普通高等教育“十一五”国家级规划教材《微积分》配套用书（二）

微积分习题全解

◎ 主编 张学奇

中国人民大学出版社

普通高等教育“十一五”国家级规划教材《微积分》配套用书（二）

微积分习题全解

◎ 主编　张学奇

中国人民大学出版社

·北京·

图书在版编目(CIP)数据

微积分习题全解/张学奇主编.
北京:中国人民大学出版社,2008
ISBN 978-7-300-09636-0

Ⅰ. 微…
Ⅱ. 张…
Ⅲ. 微积分-高等学校-解题
Ⅳ. O172

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 131459 号

微积分习题全解
主编 张学奇

出版发行 中国人民大学出版社
社 址 北京中关村大街 31 号　　邮政编码 100080
电 话 010-62511242(总编室)　010-62511398(质管部)
010-82501766(邮购部)　010-62514148(门市部)
010-62515195(发行公司)　010-62515275(盗版举报)
网 址 http://www.crup.com.cn
http://www.ttrnet.com(人大教研网)
经 销 新华书店
印 刷 北京鑫丰华彩印有限公司
规 格 148 mm×210 mm 32 开本　版 次 2008 年 10 月第 1 版
印 张 10.5 插页 1　印 次 2008 年 10 月第 1 次印刷
字 数 316 000　定 价 18.00 元

内容提要

本书是与普通高等教育“十一五”国家级规划教材《微积分（上、下册）》（张学奇编著，中国人民大学出版社出版）相配套的习题全解，主要作为学生学习《微积分》课程时演算习题的解题指导以及复习应试的参考书，同时也可供讲授《微积分》课程的教师备课和批改作业时参考.

全书按教材章节顺序编排，与教材同步，对《微积分》教材中每一节的全部习题与每一章末总习题都给出了完整、典型、翔实的解答，对重点习题给出了分析和解题指导，希望对提高学生的解题能力能有积极的促进作用.

前　言

本书是与普通高等教育“十一五”国家级规划教材《微积分（上、下册）》（张学奇编著，中国人民大学出版社出版）相配套的习题全解，主要作为学生学习《微积分》课程时演算习题的解题指导以及复习应试的参考书，同时也可供讲授《微积分》课程的教师备课和批改作业时参考。

普通高等教育“十一五”国家级规划教材《微积分（上、下册）》是依据经济类、管理类各专业对微积分课程的教学要求，在总结微积分课程教学改革成果，吸收国内外同类教材的优点，结合我国高等教育发展趋势的基础上编写的。《微积分》教材中习题覆盖面宽、题型丰富、难易适度；按节配有适量的基本练习题，主要用于巩固和加深对基本概念、基本定理、基本方法的理解和掌握；按章配有总习题（A）、（B）和相应的数学建模题，（A）类题可以用于检测对基本教学内容的掌握情况，（B）类题为考研题，可供学有余力的读者提高解题能力选用，数学建模题可作为课外综合应用练习选用。

本书按《微积分》教材章节顺序编排，与教材同步，对《微积分》教材中各节的全部习题与各章的总习题都给出了完整、典型、翔实的解答，对重点习题给出了分析和解题指导，希望对提高学生的解题能力能有积极的促进作用。

本书由张学奇教授主编，参加编写的有：张少艳（第一章），刘娟（第二章），张玲（第三章），胡蓉（第四章），高长林（第五章），岳卫芬（第六章），廖文辉（第七章），王响（第八章），何胜美（第九章）。全书由张学奇统稿定稿。

由于编者水平有限，书中难免有不妥之处，恳请同行和读者批评指正！

编　者

2008 年 4 月

目　录

第一章　函　数

习题 1.1

1. 用区间表示满足下列不等式的所有 x 的集合：

(1) $|x|\leqslant 2$；　(2) $|x-2|\leqslant 1$；　(3) $|x-a|<\varepsilon$ (a 为常数，$\varepsilon>0$)；

(4) $|x|>3$；　(5) $|x+1|>1$.

解　(1) $|x|\leqslant 2\Leftrightarrow -2\leqslant x\leqslant 2$，不等式的区间表示为 $[-2, 2]$；

(2) $|x-2|\leqslant 1\Leftrightarrow -1\leqslant x-2\leqslant 1\Leftrightarrow 1\leqslant x\leqslant 3$，不等式的区间表示为 $[1, 3]$；

(3) $|x-a|<\varepsilon\Leftrightarrow -\varepsilon<x-a<\varepsilon\Leftrightarrow a-\varepsilon<x<a+\varepsilon$，不等式的区间表示为 $(a-\varepsilon, a+\varepsilon)$；

(4) $|x|>3\Leftrightarrow x<-3$ 或 $x>3$，不等式的区间表示为 $(-\infty, -3)\cup(3, +\infty)$；

(5) $|x+1|>1\Leftrightarrow x+1<-1$ 或 $x+1>1$，即 $x<-2$ 或 $x>0$，不等式的区间表示为 $(-\infty, -2)\cup(0, +\infty)$.

2. 用区间表示下列点集，并在数轴上表示出来：

(1) $A=\{x \mid \square x+3|<2\}$；　(2) $B=\{x \mid \square<|x-2|<3\}$.

解　(1) $(-5, -1)$，如图 1—1 所示；

(2) $(-1, 1)\cup(3, 5)$，如图 1—2 所示.

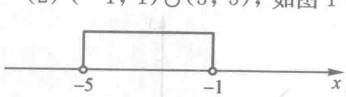

图 1—1

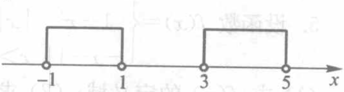

图 1—2

3. 求下列函数的定义域：

(1) $y=\sqrt{4-x^2}$；　(2) $y=\dfrac{1}{x^2-2x}$；　(3) $y=\arcsin\dfrac{1-x}{3}$；

(4) $y=\lg(x+1)$；(5) $y=\sqrt{x+2}+\dfrac{1}{1-x^2}$；(6) $y=\sqrt{3-x}+\arctan\dfrac{1}{x}$.

解　(1) 要使函数有定义，只需 $4-x^2\geqslant 0$，解得 $-2\leqslant x\leqslant 2$，所以函数的定义域为 $[-2, 2]$.

(2) 要使函数有定义，只需 $x^2-2x\neq 0$，解得 $x\neq 0$，$x\neq 2$，所以函数的定义域为 $(-\infty, 0)\cup(0, 2)\cup(2, +\infty)$.

(3) 要使函数有定义，只需 $-1\leqslant\frac{1-x}{3}\leqslant1$，解得 $-2\leqslant x\leqslant4$，所以函数的定义域为 $[-2,4]$.

(4) 要使函数有定义，只需 $x+1>0$，解得 $x>-1$，所以函数的定义域为 $(-1,+\infty)$.

(5) 要使函数有定义，只需 $\begin{cases}x+2\geqslant0\\1-x^2\neq0\end{cases}$，解得 $\begin{cases}x\geqslant-2\\x\neq\pm1\end{cases}$，所以函数的定义域为 $[-2,-1)\cup(-1,1)\cup(1,+\infty)$.

(6)要使函数有定义，只需 $\begin{cases}3-x\geqslant0\\x\neq0\end{cases}$，解得 $\begin{cases}x\leqslant3\\x\neq0\end{cases}$，所以函数的定义域为 $(-\infty,0)\cup(0,3]$.

4. 下列各题中，函数 $f(x)$ 和 $g(x)$ 是否相同？为什么？

(1) $f(x)=\lg x^2$，$g(x)=2\lg x$；　(2) $f(x)=x$，$g(x)=\sqrt{x^2}$；

(3) $f(x)=1$，$g(x)=\sin^2x+\cos^2x$.

解　(1) 因为 $f(x)=\lg x^2$ 的定义域为 $(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$，而 $g(x)=2\lg x$ 的定义域为 $(0,+\infty)$，两个函数的定义域不同，所以它们不是同一个函数.

(2) 因为 $g(x)=\sqrt{x^2}=|x|=\begin{cases}x & x\geqslant0\\-x & x<0\end{cases}$，而 $f(x)=x$，两个函数的对应法则不同，所以它们不是同一个函数.

(3) 因为 $f(x)=1$，$g(x)=\sin^2x+\cos^2x=1$，$x\in\mathbf{R}$，即 $f(x)$，$g(x)$ 的定义域都是 $\mathbf{R}$，且它们的对应法则相同，所以是同一个函数.

5. 设函数 $f(x)=\begin{cases}-x-1 & x<-1\\1-x^2 & |x|\leqslant1.\\-x-1 & x>1\end{cases}$

(1) 求 $f(x)$ 的定义域；(2) 求函数值 $f(-2)$，$f(-1)$，$f(0)$，$f(1)$，$f(3)$；(3) 作出函数图形.

解　(1) 函数的定义域为 $D=\{x|-\infty<x<+\infty\}$；

(2) $f(-2)=-(-2)-1=1$

$f(-1)=1-(-1)^2=0$

$f(0)=1-0=1$，$f(1)=1-1=0$

$f(3)=-3-1=-4$

(3) 函数图形如图 1—3 所示.

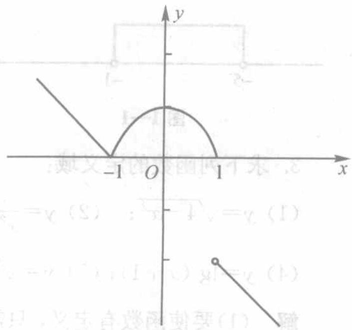

图 1—3

6. 判断下列函数的单调性：

(1) $y=2x+1$；　(2) $y=2^{x-1}$；　(3) $y=2x+\ln x$；　(4) $y=1+\dfrac{2}{x}$.

解　(1) $y=f(x)=2x+1$，设 $x_1, x_2\in\mathbf{R}$，$x_1<x_2$，则

$$f(x_2)-f(x_1)=(2x_2+1)-(2x_1+1)=2(x_2-x_1)>0$$

所以 $f(x_2)>f(x_1)$，即 $y=2x+1$ 为 $(-\infty, +\infty)$ 内的单调增加函数.

(2) $y=f(x)=2^{x-1}$，设 $x_1, x_2\in\mathbf{R}$，$x_1<x_2$，则

$$f(x_2)/f(x_1)=2^{x_2-1}/2^{x_1-1}=2^{x_2-x_1}>1$$

所以 $f(x_2)>f(x_1)$，即 $y=2^{x-1}$ 为 $(-\infty, +\infty)$ 内的单调增加函数.

(3) $y=f(x)=2x+\ln x$，设 $x_1, x_2\in\mathbf{R}$，$0<x_1<x_2$，则

$$f(x_2)-f(x_1)=(2x_2+\ln x_2)-(2x_1+\ln x_1)=2(x_2-x_1)+\ln\frac{x_2}{x_1}>0$$

所以 $f(x_2)>f(x_1)$，即 $y=2x+\ln x$ 为 $(0, +\infty)$ 内的单调增加函数.

(4) $y=f(x)=1+\dfrac{2}{x}$，设 $x_1, x_2\in\mathbf{R}$，则当 $x_1<x_2<0$ 时

$$f(x_2)-f(x_1)=\left(1+\frac{2}{x_2}\right)-\left(1+\frac{2}{x_1}\right)=\frac{2(x_1-x_2)}{x_1x_2}<0$$

所以 $f(x_2)<f(x_1)$，即 $y=1+\dfrac{2}{x}$ 为 $(-\infty, 0)$ 内的单调减少函数.

当 $0<x_1<x_2$ 时，$f(x_2)-f(x_1)=\left(1+\dfrac{2}{x_2}\right)-\left(1+\dfrac{2}{x_1}\right)=\dfrac{2(x_1-x_2)}{x_1x_2}<0$，

所以 $y=1+\dfrac{2}{x}$ 为 $(0, +\infty)$ 内的单调减少函数.

7. 判别下列函数的奇偶性：

(1) $y=x^4-2x^2$；　(2) $y=x\sin^2 x$；　(3) $y=\sin x-\cos x$；

(4) $y=\dfrac{x\sin x}{2+\cos x}$；　(5) $y=\ln\left(x+\sqrt{1+x^2}\right)$；　(6) $y=\dfrac{e^x-e^{-x}}{2}$.

解　(1)～(6)中的函数定义域均为$(-\infty,+\infty)$.

(1) $y=f(x)=x^4-2x^2$，因为

$$f(-x)=(-x)^4-2(-x)^2=x^4-2x^2=f(x)$$

所以 $y=x^4-2x^2$是奇函数.

(2) $y=f(x)=x\sin^2 x$，因为 $f(-x)=-x\sin^2(-x)=-(x\sin^2 x)=-f(x)$，所以 $y=x\sin^2 x$ 是奇函数.

(3) $y=f(x)=\sin x-\cos x$，因为 $f(-x)=\sin(-x)-\cos(-x)=-\sin x-\cos x$，$f(-x)\neq -f(x)$ 且 $f(-x)\neq f(x)$，所以 $y=\sin x-\cos x$ 既非奇函数又非偶函数.

(4) $y=f(x)=\dfrac{x\sin x}{2+\cos x}$，因为 $f(-x)=\dfrac{(-x)\sin(-x)}{2+\cos(-x)}=\dfrac{x\sin x}{2+\cos x}=f(x)$，所以 $y=\dfrac{x\sin x}{2+\cos x}$ 是偶函数.

(5) $y=f(x)=\ln(x+\sqrt{1+x^2})$，因为

$$\begin{aligned}f(-x)&=\ln\left[(-x)+\sqrt{1+(-x)^2}\right]\\&=\ln\left[\frac{(\sqrt{1+x^2}-x)(\sqrt{1+x^2}+x)}{\sqrt{1+x^2}+x}\right]=\ln\left(\frac{1}{\sqrt{1+x^2}+x}\right)\\&=-\ln(\sqrt{1+x^2}+x)=-f(x)\end{aligned}$$

所以 $y=\ln(x+\sqrt{1+x^2})$ 是奇函数.

(6) $y=f(x)=\dfrac{e^x-e^{-x}}{2}$，因为 $f(-x)=-\dfrac{e^x-e^{-x}}{2}=-f(x)$，所以 $y=\dfrac{e^x-e^{-x}}{2}$ 是奇函数.

8. 判别下列函数的有界性：

(1) $y=\dfrac{x}{1+x^2}$；　　(2) $y=1+\sin\dfrac{1}{x}$；

(3) $y=2\arctan 2x$；　　(4) $y=2+\dfrac{1}{x^2}$.

解 (1) 函数 $y=\dfrac{x}{1+x^2}$ 的定义域为 $\mathbf{R}$，由于对于任意的实数 x 都有 $1+x^2\geqslant 2|x|$，所以 $\left|\dfrac{x}{1+x^2}\right|\leqslant\dfrac{|x|}{2|x|}=\dfrac{1}{2}$，故 $y=\dfrac{x}{1+x^2}$ 是有界函数.

(2) 函数 $y=1+\sin\dfrac{1}{x}$ 的定义域为 $(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$，因为

$$\left|1+\sin\frac{1}{x}\right|\leqslant 1+\left|\sin\frac{1}{x}\right|\leqslant 1+1=2$$

故函数 $y=1+\sin\dfrac{1}{x}$ 是有界函数.

（3）函数 $y=2\arctan 2x$ 的定义域为 $\mathbf{R}$，因为 $|2\arctan 2x|\leqslant 2\cdot\frac{\pi}{2}=\pi$，故函数 $y=2\arctan 2x$ 是有界函数.

（4）函数 $y=2+\frac{1}{x^2}$ 的定义域为 $(-\infty,\ 0)\cup(0,\ +\infty)$，找不到一个 M，使得 $|y|\leqslant M$ 成立，所以函数 $y=2+\frac{1}{x^2}$ 是无界函数.

9. 张先生的家距离单位 2 公里，他一般早晨 7 点 30 分步行去上班，8 点到达工作单位，今天由于离家匆忙，走出 10 分钟后想到电视机未关，因此又返回家把电视机关上，然后立刻骑自行车出发，结果准时到达单位. 试画出以离家距离作为时间函数的图像.

解　由题意可知，离家距离 S 与时间 t 的函数关系为

$$S(t)=\begin{cases}\frac{1}{15}t & 0\leqslant t\leqslant 10\\ -\frac{1}{15}t+\frac{4}{3} & 10<t\leqslant 20\\ \frac{1}{5}t-4 & 20<t\leqslant 30\end{cases}$$

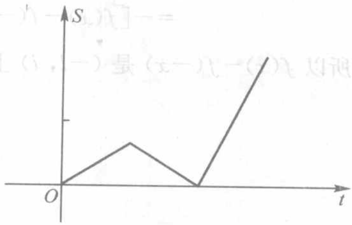

图 1—4

函数图像如图 1—4 所示.

10. 火车站收取行李费的规定如下：当行李不超过 50kg 时按基本运费计算，如从北京到某地每千克收 0.30 元，当超过 50kg 时，超重部分按每千克 0.15元收费. 试求北京到某地的行李费 y（元）与重量 x(kg) 之间的函数关系，并画出该函数的图形.

解　设重量为 x(kg)，行李费为 y(元)，则由题意知：

$$y=\begin{cases}0.3x & x\leqslant 50\\ 0.3x+(x-50)\times 0.15 & x>50\end{cases},\quad 即\ y=\begin{cases}0.3x & x\leqslant 50\\ 0.45x-7.5 & x>50\end{cases}$$

（图形略）

11. 设函数 $f(x)$ 为定义在 $(-l,\ l)$ 内的奇函数，若 $f(x)$ 在 $(0,\ l)$ 内单调增加，证明 $f(x)$ 在 $(-l,\ 0)$ 内也单调增加.

证　设 $x_1,\ x_2\in(-l,\ 0)$ 且 $x_1<x_2$，则 $-x_1,\ -x_2\in(0,\ l)$ 且 $-x_1>-x_2$，因为 $f(x)$ 在 $(0,\ l)$ 内单调增加，所以 $f(-x_2)<f(-x_1)$，又因为 $f(x)$ 在 $(-l,\ l)$ 内是奇函数，所以 $f(-x_2)=-f(x_2)$，$f(-x_1)=-f(x_1)$，即

$f(x_1)<f(x_2)$，所以 $f(x)$ 在 $(-l,0)$ 内是单调增加函数.

12. 设函数 $f(x)$ 在 $(-l,l)$ 内有定义，证明：$f(x)+f(-x)$ 是偶函数，$f(x)-f(-x)$ 为奇函数.

证 设 $F(x)=f(x)+f(-x)$ 且 $x\in(-l,l)$，$-x\in(-l,l)$，因为

$$\begin{aligned}F(-x)&=f(-x)+f[-(-x)]\\&=f(-x)+f(x)=f(x)+f(-x)=F(x)\end{aligned}$$

所以 $f(x)+f(-x)$ 是 $(-l,l)$ 上的偶函数.

又设 $G(x)=f(x)-f(-x)$，因为

$$\begin{aligned}G(-x)&=f(-x)-f[-(-x)]=f(-x)-f(x)\\&=-[f(x)-f(-x)]=-G(x)\end{aligned}$$

所以 $f(x)-f(-x)$ 是 $(-l,l)$ 上的奇函数.

习题 1.2

1. 求下列函数的反函数：

(1) $y=\dfrac{1-x}{1+x}$；　　(2) $y=1+\ln(x+2)$；

(3) $y=\dfrac{e^x}{e^x+1}$；　　(4) $y=\begin{cases}x & x<1\\ x^2 & 1\leqslant x\leqslant 4\\ e^x & x>4\end{cases}$.

解 (1) 由 $y=\dfrac{1-x}{1+x}$ 解得 $x=\dfrac{1-y}{1+y}$，即反函数为 $y=\dfrac{1-x}{1+x}$.

(2) 由 $y=1+\ln(x+2)$ 解得 $x=e^{y-1}-2$，即反函数为 $y=e^{x-1}-2$.

(3) 由 $y=\dfrac{e^x}{e^x+1}$ 解得 $x=\ln\dfrac{y}{1-y}$，即反函数为 $y=\ln\dfrac{x}{1-x}$.

(4) 由 $y=\begin{cases}x & x<1\\ x^2 & 1\leqslant x\leqslant 4\\ e^x & x>4\end{cases}$ 解得 $x=\begin{cases}y & y<1\\ \sqrt{y} & 1\leqslant y\leqslant 16\\ \ln y & y>e^4\end{cases}$，即反函数为

$$y=\begin{cases}x & x<1\\ \sqrt{x} & 1\leqslant x\leqslant 16\\ \ln x & x>e^4\end{cases}$$

2. 设 $f(x)=\dfrac{x}{1+x}$, $g(x)=\dfrac{1}{1-x}$, 求复合函数 $f[g(x)]$, $g[f(x)]$ 的解析表达式与定义域.

解 因为 $f(x)=\dfrac{x}{x+1}$ 的定义域 D_1: $(-\infty, -1)\cup(-1, +\infty)$,

$g(x)=\dfrac{1}{1-x}$ 的定义域 D_2: $(-\infty, 1)\cup(1, +\infty)$,

所以 $f[g(x)]=\dfrac{\dfrac{1}{1-x}}{1+\dfrac{1}{1-x}}=\dfrac{1}{2-x}$, $D=\{x\,|\,x\neq 1, x\neq 2, x\in\mathbf{R}\}$

$$g[f(x)]=\frac{1}{1-\dfrac{x}{1+x}}=1+x,\ D=\{x\,|\,x\neq -1, x\in\mathbf{R}\}$$

3. 设函数 $f(x)$ 的定义域为 $[0, 1]$, 求下列函数的定义域:

(1) $f(e^x)$; (2) $f(\ln x)$; (3) $f(\arctan x)$.

解 (1) 令 $u=e^x$, 则 $f(u)$ 的定义域为 $[0, 1]$, 即 $u=e^x\in[0, 1]$, 所以 $y=f(e^x)$的定义域为$(-\infty, 0]$.

(2) 令 $u=\ln x$, 则 $f(u)$ 的定义域为 $[0, 1]$, 即 $u=\ln x\in[0, 1]$, 所以 $y=f(\ln x)$ 的定义域为$[1, e]$.

(3) 令 $u=\arctan x$, 则 $f(u)$ 的定义域为 $[0, 1]$, 即 $u=\arctan x\in[0, 1]$, 所以 $y=f(\arctan x)$ 的定义域为 $[0, \tan 1]$.

4. 指出下列函数是由哪些函数复合而成的:

(1) $y=\sqrt[3]{\arctan x}$; (2) $y=(1+\ln x)^2$;

(3) $y=e^{\tan 2x}$; (4) $y=\arcsin[\ln(2x+1)]$.

解 (1) $y=\sqrt[3]{u}$, $u=\arctan x$; (2) $y=u^2$, $u=1+\ln x$;

(3) $y=e^u$, $u=\tan v$, $v=2x$; (4) $y=\arcsin u$, $u=\ln v$, $v=2x+1$.

5. 设 $f(x)=\begin{cases}1 & |x|<1\\ 0 & |x|=1\\ -1 & |x|>1\end{cases}$, $g(x)=e^x$, 求复合函数 $f[g(x)]$, $g[f(x)]$, 并作出这两个函数的图形.

解 $f[g(x)]=f(e^x)=\begin{cases}1 & x<0\\ 0 & x=0\\ -1 & x>0\end{cases}$; $g[f(x)]=e^{f(x)}=\begin{cases}e & |x|<1\\ 1 & |x|=1\\ e^{-1} & |x|>1\end{cases}$.

(函数图形略)

6. 解答下列各题:

(1) 设 $f\left(x+\dfrac{1}{x}\right)=x^2+\dfrac{1}{x^2}$,求 $f(x)$.

(2) 设 $f\left(\sin\dfrac{x}{2}\right)=1+\cos x$,求 $f(\cos x)$.

(3) 设 $f(x)=e^x+3$,$f[g(x)]=\sqrt{x}+5$,求 $g(x)$.

解 (1) $f\left(x+\dfrac{1}{x}\right)=x^2+\dfrac{1}{x^2}=x^2+\dfrac{1}{x^2}+2-2=\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^2-2$

令 $x+\dfrac{1}{x}=u$,则 $f(u)=u^2-2$,即 $f(x)=x^2-2$.

(2) $f(\sin\dfrac{x}{2})=1+\cos x=1+(1-2\sin^2\dfrac{x}{2})=2-2\sin^2\dfrac{x}{2}$

令 $\sin\dfrac{x}{2}=u$,则 $f(u)=2-2u^2=2(1-u^2)$,即 $f(\cos x)=2(1-\cos^2 x)=2\sin^2 x$.

(3) 已知 $f(x)=e^x+3$;$f[g(x)]=\sqrt{x}+5$,将 $f(x)=e^x+3$ 变形得 $f(x)-3=e^x$,则 $x=\ln[f(x)-3]$,即 $g(x)=\ln[f[g(x)]-3]=\ln(\sqrt{x}+5-3)=\ln(\sqrt{x}+2)$.

习题 1.3

1. 作出下列函数的图形:

(1) $y=|\sin x|$;　　(2) $y=1-2\cos x$;

(3) $y=\dfrac{1}{2}e^{-x}-1$;　　(4) $y=\ln(x-2)-1$.

解 (1) 函数 $y=|\sin x|$ 图形如图 1—5 所示;

(2) 函数 $y=1-2\cos x$ 图形如图 1—6 所示;

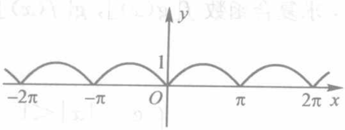

图 1—5

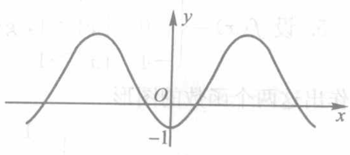

图 1—6

(3) 函数 $y=\frac{1}{2}e^{-x}-1$ 图形如图 1—7 所示；

(4) 函数 $y=\ln(x-2)-1$ 图形如图 1—8 所示.

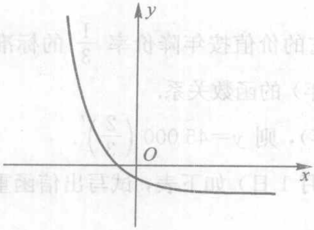

图 1—7

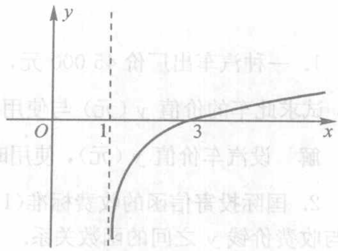

图 1—8

2. 指出下列函数哪些是初等函数，哪些不是初等函数.

(1) $y=\dfrac{x^2}{1+x+\sin\ln x}$；　　(2) $y=\sin\left(\dfrac{x}{\sin x}\right)+x^{\sin x}$；

(3) $y=\begin{cases}x-x^2 & x<0\\ x+x^2 & x\geqslant 0\end{cases}$；　　(4) $y=\begin{cases}1 & x\text{ 是有理数}\\ 0 & x\text{ 是无理数}\end{cases}$.

解　(1)、(2) 是初等函数，因为它们满足初等函数的定义；

(3)、(4) 不是初等函数，因为它们不能用一个解析式表示，不满足初等函数的定义.

3. 由已知函数 $y=\ln x$ 的图形，作出下列函数的图形：

(1) $y=\ln(-x)$；　　(2) $y=|\ln x|$；

(3) $y=\ln|x|$；　　(4) $y=\ln(1-x)$.

解　(1) $y=\ln(-x)$ 图形如图 1—9(实线)所示；(2) $y=|\ln x|$ 图形如图 1—9(虚线)所示；

(3) $y=\ln|x|$ 图形如图 1—10(实线)所示；(4) $y=\ln(1-x)$ 图形如图 1—10(虚线)所示.

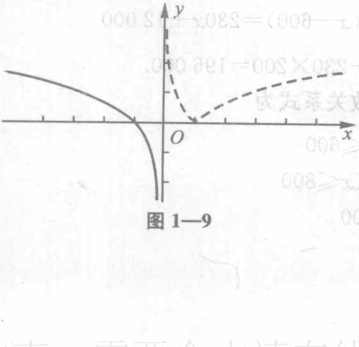

图 1—9

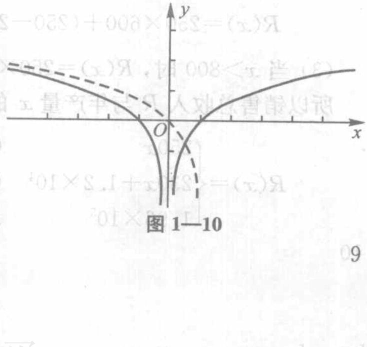

图 1—10