



普通高等教育“十一五”国家级规划教材

高等学校电子信息类教材

微波技术与天线

——电磁波导行与辐射工程

(第二版)

Microwave Technology and Antenna
Second Edition

© 殷际杰 编著 贾世楼 主审



电子工业出版社

PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY

<http://www.phei.com.cn>

普通高等教育“十一五”国家级规划教材

高等学校电子信息类教材

微波技术与天线

——电磁波导行与辐射工程

(第二版)

Microwave Technology and Antenna, Second Edition

殷际杰 编著 贾世楼 主审

电子工业出版社

Publishing House of Electronics Industry

北京 • BEIJING

内 容 简 介

本书是在作者三十多年教学及科研实践基础上编写而成的,系统讲述电磁场与电磁波、微波技术、天线的基本概念、理论、分析方法和基本技术。第二版广泛吸取了使用者的意见和建议,在保持初版基本结构和风格的同时,对部分章节作了调整和充实,并编制了教学课件。全书包括绪篇(电磁场理论概要)、上篇(微波传输线与微波元件)和下篇(天线基本原理与技术),分别讲述电磁场与电磁波的基本概念与规律,电磁波导行传输与控制手段,电磁波辐射传输及相关技术问题。

本书结构紧凑、内容精练、体系完整、思路贯通,可作为高等院校电子信息类专业电磁场与微波技术、天线原理等课程的本科生教材,也可供相关专业的研究生和工程技术人员参考。

本书配有教学课件(电子版),任课教师可从华信教育资源网(教育网: www.huaxin.edu.cn 或公共网: www.hxedu.com.cn)免费注册后下载。

未经许可,不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。
版权所有,侵权必究。

图书在版编目(CIP)数据

微波技术与天线:电磁波导行与辐射工程/殷际杰编著. —2版. —北京:电子工业出版社,2009.1
(高等学校电子信息类教材)

ISBN 978-7-121-06589-7

I. 微… II. 殷… III. ①微波技术—高等学校—教材②微波天线—高等学校—教材 IV. TN015 TN822
中国版本图书馆CIP数据核字(2008)第060396号

责任编辑:张来盛(zhangls@phei.com.cn) 吴健秋

印 刷:北京智力达印刷有限公司

装 订:北京中新伟业印刷有限公司

出版发行:电子工业出版社

北京市海淀区万寿路173信箱 邮编:100036

开 本:787×1092 1/16 印张:22.5 字数:576千字

印 次:2009年1月第1次印刷

印 数:4000册 定价:39.00元

凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题,请向购买书店调换。若书店售缺,请与本社发行部联系,联系及邮购电话:(010)88254888。

质量投诉请发邮件至 zltts@phei.com.cn,盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn。

服务热线:(010)88258888。

序

《微波技术与天线——电磁波导行与辐射工程》这本书，在讲述电磁场与电磁波基本理论的基础上，重点讨论电磁波的导行传输与辐射传输及其相关问题。基于电磁波作为信息载体的基本定位，这些基本原理和技术是电子信息科学的重要组成部分，是电子信息类专业学生和工程技术人员不可缺少的知识内容。

本书是根据作者多年来为电子信息工程、通信工程等专业本科生讲授“电磁场与微波技术”、“天线原理”等课程的讲稿整理、充实而成的，总结了作者多年教学和科研的实践经验。本书自2004年出版以来已印刷三次，受到读者的欢迎和好评，此次修订保持了原书的特色，其内容取舍更为合理，叙述语言更为准确和流畅。

本书思路贯通，注意内容的有机联系。在讲述原理的过程中，注意现象的物理内涵和必要的数学逻辑思维的有机结合，注意本课程内容与相关专业课程和工程实际的交织和衔接，注意严谨性和可读性相结合的讲述方法。本书特别注重讲清楚分析与解决问题的思路，讲清楚工程问题的理论分析方法，讲清楚分布的“场”与集总的“路”的关系。

本书在内容叙述上注意由浅入深，注意书的可读性。在每一篇的开始部分都写了提要，在每一章之后对全章内容进行小结，并附典型思考题。书后附录汇集了与本课程相关的有用资料。

本书吸收了近年来国内同类型图书的长处，又注意改进现有图书的不足之处，是一部优秀的教材和图书，既可作为电子信息类大学本科生在学习电磁场与电磁波、微波技术及天线等课程的教材，也可作为相关专业本科生教学参考书或电子信息类工程技术人员参考书。

哈尔滨工业大学 贾世楼

2008年2月25日

前 言

《微波技术与天线——电磁波导行与辐射工程》自 2004 年 6 月出版以来,迄今已印刷三次,这表明一些院校的教师、学生及工程技术界的同仁对本书的编写思路、内容安排和叙述方法的认同。在汲取读者意见和建议并融入我本人对一些问题进一步思考的基础上,在电子工业出版社的积极支持下,进行了本书第二版的编写。

“微波技术与天线”(以下简称场与波)课程的主旨是讲述电磁波的导行与辐射传输,及其在电子信息技术中的应用。其基本原理与技术是电子信息科学的重要组成部分,是电子信息类专业学生和工程技术人员不可缺少的知识储备内容。我本人从事本专业特别是场与波方面的教学和科研工作多年,深知这方面的知识概念多而抽象,运用数学知识多且工程性强,历来是难学和难教的课程。因此我一直在思考着:面对电子信息科学的飞速发展,场与波的课程应该让学生掌握哪些内容,达到怎样的深度;如何更便于学生接受,使之建立起学习兴趣,并给他们留有独立思考的空间等。在本书编写中一定程度上体现了我的上述思考和认识。

本书第二版保持了第一版的编写思路和框架结构,对一些章节的内容进行了调整和充实,使之能与电子信息技术的发展更好地衔接,并对叙述语言作了必要的修正,使之更为准确和顺畅。为便于课堂教学,配合本书编制了一套教学课件可供使用,任课教师可登录华信教育资源网(教育网: www.huaxin.edu.cn 或公共网: www.hxedu.com.cn) 免费注册后进行下载。

本书内容由三部分组成:绪篇建立电磁场与电磁波的基本概念和基本规律,以及在不同时空条件下的具体体现;上篇讲述电磁波的导行规律和导行机构,以及对导行波控制的相关问题;下篇讲述电磁波的辐射传输及其机构——天线。此次编写还选用了王新超、李杰、孙菲和徐晶等同学毕业论文中的部分结果,这使得书中相应部分的内容更为充实和具体。本书可作为电子信息类专业大学本科学习“电磁场与电磁波”、微波技术和天线等课程的教材,教学时数以 80~100 学时为宜。本书在编写时也考虑到本专业工程技术人员的阅读方便。

本书第二版的编写工作是由我和牛晓霞同志共同完成的。她绘制了书中用图和承担书稿的整理加工工作,并精心设计制作了配合本书的教学课件。燕山大学信息科学与工程学院暨电子通信工程系的领导及我的同事们,对本书编写工作极为关注并给予了全力的支持。

哈尔滨工业大学贾世楼教授审阅了书稿。他对本书给予了很高的评价,在充分肯定本书特色的同时,提出了宝贵的意见和建议,并为之作序热情地向读者推荐本书。

电子工业出版社,特别是许楷和张来盛同志积极支持本书的编写出版和修订再版,他们的信任和鼓励使我深为感动。

在此我向以上各位同志表示衷心的感谢。

本书第二版的编写,正值我夫人姜克敏老师罹患重病家事陷入困境之时。她在病痛之中还劝诫我:打起精神把书写好,要呈献给读者一本易读实用、值得保存的书。我把这话记述于此,是为镜鉴。

殷际杰

2008 年 2 月于秦皇岛

目 录

绪篇 电磁场理论概要

第 1 章 电磁场与电磁波的基本概念和规律	(3)
1.1 电磁场的四个基本矢量	(3)
1.1.1 电场强度 E	(3)
1.1.2 高斯 (Gauss) 定律	(6)
1.1.3 电通量密度 D	(8)
1.1.4 电位函数 φ	(9)
1.1.5 磁通密度 B	(9)
1.1.6 磁场强度 H	(10)
1.1.7 磁力线及磁通连续性定理	(13)
1.1.8 矢量磁位 A	(13)
1.2 电磁场的基本方程	(14)
1.2.1 全电流定律: 麦克斯韦第一方程	(15)
1.2.2 法拉第-楞次 (Faraday-Lenz) 定律: 麦克斯韦第二方程	(15)
1.2.3 高斯定律: 麦克斯韦第三方程	(16)
1.2.4 磁通连续性原理: 麦克斯韦第四方程	(16)
1.2.5 电磁场基本方程组的微分形式	(16)
1.2.6 不同时空条件下的麦克斯韦方程组	(17)
1.3 电磁场的媒质边界条件	(20)
1.3.1 电场的边界条件	(20)
1.3.2 磁场的边界条件	(23)
1.3.3 理想导体与介质界面上电磁场的边界条件	(24)
1.3.4 镜像法	(25)
1.4 电磁场的能量	(26)
1.4.1 电场与磁场存储的能量	(26)
1.4.2 坡印廷 (Poynting) 定理	(26)
1.5 依据电磁场理论形成的电路概念	(27)
1.5.1 电路是特定条件下对电磁场的简化表示	(27)
1.5.2 由电磁场方程推导出的电路基本定律	(29)
1.5.3 电路参量	(31)
1.6 电磁波的产生——时变场源区域麦克斯韦方程的解	(36)
1.6.1 达朗贝尔 (D'Alembert) 方程及其解	(37)
1.6.2 电流元辐射的电磁波	(38)
1.7 平面电磁波	(42)
1.7.1 无源区域的时变电磁场方程	(42)

1.7.2 理想介质中的均匀平面电磁波	(43)
1.7.3 导电媒质中的均匀平面电磁波	(46)
1.8 均匀平面电磁波在不同媒质界面的入射反射和折射	(50)
1.8.1 电磁波的极化	(50)
1.8.2 均匀平面电磁波在不同媒质界面上的垂直入射	(52)
1.8.3 均匀平面电磁波在不同媒质界面上的斜入射	(54)
本章小结	(62)
习题一	(66)

上篇 微波传输线与微波元件

第2章 传输线的基本理论	(71)
2.1 传输线方程及其解	(71)
2.1.1 传输线的电路分布参量方程	(72)
2.1.2 正弦时变条件下传输线方程的解	(73)
2.1.3 对传输线方程解的讨论	(76)
2.2 无耗均匀传输线的工作状态	(80)
2.2.1 电压反射系数	(80)
2.2.2 传输线的工作状态	(82)
2.2.3 传输线工作状态的测定	(88)
2.3 阻抗与导纳圆图及其应用	(89)
2.3.1 传输线的匹配	(90)
2.3.2 阻抗圆图的构成原理	(92)
2.3.3 阻抗圆图上的特殊点和线及点的移动	(94)
2.3.4 导纳圆图	(96)
2.3.5 圆图的应用举例	(97)
2.4 有损耗均匀传输线	(100)
2.4.1 线上电压、电流、输入阻抗及电压反射系数的分布特性	(100)
2.4.2 有损耗均匀传输线的传播常数	(102)
2.4.3 有损耗均匀传输线的传输功率和效率	(103)
本章小结	(104)
习题二	(107)
第3章 微波传输线	(110)
3.1 平行双线与同轴线	(110)
3.1.1 平行双线传输线	(110)
3.1.2 同轴线	(111)
3.2 微带传输线	(113)
3.2.1 微带线的传输模式	(114)
3.2.2 微带线的传输特性	(116)
3.3 矩形截面金属波导	(118)
3.3.1 矩形截面波导中场方程的求解	(118)
3.3.2 对解式的讨论	(124)

3.3.3	矩形截面波导中的 TE_{10} 模	(128)
3.3.4	矩形截面波导的使用	(135)
3.4	圆截面金属波导	(136)
3.4.1	圆截面波导中场方程的求解	(136)
3.4.2	基本结论	(139)
3.4.3	圆截面波导中的三个重要模式 TE_{11} 、 TM_{01} 与 TE_{01}	(143)
3.4.4	同轴线中的高次模	(146)
3.5	光波导	(146)
3.5.1	光纤的结构形式及导光机理	(146)
3.5.2	单模光纤的标量近似分析	(149)
	本章小结	(154)
	习题三	(156)
第 4 章	微波元件及微波网络理论概要	(157)
4.1	连接元件	(157)
4.1.1	波导抗流连接	(157)
4.1.2	同轴线——波导转接器	(158)
4.1.3	同轴线——微带线转接器	(159)
4.1.4	波导——微带线转接器	(159)
4.1.5	矩形截面波导——圆截面波导转接器	(160)
4.2	波导分支接头	(161)
4.2.1	E-T 分支	(161)
4.2.2	H-T 分支	(162)
4.2.3	双 T 分支	(162)
4.3	波导 R, L, C 元件	(163)
4.3.1	匹配负载和衰减器	(163)
4.3.2	电抗元件	(166)
4.4	定向耦合器	(169)
4.4.1	定向耦合器的基本指标	(169)
4.4.2	波导窄壁双孔耦合定向耦合器	(170)
4.5	阻抗变换器与阻抗调配器	(172)
4.5.1	阻抗变换器	(172)
4.5.2	阻抗调配器	(177)
4.6	微波谐振器	(180)
4.6.1	角柱腔——从传输模到谐振模	(181)
4.6.2	圆柱腔	(186)
4.7	微波铁氧体元件	(190)
4.7.1	微波铁氧体的物理特性	(190)
4.7.2	场移式隔离器	(191)
4.7.3	环流器	(192)
4.8	微波元件等效为微波网络	(192)
4.8.1	构成微波网络必须考虑的一些问题	(193)

4.8.2	二端口微波网络	(194)
4.9	微波网络的散射参量与传输参量	(198)
4.9.1	散射参量	(198)
4.9.2	传输参量	(199)
4.10	二端口微波网络参量	(199)
4.10.1	二端口微波网络参量的相互转换	(199)
4.10.2	特定情况下二端口微波网络参量的性质	(200)
4.10.3	基本单元二端口微波网络的参量	(203)
4.10.4	微波网络参量的测定	(204)
4.11	微波网络的外特性参量	(205)
4.11.1	电压传输系数 T	(205)
4.11.2	插入衰减 L	(206)
4.11.3	插入相移 θ	(206)
4.11.4	输入驻波比 ρ	(207)
	本章小结	(207)
	习题四	(209)

下篇 天线基本原理与技术

第 5 章	天线理论基础	(215)
5.1	电流元的辐射场	(215)
5.2	行波长天线	(218)
5.3	自由空间中的对称振子天线	(221)
5.3.1	对称振子上的电流	(222)
5.3.2	对称振子天线的辐射场	(222)
5.4	发射天线的电特性参量	(224)
5.4.1	天线的方向性特性参量	(224)
5.4.2	天线辐射波的极化	(228)
5.4.3	天线的辐射功率与辐射电阻	(228)
5.4.4	天线的方向系数和增益	(230)
5.4.5	天线的输入阻抗	(232)
5.4.6	天线的有效长度	(237)
5.4.7	天线的工作频带宽度	(238)
5.5	接收天线	(238)
5.5.1	接收天线接收电磁波的物理过程	(238)
5.5.2	天线的互易定理	(239)
5.5.3	天线的有效接收面积	(241)
5.5.4	付里斯 (Friis) 传输公式	(242)
5.5.5	接收天线的等效噪声温度	(243)
5.6	天线阵列	(245)
5.6.1	二元天线阵列	(245)
5.6.2	N 元均匀直线阵列	(251)

5.6.3	圆阵	(257)
5.6.4	面阵、体阵和连续元阵	(258)
5.6.5	对称振子阵列的输入阻抗	(261)
5.7	相控阵与智能天线的基本原理	(267)
5.7.1	相控天线阵列	(267)
5.7.2	智能天线的基本原理——波束形成	(269)
5.8	地面对天线特性的影响	(271)
5.8.1	远离地面架设的天线	(271)
5.8.2	近地架设的天线	(273)
5.9	离散阵列中其他常用单元线状天线	(278)
5.9.1	折合振子	(278)
5.9.2	圆环天线	(279)
5.10	以时变电场和时变磁场为源的基本辐射元	(286)
5.10.1	基本口径面辐射源——惠更斯(Huygens)元	(286)
5.10.2	基本隙缝辐射元	(289)
	本章小结	(291)
	习题五	(292)
第6章	工程中常用的典型天线	(294)
6.1	电磁波在自然环境中的传播	(294)
6.1.1	地表面波(地波)传播	(295)
6.1.2	电离层反射(天波)传播	(296)
6.1.3	直视(空间波)传播	(298)
6.1.4	各波段电磁波的传播	(300)
6.2	直立天线	(300)
6.2.1	直立天线的辐射场与方向性	(301)
6.2.2	直立天线的特性参量	(302)
6.2.3	直立天线性能的改善	(304)
6.3	水平偶极天线	(306)
6.3.1	方向函数与方向图	(306)
6.3.2	基本特性参数	(308)
6.3.3	天线架设参数的选择	(308)
6.4	菱形天线	(309)
6.4.1	菱形天线的构成及基本工作原理	(310)
6.4.2	菱形天线的架设	(311)
6.5	引向天线	(312)
6.5.1	引向天线的工作原理	(312)
6.5.2	辐射特性的分析计算方法	(314)
6.5.3	引向天线特性参量的近似计算	(315)
6.6	螺旋天线	(317)
6.6.1	螺旋天线的结构与辐射模式	(317)

6.6.2 轴向辐射模式螺旋天线的方向性	(318)
6.7 正交振子与电视发射天线	(320)
6.7.1 正交振子的辐射	(321)
6.7.2 翼面振子	(322)
6.8 移动通信用天线	(323)
6.8.1 手持机(移动台)用天线	(323)
6.8.2 基站台用天线	(323)
6.9 波导隙缝阵列天线	(324)
6.9.1 隙缝天线	(325)
6.9.2 波导隙缝天线阵列	(325)
6.10 微带贴片天线的基本原理	(327)
6.10.1 矩形贴片微带辐射元	(327)
6.10.2 微带贴片天线的馈电	(328)
6.11 口径面天线	(329)
6.11.1 波导终端口径面的辐射特性	(329)
6.11.2 电磁喇叭	(331)
6.11.3 抛物反射面天线	(333)
6.11.4 双反射面天线	(335)
本章小结	(336)
习题六	(337)
附录	(339)
附录 A 矢量运算公式	(339)
附录 B 矩形截面波导参数	(341)
附录 C 圆截面波导参数	(342)
附录 D 平行双线与同轴线的分布参数	(344)
附录 E 常用硬同轴线参数	(344)
附录 F 常用射频同轴电缆参数	(345)
附录 G 常用金属导体材料性能	(345)
附录 H 常用介质材料性能	(346)
附录 I 电离层的基本参数	(346)
附录 J 电磁波频谱划分	(347)
附录 K 微波波段划分	(347)
附录 L 民用电磁波频率	(347)
参考文献	(348)

绪 篇

电磁场理论概要

提要：导行与辐射传输的电磁波，是现代通信技术中的基本信息载体，在研究电磁波导行与辐射传输问题之时，应先建立关于电磁场与电磁波的基本概念，然后熟知它们遵循的基本规律，继而掌握它们在信息传输中的运用。本篇作为全书的基础篇，对电磁场理论只作简要的讲述，而不追求电磁学自身理论体系的完整。

本篇具体内容为，在总括电磁现象基本规律的基础上，重点研讨在不同时空条件下，特别是在正弦时变情况下，麦克斯韦方程的表述形式及媒质界面上电场、磁场服从的规律。电信技术中场与波的根本问题是求解场在空间的分布。对静电场（含恒流电场）及恒流磁场的讲述，在本书中旨在建立概念、训练方法和求算电路参量；而重点在于对正弦时变电磁场于无源区域和有源区域求解问题的研讨，为电磁波导行及辐射问题的研究做好铺垫。

第1章 电磁场与电磁波的基本概念和规律

人类发现电磁现象为时久远,但是建立电场、磁场的概念,确定它们各自的表征量,发现并通过实验总结出电磁现象的规律,进而揭示出时变情况下电与磁的相互依存关系等,则是近200年所取得的研究成果。

1.1 电磁场的四个基本矢量

1.1.1 电场强度 E

对电磁现象的研究是从静电问题开始的。作为场源的时不变电荷 Q ,在其周围空间中某确定位置 P 处(称为场点)建立的**电场强度 E** ,是以该点处作为检验电荷的单位正电荷 q 所受静电力 F 的量值与方向定义的(如图1-1所示),即

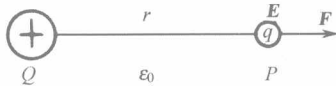


图 1-1

$$E = \frac{F}{q} \quad (1-1)$$

要求检验电荷 q 必须足够小,以不致影响 Q 的电场。根据库仑(Coulomb)定律,有

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Qq}{r^2} \cdot a_r \quad (1-2)$$

$$\therefore E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cdot a_r \quad (1-3)$$

式中, ϵ_0 为空间(真空)中的介电常数, $\epsilon_0 = \frac{1}{36\pi} \times 10^{-9} \text{ F/m}$ (法/米); r 是场点至源点的距离; a_r 是电场力即 q 受力方向的单位矢量。在国际单位制(SI)中,电场强度 E 的单位是 V/m (伏/米)。

这就是说,作为场源的电荷 Q 在其周围空间建立起其电场,场的存在及不同位置处场的量值、方向是用静电力来表征的。电场强度 E 是一矢量函数。

空间一点处的电场强度 E ,应是不同位置处的场源在该点建立的电场强度的叠加,这是一个矢量和。因此场点处的 E 与场源电荷的分布状况密切相关。

例 1-1 长为 l 的直导线,以线密度 ρ_l (单位: C/m) 均匀分布电荷,求线外距导线距离 r_0 的 P 点处的电场强度。

解: 参照图 1-2,不计导线截面积,使导线 l 与 z 轴重合。导线外部空间介电常数设为 ϵ_0 。

求解此题采用圆柱坐标系方便,令导线中点为坐标原点。导线 l 上任意位置 z 处微分段 dz 的电荷量为 $\rho_l dz$,视为点电荷,它在 P 点处建立的电场强度设为 dE ,则

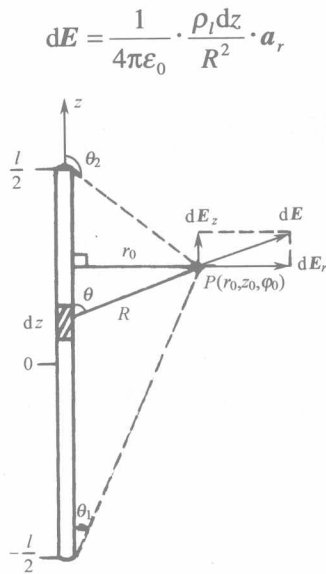


图 1-2

把 dE 用圆柱坐标系的三个坐标分量表示为

$$dE_r = dE \sin \theta$$

$$dE_z = dE \cos \theta$$

$$dE_\varphi = 0$$

场点 P 的位置在圆柱坐标系中为 $P(r_0, z_0, \varphi_0)$ ，由几何关系

$$R = \frac{r_0}{\sin \theta} = r_0 \csc \theta$$

$$z = z_0 - r_0 \cot \theta$$

$$dz = r_0 \csc^2 \theta d\theta$$

$$\therefore dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\rho_l r_0 \csc^2 \theta d\theta}{r_0^2 \csc^2 \theta} = \frac{\rho_l d\theta}{4\pi\epsilon_0 r_0}$$

$$dE_r = \frac{\rho_l \sin \theta d\theta}{4\pi\epsilon_0 r_0}$$

$$dE_z = \frac{\rho_l \cos \theta d\theta}{4\pi\epsilon_0 r_0}$$

全导线 l 上的电荷在 P 点建立的场，应是线上无穷多个 dz 段的电荷在 P 点的电场叠加，这是一连续叠加矢量和。其坐标方向分量为

$$E_r = \int_{\theta_1}^{\theta_2} dE_r = \frac{\rho_l}{4\pi\epsilon_0 r_0} (\cos \theta_1 - \cos \theta_2)$$

$$E_z = \int_{\theta_1}^{\theta_2} dE_z = \frac{\rho_l}{4\pi\epsilon_0 r_0} (\sin \theta_2 - \sin \theta_1)$$

$$E_\varphi = 0$$

表示为圆柱坐标系中的矢量为

$$\mathbf{E} = \mathbf{a}_r E_r + \mathbf{a}_z E_z$$

显然, 因导线 l 的对称结构, 其外部空间场分布也是旋转对称的。

若导线为无限长, 即 $l \rightarrow \infty$, 则图 1-2 中 $\theta_1 \rightarrow 0$, $\theta_2 \rightarrow \pi$, 此种情况下

$$E_r = \frac{\rho_l}{2\pi\epsilon_0 r_0}$$

$$E_z = 0$$

$$E_\phi = 0$$

表示成矢量形式为

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{a}_r \rho_l}{2\pi\epsilon_0 r_0}$$

即线外空间的电场强度方向垂直于导线表面, 量值与电荷线密度 ρ_l 成正比, 与距离 r_0 成反比。

例 1-2 真空中一均匀带电无限大无限薄平面, 电荷面密度为 σ (单位: C/m^2), 求平面前距离为 R 的 P 点处的电场强度。

解: 参考图 1-3, 由 P 向平面作垂线, 与平面交点为 O , $|PO| = R$ 。在平面上以 O 为圆心, 以变量 x 为半径作宽为 dx 的圆环带, 此圆环带电荷元的电荷量为 $\sigma 2\pi x dx$, 圆环带上一微分面积 dA 的电荷量为 σdA 。

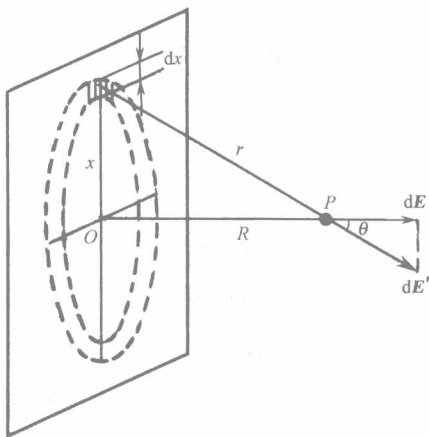


图 1-3

视此微分面积上的电荷为点电荷, 其在 P 点处的电场强度 $d\mathbf{E}'$ 为

$$d\mathbf{E}' = \frac{\mathbf{a}_r \sigma dA}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

将 $d\mathbf{E}'$ 表示为与平面垂直和平行的分量, 因对称关系, 整个圆环带上各微分面积电荷在 P 点处的电场强度相互叠加, 与平面平行的分量相互抵消, 垂直于平面的分量和为 dE :

$$dE = \frac{\sigma 2\pi x dx}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cos\theta = \frac{R\sigma 2\pi x dx}{4\pi\epsilon_0 (R^2 + x^2)^{3/2}}$$

场点 P 处的由此无限大带电平面产生的电场强度, 可由 dE 沿无限大平面的积分求得 (其方向垂直于平面):

$$E = \int_0^{\infty} \frac{R\sigma 2\pi x}{4\pi\epsilon_0(R^2 + x^2)^{3/2}} dx = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

无限大均匀带电平面只是一种理论模型, 从本例题求解结果可知, 此平面外任意点处的电场强度都与平面垂直, 且与距离 R 及场点的位置无关, 即此平面外的电场是均匀的。在工程实际中, 平行板电容器极板间电场 (忽略极板边缘的电场不均匀) 可与此情况近似。

1.1.2 高斯 (Gauss) 定律

在电场强度矢量场中, 每一场点处 $\mathbf{E}$ 都有确定的方向和量值, 场在空间的分布可表示为一矢量函数。矢量场可以用矢量线直观地表示, 电场强度矢量的空间分布也可以用电场矢量线——电力线来表示。依矢量线的表述规则, 电力线上任意位置处的切线方向应与此点处的电场强度矢量方向一致; 而通过垂直于电场强度矢量方向的单位面积的电力线数, 应正比于此点处的电场强度量值。据此, 读者不难用电力线表示上面两个例题中电场强度的空间分布。

矢量函数 $\mathbf{E}$ 沿曲面 S 的积分称之为 $\mathbf{E}$ 在 S 面上的通量, 若用 $\mathbf{E}$ 矢量线来表述, 这个通量可看做穿越 S 面的 $\mathbf{E}$ 矢量线的多少。

现在考察真空中的正电荷 Q , 求包围 Q 的闭合曲面上电场强度矢量 $\mathbf{E}$ 的通量。显然, 求以电荷 Q 所在的源点为球心、 r 为半径的球面上的通量是最便捷的。球面上每一点处 Q 所产生的电场强度 $\mathbf{E}$ 都一样, 即

$$\mathbf{E} = \frac{a_r Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

$\mathbf{E}$ 在整个球面上的通量为

$$\oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q}{\epsilon_0} \quad (1-4)$$

这个结果表明, 电场强度 $\mathbf{E}$ 在闭合面上的通量等于该闭合面所包围电荷量与介电常数之比。这一表明电荷与其电场强度关系的规律称为高斯定律, 更规范的数学表达式为

$$\oint_S \epsilon \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \sum q = \int_V \rho dV \quad (1-5)$$

式中, V 是闭合面 S 所包围的体积, $\sum q$ 表示闭合面 S 包围的电荷代数和, ρ 为闭合面 S 内电荷的体密度。

矢量函数的通量是标量, 其正负表示矢量线穿越的方向。作为静电学基本定律之一的高斯定律, 也可推广到时变电场中。

在某些特定情况下, 用高斯定律求解电场问题是很简便的。

例 1-3 运用高斯定律求算在电荷均匀分布的无限长直导线外, 与导线距离 r_0 的 P 点处的电场强度。电荷线密度为 ρ_l (单位: C/m)。

解: 参阅例 1-1 的图 (图 1-2), 由于无限长直导线的对称结构, 使其电场分布具有对称性, $\mathbf{E}$ 只含有与导线轴垂直的径向分量 E_r , 且 E_r 与 z , φ 无关。过 P 点作以导线轴线为轴、以 r_0 为半径、长为 l 的圆柱面——称之为高斯面, 计算 $\mathbf{E}$ 在此圆柱面上的通量。因 $\mathbf{E}$ 与圆柱面上下端面平行, 在此两端面上不存在 $\mathbf{E}$ 的通量, 所以高斯面上 $\mathbf{E}$ 的通量为

$$\oint_S \mathbf{E} d\mathbf{S} = E_r \cdot 2\pi r_0 l = \frac{\rho_l l}{\epsilon_0}$$