花 1 小时的家教成本，

请回 1 学期的家教老师！

北师大版

数学

七年级下学期

FEICHANGJIAJIAO

非常家教

解析

⊙重点

⊙难点

⊙疑点

⊙青岛出版社

《非常家教》出版说明

知识导航 提纲挈领　帮你明确学习目的，了解章节基本内容，梳理清晰的线索，是你课前预习的良师。

要点点拨 有的放矢　直击重点、难点与考点，点拨核心知识点，记录课堂讲评要点，是你课堂学习的益友。

典例详析 举一反三　精选典型例题，通透讲解，明示诀窍，详析规律，纠正误区，是你快速提高的捷径。

基础自测 知根知底　题目难度适中，涵盖章节基本内容，力求夯实基础，可用于课后及时检测，是你巩固根本的秘方。

能力拓展 触类旁通　优中选精，拒绝题海。帮你有效提升创新能力，增强学习的信心，打造智慧与成功之旅。

学习指南 授人以渔　帮你归纳学习方法，及时总结解题思路，增强学习效果，探求为学之道。

章末总结 温故知新　串联知识点，梳理知识结构；明确中考定位，把握命题趋势；指点迷津，是你自主复习的“非常家教”。

本章测评 量身定做，查漏补缺　名家精心挑选全面涵盖本章内容的各种形式的习题，帮你巩固知识，及时发现不足，从而使复习更有针对性，事半功倍。

挑战中考 因为似曾相识，所以游刃有余！

期中测评 行百里者半九十，一定要再接再厉！

期末测评 面对优异的成绩，非常家教平常心！

目录

第一章 整式的运算

1.1 整式

知识导航 勇于开始，才能找到成功的路

1. 单项式

表示______与______的乘积的代数式，叫做单项式；一个单项式中，所有字母的______叫做这个单项式的次数.

2. 多项式

几个单项式的______叫做多项式；一个多项式中，______的次数叫做这个多项式的次数.

3. 整式

________和________统称整式.

要点点拨 读书不知要领，劳而无功

1. 单项式

(1)单项式的概念

由数与字母的乘积组成的代数式叫做单项式，这里的“数”可以是我们现在学过的任何数. 由此可知单项式反映的是数与字母之间的一种运算关系，且这种运算关系只含乘法运算. 单项式的分母不含字母，分子不含加减运算. 如$\frac{(x-3)^2}{2}$形式的代数式就不是单项式；而$\frac{y^3}{2x^2}$形式的代数式也不是单项式，因为它不是整式. 按照单项式的定义，它主要有5种情形：①单独的一个数，如7，-3等；②单独的一个字母，如m，y等；③数与数的积，如3π等；④字母与字母的积，如xy^2等；⑤数与字母的积，如$2ab$等. 故判断单项式的方法主要从两个角度出发：一是看运算中是否只含乘法运算；二是看分母中含不含字母.

(2)单项式的系数与次数

单项式的系数是指单项式中的数字因数，它包括前面的符号；单项式的次数是指单项式中所有字母的指数的和，如$0.1ab$，x^2y，$-\frac{xy^2}{3}$中的系数和次数分别是：0.1，2；1，3；$-\frac{1}{3}$，3；次数仅仅与字母有关.

2. 多项式

(1)多项式的概念

几个单项式的和叫做多项式，每个单项式都叫做多项式的项. 例如$5x^2-3x+2$是多项式，在这个多项式中，每个单项式$5x^2$，$-3x$，2都是多项式的项，其中不含字母的项叫常数项.

(2)多项式的次数与单项式次数的区别和联系

多项式的项是单项式，每一项都有次数，在比较各项的次数大小的基础上，把多项式中次数最高项(即其中的一个单项式)的次数定义为多项式的次数，所以，在某种程度上来说，多项式的次数就是组成多项式的其中次数最高的一个单项式的次数.

3. 整式

单项式和多项式统称整式. 即整式$\begin{cases}\text{单项式}\\\text{多项式}\end{cases}$

【注意】 (1)一个代数式如果是多项式，那么它就不会是单项式；如果一个代数式是单项式，那么它也不会是多项式. (2)“单项式和多项式统称为整式”，这个定义清楚地说明，在整式的家族中，只有单项式与多项式这两类成员而无其他成员.

核心记忆

1. 正确理解整式的意义. 例如$\frac{ab}{a+b}$不是整式.

2. 单项式的系数是π的时候，容易漏掉π而把“π”当成字母，事实上，π是一个数字而不是字母，例如单项式$\frac{2\pi x}{3}$的系数为$\frac{2\pi}{3}$，而不是$\frac{2}{3}$.

3. 单项式的次数容易看错. 例如单项式3^2xy^2的次数为3，而不是5. 因为单项式的次数是指所有字母指数的和，而不是数字的指数与字母的指数的和.

4. 求多项式的次数的步骤：①先求出多项式中每一项的次数，方法与求单项式的次数相同；②取这些次数中的最高次数作为多项式的次数.

典例详析 读书之法，莫贵于循序而致精

例题1

指出多项式$-3x+7y-5$是几次几项式，并指出多项式的各项.

错解

此多项式是二次三项式，各项分别为$3x$，$7y$，5.

错因

①将多项式的次数与未知数的个数相混淆；②多项式的项包括它前面的符号.

【正解】 此多项式是一次三项式，各项为$-3x$，

$7y$，-5.

例题 2

下列说法正确的是（　　）

A. 单项式$\frac{-2x^2y}{3}$的系数是-2，次数为 3

B. 单项式 a 的系数是 0，次数是 0

C. $-3x^2y+4x-1$ 是二次三项式

D. 单项式$-\frac{3^2mn}{2}$的次数是 2，系数是$-\frac{9}{2}$

指点迷津

除以 3 可以看作乘以$\frac{1}{3}$，故$\frac{-2x^2y}{3}$的系数为$-\frac{2}{3}$，而不是-2；a 的系数为 1，次数也是 1；$-3x^2y+4x-1$ 的最高次项是$-3x^2y$，是 3 次，不是 2 次；单项式$-\frac{3^2mn}{2}$的次数是 2，不要错认为 $2+1+1=4$ 次，系数为$\frac{-3^2}{2}=-\frac{9}{2}$，故选 D.

【答案】 D

解题诀窍

本题必须对多项式的各项的系数、每一项各自的次数及它所含各项的次数最高是哪一项等概念有透彻理解，才能抓住本质作出准确判断.

例题 3

对于单项式$-\frac{1}{2}\pi a^{2m+3}b^2c$，

(1)这个单项式的系数是什么？

(2)如果它是一个十次单项式，试求 m 的值.

指点迷津

数字因数为单项式的系数，其中 π 也是一个常数，这一点应注意. 在(2)中利用次数定义得到方程，问题可以解决.

【解】 (1)这个单项式的系数是$-\frac{1}{2}\pi$.

(2)由单项式次数的意义可知：$2m+3+2+1=10$. 故 $m=2$. 即当 $m=2$ 时，单项式$-\frac{1}{2}\pi a^{2m+3}b^2c$ 是一个十次式.

解题诀窍

解决类似的题目时，应注意系数包括项前面的符号及所有数字因数，不能忽视类似于 π 这样的数的识别，同时可借用单项式的次数定义，逆求其指数中待定字母的值，应注意体会.

例题 4

若单项式$-\frac{1}{2}x^{m+1}y^n$ 的次数是 5，且 m 为正整数，n 为质数，求 m、n 的值.

指点迷津

单项式的次数是指所有字母的指数和.

【解】 $\because -\frac{1}{2}x^{m+1}y^n$ 的次数是 5，$\therefore m+1+n=5$，$m+n=4$.

又$\because m$ 为正整数，n 为质数，$\therefore n=2$ 或 $n=3$.

$\therefore n=2$，$m=2$；或 $n=3$，$m=1$.

友情提示

注意定义的正确使用，通过数与数之间的相互制约，有时未知数也可得解.

基础自测

做的技艺，来自做的过程

1. 下列说法正确的是（　　）

A. x^3yz^2 没有系数

B. $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}+\frac{c^2}{6}$不是整式

C. 42 是一次单项式

D. $8x-5$ 是一次二项式

2. 下列代数式中，不是单项式的是（　　）

A. $1-a$　　　B. 0

C. $-a$　　　D. a

3. 下列说法正确的是（　　）

A. 单项式 a 的指数是 0

B. 单项式 a 的系数是 0

C. 2^4x^3 是七次单项式

D. -1 是单项式

4. 下面说法正确的是（　　）

A. $\frac{1}{x^2}$是二次式

B. $\frac{1}{x^2}$不是整式

C. x^2+x^3 是五次多项式

D. $-3x^3y^2z$ 的系数是 3

5. 下面说法正确的是（　　）

A. 一个代数式不是单项式，就是多项式

B. 单项式是整式

C. 整式是单项式

D. 以上说法都不对

6. 单项式$\frac{-x^2y}{7}$的系数是________，次数是________.

7. 多项式 $xy-9xy+5xy^2-25$ 的二次项系数之和是________.

8. 在 xy、-2、$-\frac{1}{4}x^3+1$、$a+b$、$-m^3n$、$\frac{x^3}{4}$、$\frac{ab^3}{2}$、$\frac{1}{\pi}ab$、$\frac{5-y}{x}$中，单项式为________________________，多项式为________________，整式为________________________.

9. 根据题意列出整式：三角形的高是底的$\frac{1}{2}$，底为 x 厘米，则这个三角形的面积是________厘米^2.

10. 若$-2a^{m+2}b^4$ 是七次单项式，则 $m=$______；若$-\frac{6a^{n-1}b^2}{7}$是三次单项式，则 $n=$______.

11. 若$-3x^my^n$ 是五次单项式，则 $2(m+n)$的值为______.

能力拓展

有志者自有千方百计，无志者只感千难万难

12. 组成多项式 $2x^2-x-3$ 的单项式是下列几组中的 (　　)

A. $2x^2$，x，3　　B. $2x^2$，$-x$，-3

C. $2x^2$，x，-3　　D. $2x^2$，$-x$，3

13. 多项式$(a-1)x^3+x^b-1$ 是关于 x 的一次式，则 a、b 的值分别为 (　　)

A. 0，3　　B. 0，1

C. 1，2　　D. 1，1

14. 若$(3m-2)x^2y^{n+1}$是关于 x、y 的系数为 1 的五次单项式，则 $m-n^2=$________.

15. $-3xy^{\frac{2}{5}k+1}p^5$ 与 $4.6x^3y^4$ 的次数相同，求 k 的值.

16. 如图 1－1－1 所示，图中长方形的长为 a，宽为 b，用单项式或多项式表示阴影部分的面积.

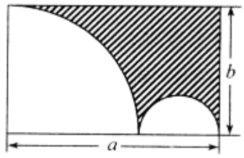

图 1－1－1

学习指南

学习最大的敌人是遗忘

1. 求单项式的系数及次数时，紧扣单项式的系数及次数的定义即可，在求次数时注意两点：(1)单独一个非零数的次数为 0. (2)次数为所有字母的指数和.

2. 如何判断单项式、多项式必须对它们的概念准确理解，把概念作为判断的标准.

3. 单项式和多项式统称为整式，要学好整式也就是要学好单项式和多项式，明确单项式的次数与多项式的次数的区别与联系.

1.2　整式的加减

知识导航

勇于开始，才能找到成功的路

1. 同类项与合并同类项

________________叫同类项，________________叫合并同类项.

2. 整式的加减运算

进行整式加减运算时，如果遇到括号先__________，再合并________.

3. 去括号

(1) $(x-y)-(m+n)=$________；

(2) $-a^3-(-3a^2+2a-1)=$________；

(3) $-(m-2n)+(-m^2+2n^2)=$________.

要点点拨

读书不知要领，劳而无功

1. 同类项概念

所含字母相同，并且相同字母的指数也分别相等的项叫做同类项. 另外，所有的常数项都是同类项.

【注意】 (1)判断几个单项式是否同类项有两个条件：所含字母相同；相同字母的指数分别相等. 同时

具备这两个条件者是同类项，二者缺一不可.

(2)同类项与它们的系数大小无关，与字母的顺序也无关.

(3)所有的常数项都是同类项.

2. 合并同类项的概念

把多项式中的同类项合并成一项，叫做合并同类项.

合并同类项的方法是：同类项的系数相加作为系数，字母和字母的指数不变.

【注意】(1)合并同类项之前要先判断出谁与谁是同类项，当项数很多时，我们通常在同类项下面作上相同的标记.

如 $x^3\underline{-x^2y}+\underline{\underline{xy^2}}+\underline{x^2y}-\underline{\underline{xy^2}}+y^2$，这样合并时就一目了然了.

(2)多项式中的同类项可以是很多项，其合并方法和上面的方法是一样的.

3. 整式的加减运算

整式的加减运算就是去括号、合并同类项. 去括号时一要注意符号问题，如括号前是"+"号，把括号和它前面的"+"号一起去掉，括号里各项的符号都不变；如括号前是"−"号，把括号和它前面的"−"号一起去掉，括号里各项的符号都要改变. 合并同类项时，把系数相加减作为结果的系数，字母与字母的指数不变.

【注意】要理解同类项的概念，掌握合并同类项的方法，并用它来进行整式的加减运算.

核心记忆

整式的加减法，实质就是将整式中的同类项进行合并. 如果有括号，应先去括号，再合并同类项.

去括号时，注意符号的变化规律.

典例详析

读书之法，莫贵于循序而致精

例题 1

计算(1) $(x^2-x+5)-(3x^2-4)$；(2) $6a^2-2ab-2(-\frac{1}{2}ab+3a^2)$.

错解

(1)原式 $=x^2-x+5-3x^2-4=-2x^2-x+1$

(2)原式 $=6a^2-2ab+ab-3a^2=3a^2-ab$

错因

(1)中去括号时，括号前面是"−"号时，去掉"−"号和括号，括号中的每项都要改变符号，而错解中只改变了首项的符号；(2)中去括号时，括号前的"−2"应该与括号中的每项都要相乘，而错解中括号中的 $3a^2$ 漏乘了.

【正解】(1)原式 $=x^2-x+5-3x^2+4=-2x^2-x+9$.

(2)原式 $=6a^2-2ab+ab-6a^2=-ab$.

例题 2

如果多项式 $ax^2-abx+b$ 与多项式 $bx^2+abx+a$ 之和是一个单项式，求 a 与 b 的关系.

指点迷津

两个多项式相加可以合并同类项，二次项 ax^2 与二次项 bx^2 合并，得 $(a+b)x^2$，一次项与一次项合并，得 $(-ab+ab)x=0$，常数项合并得 $a+b$，因为结果是一个单项式，所以 $(a+b)x^2$，$a+b$ 两项只能剩下一项，即 $a+b=0$.

【解】$ax^2-abx+b+(bx^2+abx+a)$

$=ax^2-abx+b+bx^2+abx+a$

$=(a+b)x^2+(-ab+ab)x+(a+b)$

$=(a+b)x^2+(a+b)$.

∵此式是一个单项式，∴$a+b=0$，$a=-b$. ∴a 与 b 互为相反数.

解题诀窍

整式相加减的原则是先去括号，再合并同类项. 合并同类项时，相同次项相合并，如四次项与四次项合并，结果是四次项，也可能互相抵消和为 0.

例题 3

已知 $A=-3m^2-5m+3$，$B=-3m^2-4m+3$，比较 A、B 的大小.

指点迷津

比较大小常用的方法是作差法. 若 $A-B>0$，则 $A>B$；若 $A-B<0$，则 $A<B$；若 $A-B=0$，则 $A=B$.

【解】$A-B=(-3m^2-5m+3)-(-3m^2-4m+3)=-3m^2-5m+3+3m^2+4m-3=-m$.

讨论：

当 $m>0$ 时，$-m<0$，那么 $A-B<0$，则 $A<B$.

当 $m=0$ 时，$-m=0$，那么 $A-B=0$，则 $A=B$.

当 $m<0$ 时，$-m>0$，那么 $A-B>0$，则 $A>B$.

解题诀窍

在解题过程中，一旦遇到不能确定的问题，应该进行分类讨论，如 $-m$ 可能是正数、负数，也可能是 0，在讨论时要注意分类合理，不重不漏.

例题 4

试说明代数式 $16+a-\{8a-[a-9-(3-6a)]\}$ 的值与 a 的取值无关.

指点迷津

由于代数式中只含有字母 a，所以要证明代数式的值与 a 的取值无关，只需证明代数式的值是一个常数.

【解】 $16+a-\{8a-[a-9-(3-6a)]\}$

$=16+a-8a+[a-9-(3-6a)]$

$=16-7a+a-9-(3-6a)$

$=7-6a-3+6a=4$.

这说明无论 a 取何值，原式的值都等于 4.

所以代数式 $16+a-\{8a-[a-9-(3-6a)]\}$ 的值与 a 的取值无关.

解题诀窍

解答本题的关键是化简，先去括号，再合并同类项，但应注意解题格式.

例题 5

任意一个两位数交换十位上与个位上的数的位置之后，得到一个新的两位数，求证：这两个两位数之和一定能被 11 整除.

指点迷津

解题时首先要把这个两位数设出来，用原数表示新数再求和，看其结果是否是 11 的倍数.

【证明】 设这个两位数十位上的数为 a，个位上的数为 b，则此两位数为 $(10a+b)$. 新两位数为 $(10b+a)$，a、b 为正整数.

$\because (10a+b)+(10b+a)=11a+11b=11(a+b)$，

又 $\because a$、b 为正整数，

$\therefore a+b$ 为正整数.

$\therefore (10a+b)+(10b+a)$ 是 11 的倍数.

$\therefore$ 这两个两位数的和是 11 的倍数.

解题诀窍

一个两位数十位上的数为 a，个位上的数为 b，表示这个两位数为 $(10a+b)$. 数位上的数一定要乘对应的数位，而不能表示成 ab，它代表 a 乘 b.

基础自测 做的技艺，来自做的过程

1. 下列各组代数式中，不是同类项的是 (　　)

A. -5 与 0　　B. $-5a^2b$ 与 $\frac{ba^2}{4}$

C. $0.1ab$ 与 $0.1xy$　　D. $-x^2y^2$ 与 $-2x^2y^2$

2. (2008・河北)计算 a^2+3a^2 的结果是 (　　)

A. $3a^2$　　B. $4a^2$

C. $3a^4$　　D. $4a^4$

3. $-\frac{1}{2}a^2b^3+\frac{1}{3}a^3b^2$ 与 A 的和是 0，则 $A=$ (　　)

A. $-\frac{1}{2}a^2b^3+\frac{1}{3}a^3b^2$

B. $\frac{1}{2}a^2b^3-\frac{1}{3}a^3b^2$

C. $-\frac{1}{2}a^2b^3-\frac{1}{3}a^3b^2$

D. $\frac{1}{2}a^2b^3+\frac{1}{3}a^3b^2$

4. 一个三位数，十位上的数字为 $a-2$，个位上的数字为十位上的 3 倍，百位上的数字为 b，用多项式表示为________.

5. 单项式 $5x^3y$，$-2x^2y$，$2xy^2$，$-4x^2y$ 的和是________.

6. 单项式 $-\frac{1}{3}x^{a+b}y^{a-1}$ 与 $3x^2y$ 是同类项，则 $a-b$ 的值为 (　　)

A. 2　　B. 0

C. -2　　D. 1

能力拓展 有志者自有千方百计，无志者只感千难万难

7. 化简求值：$\frac{1}{3}(-3ax^2-ax+3)-(-ax^2-\frac{1}{2}ax-1)$，其中 $a=-2$，$x=3$.

8. 某食品厂打折出售食品，第一天卖出 m 千克，第二天比第一天多卖出 2 千克，第三天卖出的是第一天的 3 倍，问这个食品厂三天共卖出食品多少千克？

9. 暑假2名教师带8名学生外出旅游，教师旅游费每人 a 元，学生每人 b 元，因是团体给予优惠，教师按8折优惠，学生按6.5折优惠，他们共需交旅游费多少元？计算当 $a=30$，$b=20$ 时旅游费的金额.

10. 李老师在讲完"整式的加减"后，布置了一道作业题，是一个多项式 A 加上 $3x^2-5x+1$，小明由于粗心大意，将加号抄成了减号，得出的结果是 $6x^2-2x-5$.(1)求整式 A；(2)求正确运算的答案.

学习指南　学习最大的敌人是遗忘

1. 本节课主要是整式的加减运算，这是代数式运算的基础，必须认真对待，做到准确无误. 求几个整式的和或差，应根据题意列出算式再计算，列式时注意把每个多项式看成一个整体，用括号括起来，以防出错. 去括号时，一定要严格按去括号法则进行，准确判断括号内的各项是变号还是不变号，合并同类项是最后一步，一定要认真仔细做到万无一失.

2. 整式的加减实质就是合并同类项，有括号的应先去括号. 需要注意：(1)在去括号时，如果括号前是"－"号，一定要使括号内的每一项都变号；(2)合并同类项时，找准同类项.

1.3　同底数幂的乘法

知识导航　勇于开始，才能找到成功的路

同底数幂的乘法法则

1. $a^m\cdot a^n=$________(m、n 都是正整数).

2. 同底数幂相乘，底数______，指数______，用字母可表示为：$a^m\cdot a^n=a^{m+n}$(m、n 都是正整数).

要点点拨　读书不知要领，劳而无功

1. 同底数幂的意义

同底数幂是指底数相同的幂. 如 2^3 与 2^5，$(-2)^5$ 与 $(-2)^7$ 及 $(-2)^{11}$，$(a^2b)^3$ 与 $(a^2b)^7$，$(x-y)^2$ 与 $(x-y)^3$，等等.

【注意】 幂的底数 a 可以是任意的有理数，也可以是单项式或多项式.

2. 同底数幂的乘法法则

因为 $a^m=\underbrace{a\cdot a\cdot a\cdot\cdots\cdot a}_{m个a}$，$a^n=\underbrace{a\cdot a\cdot a\cdot\cdots\cdot a}_{n个a}$，所以有

$$a^m\cdot a^n=\underbrace{a\cdot a\cdot a\cdot\cdots\cdot a}_{m个a}\cdot\underbrace{a\cdot a\cdot a\cdot\cdots\cdot a}_{n个a}=\underbrace{a\cdot a\cdot a\cdot\cdots\cdot a}_{(m+n)个a}=a^{m+n},$$

即 $\boxed{a^m\cdot a^n=a^{m+n}(m、n都是正整数)}$

这就是说，同底数幂相乘，底数不变，指数相加.

【注意】 (1)三个或三个以上同底数幂相乘时，也具有这一性质.

例如：$a^m\cdot a^n\cdot a^p=a^{m+n+p}$($m$、$n$、$p$ 都是正整数).

(2)学习时对于法则的理解应注意如下问题：

①底数不同的幂相乘，不能应用法则，如 $3^2\cdot 2^3\neq 3^{2+3}$.

②不要忽视指数为1的因数，如 $c\cdot c^5=c^6\neq c^{0+5}$.

③底数是和、差或其他形式的幂相乘，应把这些和或差看作一个整体，勿犯 $(x+y)^2\cdot(x+y)^3=(x^2+y^2)\cdot(x^3+y^3)$ 这种错误.

④注意运用公式：$a^{m+n}=a^m\cdot a^n$(m、n 都是正整数).

核心记忆

本节学习了同底数幂乘法法则：$a^m\cdot a^n=a^{m+n}$，也可以推广到多个同底数幂相乘，如 $a^m\cdot a^n\cdot a^p=a^{m+n+p}$. 幂的底数可以是任意数，也可以是单项式或多项式，但必须相同才能运用法则.

典例详析　读书之法，莫贵于循序而致精

例题 1

计算：

(1) $2^6\times 2^4$；

(2) $(-2)^3\times(-3)^2$.

错解

(1) $2^6\times 2^4=2^{6\times 4}=2^{24}$；

(2) $(-2)^3\times(-3)^2=(-2)^5=-32$.

错因

错误原因都是本节的法则掌握的不准确.(1)中指数应相加而不是相乘;(2)中不符合法则,底数不同.

【正解】 (1)$2^6\times2^4=2^{6+4}=2^{10}$;

(2)$(-2)^3\times(-3)^2=-8\times9=-72$.

例题 2

(1)已知 $2^x=3$,求 2^{x+3} 的值.

(2)若 $4^{2a+1}=64$,解关于 x 的方程 $\frac{a}{2}x+3=5$.

指点迷津

第(1)题根据同底数幂的乘法法则 $2^x\cdot2^3=2^{x+3}$,反之也成立,即 $2^{x+3}=2^x\cdot2^3$,这样便可求出 2^{x+3} 的值,是法则的逆运用.第(2)题利用"当同底数幂相等时,则幂指数相等",列出方程,求出 a 的值,然后解方程.

【解】 (1)$2^{x+3}=2^x\cdot2^3=3\times8=24$.

(2)因为 $4^{2a+1}=64$,所以 $4^{2a+1}=4^3$,所以 $2a+1=3$,所以 $a=1$.

所以,关于 x 的方程 $\frac{a}{2}x+3=5$ 可化为 $\frac{1}{2}x+3=5$.

解这个方程,得 $x=4$.

解题诀窍

本题考查同底数幂乘法法则的运用及对同底数幂概念的理解.

例题 3

比较大小:$2^{18}\times3^{10}$ 与 $2^{10}\times3^{15}$.

【解析】 分别把两个大数化成底数相同、指数也相同的因数的形式,$2^{18}\times3^{10}=2^{10}\times2^8\times3^{10}$,$2^{10}\times3^{15}=2^{10}\times3^{10}\times3^5$,只比较 2^8 比 3^5 的大小即可.

【解】 $2^{18}\times3^{10}=2^{10}\times2^8\times3^{10}$,

$2^{10}\times3^{15}=2^{10}\times3^{10}\times3^5$,

$\because 2^8=256,3^5=243,\therefore 2^8>3^5$.

$\therefore 2^8\times2^{10}\times3^{10}>3^5\times2^{10}\times3^{10}$. $\therefore 2^{18}\times3^{10}>2^{10}\times3^{15}$.

解题诀窍

解决此类问题的方法是化成几个数的乘积的形式,使其中的某些因数相同,比较另外的因数的大小,就可比较出原数的大小.

例题 4

计算:$(x-2y)^3\cdot(2y-x)^2$.

指点迷津

本题两个幂的底数不一样,但它们互为相反数,即 $x-2y=-(2y-x)$.把不同的底数变为相同的底数.

【解法一】 $(x-2y)^3\cdot(2y-x)^2$

$=(x-2y)^3\cdot(x-2y)^2$

$=(x-2y)^5$.

【解法二】 $(x-2y)^3\cdot(2y-x)^2$

$=-(2y-x)^3\cdot(2y-x)^2$

$=(x-2y)^5$.

解题诀窍

本题把 $x-2y$ 看作整体,把 $x-2y$ 化为 $-(2y-x)$ 或把 $2y-x$ 化为 $-(x-2y)$,两种方法都可以,相比较方法一简单易行.

基础自测

做的技艺,来自做的过程

1. 下面各式中不是同底数幂的是 ( )

A. $a^2\cdot a^m$ B. $-a^2\cdot(-a)^2$

C. $(-a)^3\cdot(-a)^2$ D. $-a^3\cdot a^2$

2. $-x^n$ 与 $(-x)^n$ 的关系正确的是 ( )

A. 相等

B. 互为相反数

C. 当 n 为奇数时,它们互为相反数;当 n 为偶数时,它们相等

D. 当 n 为奇数时,它们相等;当 n 为偶数时,它们互为相反数

3. $a^5\cdot(-a^3)-(-a)^4\cdot a^4$ 等于 ( )

A. 0 B. $-2a^8$

C. $-a^{16}$ D. $-2a^{16}$

4. (2008·成都)化简$(-3x^2)\cdot2x^3$ 的结果是 ( )

A. $-6x^5$ B. $-3x^5$

C. $2x^5$ D. $6x^5$

5. 下列题中不能用同底数幂的乘法法则化简的是 ( )

A. $(x+y)(x+y)^2$ B. $(x-y)(x+y)^2$

C. $-(x-y)(y-x)^2$ D. $(x-y)^2(x-y)^3(x-y)$

6. $(x-y)^4\cdot(y-x)^3\cdot(x-y)^7\cdot(y-x)=$________.

7. 计算:$c^{n+1}\cdot c^{n+2}\cdot c^{2n-1}=$________.

8. $a^4\cdot$________$=a^5\cdot$________$=a^9$.

9. $-3^2\times3^3=$________.

10. $(-x)^2(-x)^3=$________.

能力拓展 有志者自有千方百计，无志者只感千难万难

11. 若 $a^m=2$，$a^n=3$，则 $a^{m+n}=$ （　　）

A. 5　　B. 6　　C. 28　　D. 9

12. 已知 $x=2$，$y=-3$，求代数式 $(x+y)\cdot(x+y)^2\cdot(x+y)^4$ 的值.

13. 已知 $P=-(x-y)^3$，$Q=(y-x)^4$，$M=P\cdot Q$，求 M，并根据 x、y 的大小关系，讨论 M 的符号.

学习指南 学习最大的敌人是遗忘

1. 同底数幂乘法实质是转化为指数相加，也就是乘法与加法可以互相转化，体现数学的转化思想. 有时根据题目特点，将法则进行逆运用来解决相关问题，即 $a^{m+n}=a^m\cdot a^n$.

2. 底数是和、差或其他形式的幂相乘，应把这些和或差看作一个整体，勿犯 $(x+y)^2\cdot(x+y)^3=(x^2+y^2)\cdot(x^3+y^3)$ 这种错误.

1.4 幂的乘方与积的乘方

知识导航 勇于开始，才能找到成功的路

1. 幂的乘方

$(a^m)^n=$______（m、n 都为正整数），即幂的乘方，底数______，指数______. 如：$(a^3)^5=$______，$(x^3)^2=$______，$(-a^3)^2=$______，$(-x^2)^3=$______.

2. 积的乘方

$(ab)^n=$______（n 为正整数），即积的乘方，等于______. 如：$(ax)^3=$______，$(2a^2)^3=$______，$(-x^2y)^3=$______.

要点点拨 读书不知要领，劳而无功

一、幂的乘方的意义及幂的乘方法则

1. 意义：幂的乘方是指几个相同的幂相乘. 如 $(a^3)^2$ 指两个 a^3 相乘.

2. 幂的乘方法则：幂的乘方，底数不变，指数相乘.

$(a^m)^n=a^{mn}$（m、n 都是正整数）.

【注意】(1)在形式上，底数本身就是一个幂，根据同底数幂的运算性质可推出结论：

$$(a^m)^n=\underbrace{a^m\cdot a^m\cdot\cdots\cdot a^m}_{n\text{个}a^m}=a^{\overbrace{m+m+\cdots+m}^{n\text{个}m}}=a^{mn}.$$

(2)不要把幂的乘方性质与同底数幂的乘法性质混淆. 幂的乘方运算，是转化为指数的乘法运算（底数不变）；同底数幂的乘法，是转化为指数的加法运算（底数不变）.

(3)此性质可以逆用：$a^{mn}=(a^m)^n=(a^n)^m$.

如：$(2^3)^5=2^{15}=(2^5)^3$.

二、积的乘方的意义及积的乘方法则

1. 意义：积的乘方指的是底数是乘积形式的乘方. 如 $(ab)^3$、$(2ab)^n$ 等.

2. 积的乘方的法则：$(ab)^n=a^n\cdot b^n$（n 为正整数）.

即积的乘方等于各因数乘方的积.

根据幂的运算性质：

$$(ab)^n=\overbrace{ab\cdot ab\cdot\cdots\cdot ab}^{n\text{个}ab}=\overbrace{(a\cdot a\cdot\cdots\cdot a)}^{n\text{个}a}\cdot\overbrace{(b\cdot b\cdot\cdots\cdot b)}^{n\text{个}b}=a^nb^n.$$

同理，三个或三个以上的因数的积的乘方，也具备这一性质.

如 $(abc)^n=a^n\cdot b^n\cdot c^n$（$n$ 为正整数）.

注意：(1)公式中的 n 可以是正整数，也可以是代表正整数的式子. a 与 b 可以是数字，也可以是单项式或多项式. 如：

$(ab)^{m+1}=a^{m+1}b^{m+1}$.

$[2(a+b)]^m=2^m(a+b)^m$.

(2)积的乘方法则的结构：左边是幂的形式，而幂的底数是两个因数的积，右边是积，而积的因式是两个幂.

(3)积中的每一个因数都应乘方，不能遗漏.

(4)注意法则的准确应用，不能随便模仿，如 $(ab)^2=a^2b^2$ 是正确的，但 $(a+b)^2=a^2+b^2$ 是错误的.

核心记忆

1. 幂的乘方的运算是转化为指数的乘法运算(底数不变);同底数幂的乘法是转化为指数的加法运算(底数不变).

2. 理解幂的乘方和积的乘方的计算法则,灵活运用法则进行运算.

公式$(ab)^n=a^nb^n$中的底数a、b,不仅可以是一个数、字母、单项式,而且可以是多项式,并且此法则可以逆用,逆用就是利用公式$a^nb^n=(ab)^n$,使计算简便.

典例详析

读书之法,莫贵于循序而致精

例题 1

计算:(1)$(a^2)^5$;(2)$(ax^3)^4$;(3)$(\frac{1}{2}x^3y^2)^3$.

错解

(1)$(a^2)^5=a^{2+5}=a^7$ 或 $(a^2)^5=a^{2^5}=a^{32}$;(2)$(ax^3)^4=ax^{12}$;(3)$(\frac{1}{2}x^3y^2)^3=\frac{3}{2}x^9y^6$.

错因

(1)运用幂的乘方性质出现错误,(2)和(3)运用积的乘方性质出现错误.

【正解】 (1)$(a^2)^5=a^{2\times5}=a^{10}$;(2)$(ax^3)^4=a^4x^{12}$;(3)$(\frac{1}{2}x^3y^2)^3=\frac{1}{8}x^9y^6$.

例题 2

计算:(1)$(-2^2)^5$;

(2)$[(-x)^3]^2$;

(3)$(a^3)^{2n-1}\cdot(a^{n-3})^2$.

指点迷津

此题是幂的乘方运算,其中(1)题中的底数是2;(2)题的底数是$-x$;(3)先进行幂的乘方运算,然后进行同底数幂的乘法运算.

【解】 (1)$(-2^2)^5=-(2^2)^5=-2^{10}$.

(2)$[(-x)^3]^2=(-x)^6=x^6$.

(3)$(a^3)^{2n-1}\cdot(a^{n-3})^2$

$=a^{3(2n-1)}\cdot a^{2(n-3)}=a^{6n-3}\cdot a^{2n-6}$

$=a^{6n-3+2n-6}=a^{8n-9}$.

解题诀窍

在进行幂的乘方时,要分清底数、指数,然后用法则,同时要注意与同底数幂的乘法的区别.

例题 3

计算:

(1)$(-0.25)^{11}\times4^{11}$;

(2)$(-0.125)^{200}\times8^{201}$.

指点迷津

将积的乘方公式逆用可有$a^n\cdot b^n=(ab)^n$,即若有指数相同的幂相乘,则可将底数相乘,相同的指数作为共同的指数.若有指数虽不相同,但相差较小,且底数相乘后可简化运算的情况,可利用同底数幂乘法公式逆运算$a^{m+n}=a^m\cdot a^n$,将指数作适当调整,再利用"积的乘方公式的逆运算"进行简化运算.

【解】 (1)$(-0.25)^{11}\times4^{11}$

$=(-0.25\times4)^{11}$

$=(-1)^{11}=-1$.

(2)$(-0.125)^{200}\times8^{201}$

$=(-0.125)^{200}\times8^{200+1}$

$=(-0.125)^{200}\times8^{200}\times8$

$=(-0.125\times8)^{200}\times8$

$=(-1)^{200}\times8$

$=1\times8=8$.

友情提示

运用积的乘方公式可使运算简便.

基础自测

做的技艺,来自做的过程

1. 计算$(a^3)^2$的结果是 ( )

A. a^6　　B. a^5

C. a^8　　D. a^9

2. 计算$(-x^2)^3$的结果是 ( )

A. $-x^5$　　B. x^5

C. $-x^6$　　D. x^6

3. 运算$(a^2\cdot a^n)^m=a^{2m}\cdot a^{nm}$,根据是 ( )

A. 积的乘方

B. 幂的乘方

C. 先根据积的乘方再根据幂的乘方

D. 以上答案都不对

4. $-a^n=(-a)^n(a\neq0)$成立的条件是 ( )

A. n是奇数　　B. n是偶数

C. n是整数　　D. n是正整数

5. (2008·泰安)下列运算正确的是 ( )

A. $6a-5a=1$　　B. $(a^2)^3=a^5$

C. $3a^2+2a^3=5a^5$　　D. $2a^2\cdot3a^3=6a^5$

6. $-(x^2)^3=$________,$(-x^2)^3=$________.

7. $\left(-\frac{1}{2}xy^2\right)^2=$________.

8. $81x^2y^{10}=($________$)^2$.

9. $(x^3)^2x^3=$________.

10. $(a^3)^n=(a^n)^x$(n、x是正整数),则$x=$________.

11. 已知 $8^2\times4^3=2^x$，求 x.

能力拓展

有志者自有千方百计，无志者只感千难万难

12. 如果 $(-a^m)^n=-a^{mn}(a\neq0)$，那么 n 是 (　　)

A. 正数　　B. 正奇数

C. 正偶数　　D. 任意数

13. 计算下列各题.

(1) $(-x)^2\cdot(-x)^{2n-1}\cdot(-x^3)^{2n}$；

(2) $(-8)^{2\,003}\times\left(-\frac{1}{8}\right)^{2\,004}$.

14. 解方程：$2^{2x+3}-2^{2x+1}=384$.

15. 若 $a^m=1$，$a^n=5$，求 a^{3m+2n} 的值.

16. 解答下列各式.

(1) 已知 $32\times4^2=2^n$，求 n 的值.

(2) 已知 $m=5\frac{4}{7}$，$n=4\frac{3}{7}$，求代数式 $\left[-\frac{7}{2}(m+n)\right]^3\cdot(m-n)\cdot[-2(m+n)(m-n)]^2$ 的值.

学习指南

学习最大的敌人是遗忘

幂的乘方、积的乘方以及同底数幂的乘法这三条运算性质是整式乘法的基础，也是整式乘法的主要依据，进行幂的运算，关键是熟练掌握幂的三条运算性质，深刻理解每种运算的意义，避免互相混淆. 另外，逆用幂的三条运算性质有时会起到事半功倍的效果.

1.5 同底数幂的除法

知识导航

勇于开始，才能找到成功的路

1. 同底数幂除法的法则

$a^m\div a^n=$______$(a\neq0$，m、n 都是正整数，且 $m>n)$，即同底数幂相除，底数______，指数______. 如：$y^5\div y^2=$______，$(-a)^3\div(-a)^2=$______.

2. 零指数幂和负指数幂的意义

$a^0=$______$(a\neq0)$，$a^{-p}=$______$(a\neq0$，且 p 是正整数). 如：$3^0=$______，$(-0.036)^0=$______，$5^{-2}=$______，$(\frac{3}{2})^{-3}=$______.

要点点拨

读书不知要领，劳而无功

1. 同底数幂的除法法则的运用

同底数幂相除，底数不变，指数相减，即 $a^m\div a^n=a^{m-n}(a\neq0$，$m$、$n$ 都是正整数，且 $m>n)$.

同底数幂的除法法则是以后进行单项式除以单项式、多项式除以单项式的重要的基础知识. 不仅仅要认真掌握好同底数幂除法法则，还一定要理解好法则的实质，即“底数不变，指数相减”.

【注意】(1)法则中括号里的条件是法则的一部分，其中 $a\neq0$ 是保证除法有意义.

(2)a 表示单个数或其他的代数式，但它们都不为0.

(3)同底数幂相除，商的底数与被除式或除式的底数相同；商的指数是被除式的指数与除式的指数的差.

(4)同底数幂的除法是同底数幂的乘法的逆运算.

(5)可推广：$a^m\div a^n\div a^p=a^{m-n-p}$($a\neq0$，$m$、$n$、$p$ 都是正整数，且 $m>n+p$).

2. 零指数幂和负整数指数幂的意义

(1)零指数幂：$a^0=1(a\neq0)$，即任何不等于0的数的0次幂都等于1.

(2)负整数指数幂：任何不等于零的数的 $-n$(n 为正整数)次幂，等于这个数的 n 次幂的倒数. 即 $a^{-n}=\frac{1}{a^n}$($a\neq0$，n 是正整数).

【注意】(1)对于负整数指数幂和零指数幂一样要明确它的由来.

(2)这两个幂的意义中，底数都不为0，即 $a\neq0$.

(3)规定了零指数幂和负整数指数幂的意义后，正整数指数幂的运算性质就可推广到整数指数幂了.

如：①$a^2\cdot a^{-3}=a^{2+(-3)}=a^{-1}=\frac{1}{a}$；②$(ab)^{-2}=a^{-2}b^{-2}$；③$(a^{-3})^{-2}=a^6$；$a^3\div a^{-2}=a^{3-(-2)}=a^5$ 等.

核心记忆

1. 着重理解掌握同底数幂除法的法则；理解零指数幂和负指数幂的意义.

2. 学习同底数幂的除法法则、零指数和负整数指数幂的意义，要特别注意一个很重要的前提条件，那就是底数 $a\neq0$.

典例详析 读书之法，莫贵于循序而致精

例题1

用小数表示 2.03×10^{-6}，用科学记数法表示 0.000 010 7.

错解

$2.03\times10^{-6}=0.000\ 203$，$0.000\ 010\ 7=1.07\times10^{-4}$ 或 1.07×10^{-7}.

错因

错误的原因是小数位数与幂指数不相对应，幂指数的绝对值应该为小数部分的第一位小数起到第一个有效数字止的小数位数，而不是小数的总位数.

【正解】$2.03\times10^{-6}=0.000\ 002\ 03$，$0.000\ 010\ 7=1.07\times10^{-5}$.

例题2

已知 $|b-2|+(a+b-1)^2=0$，求 $a^{50}\div a^8$ 的值.

指点迷津

由已知条件知 $|b-2|=0$，$(a+b-1)^2=0$，得 $b=2$，$a=-1$，可代入求值.

【解】$\because |b-2|+(a+b-1)^2=0$，

$\therefore |b-2|=0$，$(a+b-1)^2=0$，

$\therefore b-2=0$，$a+b-1=0$，$\therefore b=2$，$a=-1$，

$\therefore a^{50}\div a^8=a^{50-8}=a^{42}=(-1)^{42}=1$.

解题诀窍

此题应用了非负数的和等于0的条件，转化为两个方程，达到求值的目的.

例题3

若 $3^x=a$，$3^y=b$，求 3^{2x-y} 的值.

指点迷津

根据同底数幂的除法法则的逆运用，只要把 3^{2x-y} 化成 $3^{2x}\div3^y$ 就可以了.

【解】$3^{2x-y}=3^{2x}\div3^y$

$=(3^x)^2\div3^y$

$=a^2\div b=\frac{a^2}{b}$.

解题诀窍

在解此类题时，应先利用同底数幂的除法法则的逆运用，把 a^{m-n} 写成 $a^m\div a^n$ 的形式，然后进行计算.

例题4

地球的体积约为 1.1×10^{12} m³，月球的体积约为 2.2×10^{10} m³，问地球体积是月球体积的多少倍？

指点迷津

因地球、月球体积单位是相同的，而且都用科学记数法表示出来了，故只需作除法运算即可.

【解】由题意，得

$(1.1\times10^{12})\div(2.2\times10^{10})$

$=\frac{1}{2}\times10^2$

$=\frac{1}{2}\times100$

$=50$.

答：地球体积是月球体积的50倍.

解题诀窍

这是一道应用题，只需运用同底数幂的除法运算性质就可以求出地球体积和月球体积的倍数关系，体现了数学应用的广泛性.

基础自测 做的技艺，来自做的过程

1. 下列计算正确的是 （　　）

A. $7^{12}\div(-7)^{10}=7^{2}$　　B. $-x^{6}\div(-x)^{3}=(-x)^{3}$

C. $(2a)^{5}\div 2a=2a^{4}$　　D. $x^{12}\div x^{4}=x^{3}$

2. 若 n 为正整数，则 $(-5)^{n+1}\div[5(-5)^{n}]=$ （　　）

A. 5^{n+1}　　B. 0

C. -5^{n+1}　　D. -1

3. 下列计算 $27a^{8}\div\frac{1}{3}a^{3}\div 9a^{2}$ 的顺序不正确的是 （　　）

A. $\left(27\div\frac{1}{3}\div 9\right)a^{8-3-2}$

B. $\left(27a^{8}\div\frac{1}{3}a^{3}\right)\div 9a^{2}$

C. $27a^{8}\div\left(\frac{1}{3}a^{3}\div 9a^{2}\right)$

D. $(27a^{8}\div 9a^{2})\div\frac{1}{3}a^{3}$

4. (2008·深圳)下列运算正确的是 （　　）

A. $a^{2}+a^{3}=a^{5}$　　B. $a^{2}\cdot a^{3}=a^{5}$

C. $(a^{2})^{3}=a^{5}$　　D. $a^{10}\div a^{2}=a^{5}$

5. 用科学记数法表示 $0.000\,123\,4\times10^{8}=$________；$-0.000\,066=$________；$528\,000=$________.

6. $2^{-1}=$________，$(-2)^{-2}=$________，$\left(\frac{2}{3}\right)^{-3}=$________.

7. 若 $(a-1)^{0}=1$，则 a 的取值范围是________.

8. $(\pi-3.14)^{0}-0.3^{-1}=$________.

9. $a^{m}\div$________$=a^{m-1}$.

能力拓展 有志者自有千方百计，无志者只感千难万难

10. 下列计算中错误的有 （　　）

①$a^{10}\div a^{2}=a^{5}$；②$a^{5}\div a=a^{5}$；③$(-a)^{5}\div(-a)^{3}=-a^{2}$；④$3^{0}=3$.

A. 1 个　　B. 2 个　　C. 3 个　　D. 4 个

11. 先化简，后求值：

$(x^{2})^{3}\div x^{3}-(-x)^{2}\cdot(-x^{2})\div x^{3}$，其中 $x=1$.

12. 某长方体的体积为 $2\times10^{9}\ \mathrm{cm}^{3}$，其底面长为 10^{4} cm，宽为 2×10^{2} cm，求其高为多少厘米？

13. 已知 $10^{m}=5$，$10^{n}=4$，求 10^{2m-3n} 的值.

14. 小明要计算 $2^{m}\div2^{n}$ 的值，在输入电脑时由于操作疏忽，将 2 的几次幂都打成了二十几，小明按错误的写法进行计算，结果商小于 1.4，大于 1.3，请把原来正确的题目写出来.

学习指南 学习最大的敌人是遗忘

同底数幂的除法法则是幂的运算性质之一，是整式除法的基础. 同底数幂除法及零指数幂、负指数幂的运算在检测中出现的次数比较多. 同底数幂的除法法则要正确使用，必须做到两点：一是使用本法则的前提，必须底数相同，有时要经过适当变形才能符合法则形式；二是要注意符号的变化，对于混合运算还要注意运算顺序，先算乘方，再算乘除，最后算加减.

1.6 整式的乘法

知识导航 勇于开始，才能找到成功的路

1. 单项式与单项式相乘的法则

单项式与单项式相乘，把它们的系数、相同字母的幂分别______，其余字母连同它的指数______，作为积的因式. 如：$2a^3 \cdot 3a^2 =$ ______，$4x^2y^3 \cdot (-5x^2yz^3) =$ ______.

2. 单项式与多项式相乘的法则

单项式与多项式相乘，就是根据______用单项式去乘多项式的每一项，再把所得的积______. 如：$m(a^2-3a-1)=$ ______，$(-2x^2-3xy+4y^2)\cdot(-2xy)=$ ______.

3. 多项式与多项式相乘的法则

多项式与多项式相乘，先用一个多项式的每一项乘另一个多项式的______，再把所得的积______. 如：$(a+b)(m+n)=$ ______，$(x-3)(x+2)=$ ______.

要点点拨 读书不知要领，苦而无功

1. 单项式的乘法

单项式乘法是指单项式乘以单项式.

单项式与单项式相乘，把它们的系数、相同字母的幂分别相乘，其余字母连同它的指数不变，作为积的因式.

【注意】 (1)积的系数等于各因式系数的积，这是有理数的乘法，应先确定符号，再计算绝对值.

(2)相同字母相乘，是同底数幂的乘法，底数不变，指数相加.

(3)只在一个单项式里含有的字母，要连同它的指数写在积里，注意不要把这个因式丢掉.

(4)单项式乘法法则对于三个以上的单项式相乘同样适用.

(5)单项式乘以单项式的结果仍然是一个单项式.

2. 单项式与多项式相乘

单项式与多项式相乘，就是根据乘法分配律用单项式去乘多项式的每一项，再把所得的积相加. 即 $m(a+b+c)=ma+mb+mc$.

这里 a、b、c 和 m 都表示单项式.

因为代数式中的字母都表示数，所以单项式可以看作一个数，多项式可以看作若干个数的和. 因此，单项式与多项式相乘，可以根据乘法的分配律，用单项式乘以多项式的每一项，从而转化为单项式的乘法，最后把所得之积相加就完成了运算.

可见，对单项式与多项式相乘的运算法则，不必死记硬背.

【注意】 (1)要注意多项式的每一项都包括它前面的符号.

(2)还要注意单项式的符号.

3. 多项式与多项式相乘(多项式乘法)

多项式与多项式相乘，先用一个多项式的每一项乘另一个多项式的每一项，再把所得的积相加.

多项式的乘法法则，是多次运用单项式与多项式相乘的法则得到的.

例如，计算$(a+b)(m+n)$时，先把 $m+n$ 看成一个单项式，$a+b$ 看成一个多项式，这时，运用单项式与多项式相乘的法则，得到

$(a+b)(m+n)=a(m+n)+b(m+n)$.

再一次运用单项式与多项式相乘的法则，就得到 $(a+b)(m+n)=a(m+n)+b(m+n)=am+an+bm+bn$.

核心记忆

1. 只在一个单项式里含有的字母，要连同它的指数写在积里，要注意不要把这个因式去掉.

2. 单项式乘法法则对于三个以上的单项式相乘同样适用.

3. 单项式乘以单项式的结果仍然是单项式.

4. 单项式与多项式相乘，结果是一个多项式，其项数与因式中多项式的项数相同.

5. 多项式与多项式相乘，仍得多项式. 在合并同类项之前，积的项数应该等于两个多项式的项数之积.

典例详析 读书之法，莫贵于循序而致精

例题 1

先化简，再求值：

$x(x^2-4)-(x+3)(x^2-3x+2)-2x(x-2)$，其中 $x=1.5$.

错解

$x(x^2-4)-(x+3)(x^2-3x+2)-2x(x-2)$

$=x^3-4-x^3+3x^2-2x+3x^2-9x+6-2x^2+4x=4x^2-7x+2.$

当 $x=1.5$ 时，原式$=0.5$.

错因

上面在将所给的式子进行化简的过程中有两处错误发生. 一是计算 $x(x^2-4)$ 时只把括号外的 x 与 x^2 相乘了，没有和 -4 相乘，违背了单项式与多项式相乘的运算法则. 二是对 $-(x+3)(x^2-3x+2)$ 进行处理时，把多项式与多项式的乘法和去括号同时进行，出现了符号错误.