?

解 设:丈夫和妻子购买的商品件数分别为 x 和 y.由$(x+y)(x-y)=48$,及$x+y>x-y$且$x+y$与$x-y$的奇偶性相同,得

$\begin{cases}x+y=24\\x-y=2\end{cases}$或$\begin{cases}x+y=12\\x-y=4\end{cases}$或$\begin{cases}x+y=8\\x-y=6\end{cases}$

解得$\begin{cases}x=13\\y=11\end{cases}$或$\begin{cases}x=8\\y=4\end{cases}$或$\begin{cases}x=7\\y=1\end{cases}$

符合 $x-y=9$ 的只有一种，可见 A 买了 13 件商品，b 买了 4 件；同时符合 $x-y=7$ 的也只有一种，可知 B 买了 8 件，a 买了 1 件，所以 C 买了 7 件，c 买了 11 件，由此知三对夫妻的组合是：A、c；B、b；C、a.

例 8　小红家有一块 L 形的菜地，如图 1-1-4 所示，要把 L 形的菜地按图那样分成面积相等的梯形，种上不同的蔬菜. 这两个梯形的上底都是 a m，下底都是 b m，高都是 $(b-a)$m. 请你给小红家算一算，小红家的菜地面积共有多少？当 $a=10$m，$b=30$m 时，面积是多少？

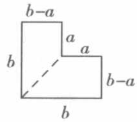


图 1-1-4

解　由题意，得菜地面积为 $2\times\frac{1}{2}(a+b)(b-a)=b^2-a^2$. 当 $a=10$，$b=30$ 时，$b^2-a^2=(30^2-10^2)\text{m}^2=(900-100)\text{m}^2=800\text{m}^2$.

例 9　如图 1-1-5 所示，有两根直径分别为 a、b 的水泥泄洪管并排埋在地下，现决定对这组泄洪管进行改进，挖去原来的两根管，埋入直径为 $a+b$ 的圆水泥管，问：新的泄洪管比原来那组水管横截面积增加了多少？

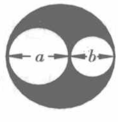


图 1-1-5

解　$\pi\cdot\left(\frac{a+b}{2}\right)^2-\pi\cdot\left(\frac{a}{2}\right)^2-\pi\cdot\left(\frac{b}{2}\right)^2=\frac{1}{2}\pi ab$.

例 10　某些植物发芽有这样一种规律：当年所发新芽第二年不发芽，老芽在以后每年都发芽. 发芽规律见下表（设第一年前的新芽数为 a），照这样下去，第 8 年老芽数与总芽数的比值为________（精确到 0.001）.

第×年	1	2	3	4	5	…
老芽数	0	a	$2a$	$3a$	$5a$	…
新芽数	a	a	a	$2a$	$3a$	…
总芽数	a	$2a$	$3a$	$5a$	$8a$	…

解　由题意易知，后一年的老芽数是前一年老芽数和新芽数的和，后一年的新芽数是前一年的老芽数. 所以第 8 年的老芽数为 $21a$，新芽数为 $13a$，总芽数为 $34a$，老芽数与总芽数的比值约为 0.618.

例 11　某商店积压了 1000 件某种商品，为使这批商品尽快售出，该商店采取了如下销售方案，将价格提高到原来价格的 2 倍，再作 3 次降价打折处理，3 次降价中后一次降价均在前一次降价基础上进行. 处理销售结果见下表：

降价次数	一	二	三
降价折扣	8 折	7.5 折	7 折
降价标语	亏本价	破产价	跳楼价
销售件数	140	285	575

(1)分别求出亏本价、破产价、跳楼价占原价的百分比是多少?

(2)该商品按新销售方案销售,相比原价全部售完,哪种方案盈利更多?

解 (1)设原价格为 x 元,先提价到 $2x$ 元

∵亏本价为 $2x\cdot80\%=1.6x$(元)

∴亏本价占原价的 160%.

∵破产价为 $1.6x\cdot75\%=1.2x$(元)

∴破产价占原价的 120%.

∵跳楼价为 $1.2x\cdot70\%=0.84x$(元)

∴跳楼价占原价的 84%.

(2)按原价销售,销售额为:$1000x$(元)

按降价销售,销售额为:$1.6x\cdot140+1.2x\cdot285+0.84x\cdot575=1049x$(元)

$1049x-1000x=49x$(元)

则该商品按新销售方案销售盈利更多.

例 12 小明与小亮在做游戏,两人各报一个整式,小亮报的整式作除式,要求商式必须为 $2xy$. 若小明报的是 x^3y-2xy^2,小亮应报什么整式? 若小明报了 $3x^2$,小亮能报出一个整式吗? 说说你的理由.

解 因为 $(x^3y-2xy^2)\div2xy=x^3y\div2xy-2xy^2\div2xy=\frac{1}{2}x^2-y$,所以小亮报的整式为 $\frac{1}{2}x^2-y$. 因为 $3x^2\div2xy=\frac{3x}{2y}$,而 $\frac{3x}{2y}$ 不是整式,所以小亮不能报出一个整式.

例 13 (2006·南昌市)小杰到学校食堂买饭,看到 A、B 两窗口前面排队的人一样多(设为 a 人,$a>8$),就站到 A 窗口队伍的后面,过了 2min,他发现 A 窗口每分钟有 4 人买了饭离开队伍,B 窗口每分钟有 6 人买了饭离开队伍,且 B 窗口队伍后面每分钟增加 5 人.

(1)此时,若小杰继续在 A 窗口排队,则他到达窗口所花的时间是多少(用含 a 的代数式表示)?

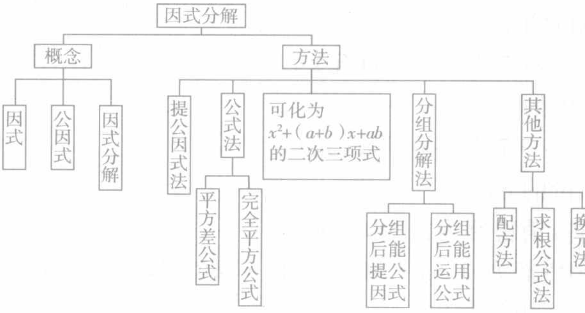
(2)此时,若小杰迅速从 A 窗口队伍转移到 B 窗口队伍后面重新排队,且到达 B 窗口所花的时间比继续在 A 窗口排队到达 A 窗口所花的时间少,求 a 的取值范围(不考虑其他因素).

解 (1)他继续在 A 窗口排队到达窗口所花的时间为 $\frac{a-4\times2}{4}=\frac{a-8}{4}$.

(2)由题意,得 $\frac{a-4\times2}{4}>\frac{a-6\times2+5\times2}{6}$,解得 $a>20$. $\therefore a$ 的取值范围为 $a>20$.

第二节 因式分解

知识表解



知识与规律

1. 因式分解的定义

把一个多项式化成几个整式的积的形式,这种式子变形叫做把这个多项式因式分解,也叫做把这个多项式分解因式.

注意:①因式分解的实质是一种恒等变形,是一种化和为积的变形.

②因式分解与整式的乘法是互逆的.

多项式 $\underset{\text{整式乘法}}{\overset{\text{因式分解}}{\rightleftharpoons}}$ 因式乘积

2. 公因式

①定义:一个多项式各项都含有的公共因式,叫做这个多项式的公因式.

②确定公因式.

$\begin{cases}\text{系数:取各项整数系数的最大公约数}\\\text{字母:取各项的相同字母(有时为多项式)}\\\text{指数:取各相同字母的最低指数}\end{cases}$

3. 提取公因式法

①定义:如果多项式的各项有公因式,可以把这个公因式提到括号外面,将多项式写成因式乘积的形式,这种分解因式的方法叫做提取公因式法.

②提取公因式法的依据：乘法分配律.

③提取公因式的步骤：

“一定”：确定公因式.

“二提”：将各项的公因式提出来并确定另一个因式，提取过程实际是用原多项式除以公因式的过程.

4. 运用公式法

(1)平方差公式：$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$.

公式特点：左边①二项式；②两项都是平方项；③两项的符号相反.

(2)完全平方公式：$a^2\pm 2ab+b^2=(a\pm b)^2$.

公式特点：左边①三项式；②首尾两项为两个数的平方和，中间项是这两个数的积的两倍；③两平方项符号必须相同.

(3)分解因式必须分解到每个因式在有理数范围内不能再分解为止.

(4)不要把已分解的结果又回头来应用乘法公式.

身边的数学

从分马“术”得到的启示

古阿拉伯民间流传着一个非常有趣的故事，一直流传至今.

从前有个牧民，辛苦一辈子所得的全部财产是 17 匹马. 临终前，他把三个儿子叫到身边留下遗嘱：“孩子们啊！我把 17 匹马留给你们，老大得$\frac{1}{2}$，老二得$\frac{1}{3}$，老三得$\frac{1}{9}$，把马分完，但不许把马宰了再分.”事后，三兄弟在一起商量了很久，始终无法按老人的意图把马分开. 他们只好去请教爱动脑筋的邻居老大爷，老大爷认真思索之后说：“我借一匹马给你们，共有 18 匹马，这样就好分了. 老大得$\frac{1}{2}$是 9 匹马，老二得$\frac{1}{3}$是 6 匹马，老三得$\frac{1}{9}$是 2 匹马，你们总共分得 17 匹马，剩下的 1 匹马再还给我.”巧妙的“借一还一”！既符合老人的遗嘱，又让三兄弟都满意.

这种“借一还一”的思维能给我们什么启示呢？注意，当把 x^4+4 改写成 x^4+0+4，再把 0 拆成 $4x^2$ 和 $-4x^2$ 两项时，有

$$x^4+4=x^4\underline{+4x^2}+4\underline{-4x^2} \quad \text{(添一项 0)}$$
$$=(x^2+2)^2-4x^2 \quad \text{(用公式)}$$
$$=(x^2+2x+2)(x^2-2x+2). \quad \text{(用公式)}$$

这正好是借一$(4x^2)$，还一$(-4x^2)$！即把 0 拆成字母及其指数完全相同、系数互为相反数的两项，这种“借一还一”的思想，启示我们找到了分解因式的新方法——拆项、添项分解法，这是数学解题的重要技巧.

"借一还一"、"借式还式",数学宝山中有很多"借术"值得我们去探索、去研究.

联系生活应用题

例1 某建材厂按顾客订货合同生产两种规格的正方形瓷面砖,大小两块面积相差 319cm^2,瓷砖的边长是整数且均不大于 50cm,试确定这两种瓷砖边长分别为多少厘米?

解 设两种正方形瓷砖的边长分别为a cm,b cm,且 a,b 均为整数.

则 $a^2-b^2=319$

$\therefore (a+b)(a-b)=319$

$\because 319=319\times1=29\times11$

$\therefore \begin{cases}a+b=319\\a-b=1\end{cases}$ 或 $\begin{cases}a+b=29\\a-b=11\end{cases}$

$\therefore \begin{cases}a=160\\b=159\end{cases}$ 或 $\begin{cases}a=20\\b=9\end{cases}$

$\because a\leqslant50, b\leqslant50$

$\therefore a=20, b=9$

$\therefore$ 两种瓷砖的边长分别为 20cm,9cm.

例2 将一条 40cm 长的金色彩边剪成两段,恰好可用来镶嵌两张大小不同的正方形壁画的边(不计算接头处),已知两张壁画的面积相差 40cm^2,问这条彩色边应剪成多长的两段?

解 设大正方形的壁画的边长为 x cm,较小正方形的边长为 y cm,根据题意,

得 $\begin{cases}x^2-y^2=40\\4x+4y=40\end{cases}$ 整理,

得 $\begin{cases}(x+y)(x-y)=40 & ①\\x+y=10 & ②\end{cases}$

把②代入①,

得 $x-y=4$ ③

由②+③,得 $x=7$,由②-③,得 $y=3$. 所以两段彩带分别为 $4\times7\text{cm}=28\text{cm}$,$4\times3\text{cm}=12\text{cm}$.

例3 如图 1-2-1 所示,由一个边长为 a 的小正方形与两个长、宽分别为 a、b 的小矩形组成一个大矩形 $ABCD$,则整个图形可表达出一些有关多项式分解因式的等式,请你写出其中任意两个等式.

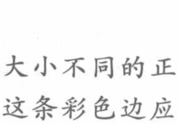


图 1-2-1

解 $a^2+2ab=a(a+2b)$,$a(a+b)+ab=a(a+b+b)=a(a+2b)$等.

例4 给你多个长方形和正方形卡片,如图 1-2-2所示,请你运用拼图的方法,选取

相应种类和数量的卡片，拼成一个矩形，使它的面积等于 $2a^2+5ab+2b^2$，并根据你拼成的图形分解多项式 $2a^2+5ab+2b^2$.

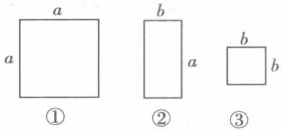


图 1-2-2

解 由式子 $2a^2+5ab+2b^2$ 可知：用 2 张图①，5 张图②，2 张图③可拼成如图 1-2-3所示的矩形，由此图形，可得其面积为 $(2a+b)\cdot(a+2b)$，所以可把多项式 $2a^2+5ab+2b^2$ 分解因式为 $(2a+b)(a+2b)$.

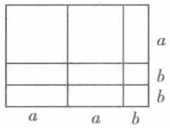


图 1-2-3