

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА ТОМ III

Л. Д. ЛАНДАУ

Е. М. ЛИФШИЦ

КВАНТОВАЯ МЕХАНИКА

(НЕРЕЛЯТИВИСТСКАЯ ТЕОРИЯ)

朗道

理论物理学教程 第三卷

量子力学

(非相对论理论) (第六版)

Л. Д. 朗道 Е. М. 栗弗席兹 著 严肃 译 喀兴林 校



高等教育出版社



ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА ТОМ III

Л. Д. ЛАНДАУ
Е. М. ЛИФШИЦ

КВАНТОВАЯ МЕХАНИКА
(НЕРЕЛЯТИВИСТСКАЯ ТЕОРИЯ)

理论物理学教程 第三卷

量子力学

(非相对论理论) (第六版)

Л. Д. 朗道 Е. М. 栗弗席兹 著 严肃 译 喀兴林 校

俄罗斯联邦教育部推荐大学物理专业教学参考书



高等教育出版社

图字: 01 - 2007 - 0912 号

Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Теоретическая физика. В 10 томах
Copyright© FIZMATLIT PUBLISHERS RUSSIA, ISBN 5 - 9221 - 0053 - X
The Chinese language edition is authorized by FIZMATLIT PUBLISHERS RUSSIA
for publishing and sales in the People's Republic of China

图书在版编目(CIP)数据

量子力学:非相对论理论:第6版/(俄罗斯)朗道,
(俄罗斯)栗弗席兹著;严肃译. —北京:高等教育出版社,2008.10

ISBN 978 - 7 - 04 - 024306 - 2

I. 量… II. ①朗…②栗…③严… III. 量子力学 IV. O413.1

中国版本图书馆CIP数据核字(2008)第117488号

策划编辑 王超 责任编辑 王超 封面设计 刘晓翔 责任绘图 郝林
版式设计 陆瑞红 责任校对 胡晓琪 责任印制 韩刚

出版发行	高等教育出版社	购书热线	010 - 58581118
社 址	北京市西城区德外大街4号	免费咨询	800 - 810 - 0598
邮政编码	100120	网 址	http://www.hep.edu.cn
总 机	010 - 58581000		http://www.hep.com.cn
经 销	蓝色畅想图书发行有限公司	网上订购	http://www.landaco.com
印 刷	北京中科印刷有限公司		http://www.landaco.com.cn
		畅想教育	http://www.widedu.com
开 本	787 × 1092 1/16	版 次	2008年10月第1版
印 张	39	印 次	2008年10月第1次印刷
字 数	730 000	定 价	85.00元
插 页	1		

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

物料号 24306 - 00

第四版编者序言

在《量子力学》目前的第四版中,改正了在第三版中已发现的错误和不妥之处,对几个例题也作了一些修正和补充。

我感谢所有提出意见的本书读者。

Л. П. 皮塔耶夫斯基

1988年5月

第三版序言

本卷前一版是我和我的老师朗道共同工作的最后一本书。我们所作的修改和扩充很可观,影响到每一章。

对这第三版,所需的修改自然少得多,但也增添了不少新材料,包括更多的例题,补充了一些日益显得重要的早期结果和近期研究。

朗道对理论物理的惊人理解力往往使他无需参考原始文献,他能用自己的方法导出结果。这可能是我们的书中为什么不列出其他作者的一些必要参考文献的一个原因,在本版中,我尝试尽量地列举这些文献。在我们描述属于朗道本人未曾发表的一些结果或方法之处,我还增举了关于朗道本人工作的一些参考文献。

正如修订《理论物理学教程》其它几卷时一样,我得到了许多同事的帮助,他们告诉我前版处理中的不足之处或者应予增添的新材料。(余略)对所有这些,我表示衷心的感谢。

本卷的整个修订工作,是在和 Л. П. 皮塔耶夫斯基密切合作中完成的。我结识了这位出身于同一朗道学派并受科学服务的同样理想鼓舞的同事,甚感有幸。

E. M. 栗弗席兹
1973年11月,莫斯科

第一版序言摘录

《理论物理学教程》的这一卷是讲述量子力学的。由于量子力学的相关内容十分浩繁,我们把它分成两个部分。已出版的第一部分是非相对论理论,而相对论理论将放在第二部分。

关于相对论理论,我们是按它的最广泛的意义去理解,是指所有实质上与光速有关的量子现象的理论。其中不仅包括狄拉克的相对论性理论及相关问题,而且包括全部辐射的量子理论。

在本书中,和量子力学的基础内容一起还讲述了量子力学的大量应用。应用的数量远比通常量子力学教材为多。我们只是没有收入一类应用问题,讨论这类问题必须同时分析有关的实验数据,这显然超出了本书的范围。

讲述具体问题时我们力求全面,在引用原始文献时只限于指出其作者。

和前几卷一样,在讲述一般问题的时候,我们尽可能把理论的物理实质以及在这个基础上所建立的数学工具讲解清楚。特别是在本书的前几节中,在阐述量子力学算符的一般性质时,就采用了这种讲法。

和一般采用的讲法不同,我们不是从线性算符的数学理论出发,而是从面临的物理问题出发,引导到数学上的需要,提出算符和本征函数。

必须指出,和原始文献相比,许多量子力学教程讲得过于复杂。这种复杂化的一般理由虽然是为了普遍化和严格化,但是仔细研究后不难看出,这种做法实际上往往是一种空想,这些“严格”理论往往不少是错误的。

既然复杂化的阐述我们认为根本不恰当,我们就力求简洁并且更多地回到原始文献。

为了不打断论述的连续性,尽可能不把注意力转移到纯粹的计算方面,我们把某些纯粹的数学知识放到书末的“数学附录”中,以备参考。

Л. Д. 朗道

E. M. 栗弗席兹

1947年5月,莫斯科

目 录

第一章 量子力学的基本概念	1
§1 不确定性原理	1
§2 叠加原理	5
§3 算符	7
§4 算符的加法和乘法	11
§5 连续谱	14
§6 过渡到经典力学极限情形	17
§7 波函数与测量	19
第二章 能量和动量	22
§8 哈密顿算符	22
§9 算符对时间的微商	23
§10 定态	24
§11 矩阵	27
§12 矩阵的变换	31
§13 算符的海森伯绘景	34
§14 密度矩阵	35
§15 动量	37
§16 不确定度关系式	41
第三章 薛定谔方程	45
§17 薛定谔方程	45
§18 薛定谔方程的基本性质	48
§19 流密度	50
§20 变分原理	52
§21 一维运动的一般性质	54
§22 势阱	57
§23 线性振子	61
§24 均匀场中的运动	68

§ 25	透射系数	70
第四章	角动量	76
§ 26	角动量	76
§ 27	角动量的本征值	79
§ 28	角动量的本征函数	83
§ 29	矢量的矩阵元	85
§ 30	态的字称	89
§ 31	角动量的相加	91
第五章	有心力场中的运动	94
§ 32	有心力场中的运动	94
§ 33	球面波	97
§ 34	平面波的分解	103
§ 35	粒子向力心的“坠落”	106
§ 36	库仑场中的运动(球坐标)	108
§ 37	库仑场中的运动(抛物坐标)	118
第六章	微扰论	122
§ 38	与时间无关的微扰	122
§ 39	久期方程	127
§ 40	与时间有关的微扰	131
§ 41	有限时间间隔微扰作用下的跃迁	134
§ 42	周期微扰作用下的跃迁	140
§ 43	连续谱中的跃迁	142
§ 44	能量的不确定度关系	144
§ 45	以势能作微扰	147
第七章	准经典情形	152
§ 46	准经典情形下的波函数	152
§ 47	准经典情形中的边界条件	155
§ 48	玻尔-索末菲量子化规则	157
§ 49	有心力场中的准经典运动	162
§ 50	势垒的贯穿	165
§ 51	准经典矩阵元的计算	171
§ 52	准经典情形下的跃迁概率	176
§ 53	浸渐微扰作用下的跃迁	180
第八章	自旋	184
§ 54	自旋	184

§ 55	自旋算符	188
§ 56	旋量	191
§ 57	具有任意自旋的粒子波函数	194
§ 58	有限转动算符	199
§ 59	粒子的部分极化	204
§ 60	时间反演和克拉默定理	206
第九章	粒子的全同性	209
§ 61	同类粒子的不可分辨性原理	209
§ 62	交换作用	212
§ 63	置换对称性	216
§ 64	二次量子化·玻色统计情形	223
§ 65	二次量子化·费米统计情形	228
第十章	原子	231
§ 66	原子的能级	231
§ 67	原子中的电子态	232
§ 68	类氢能级	235
§ 69	自洽场	237
§ 70	托马斯-费米方程	240
§ 71	近核处的外电子波函数	246
§ 72	原子能级的精细结构	247
§ 73	门捷列夫元素周期系	251
§ 74	X射线谱项	257
§ 75	多极矩	259
§ 76	电场中的原子	263
§ 77	电场中的氢原子	267
第十一章	双原子分子	278
§ 78	双原子分子的电子谱项	278
§ 79	电子谱项的相交	280
§ 80	分子谱项与原子谱项的关系	283
§ 81	原子价	286
§ 82	双原子分子单重谱项的振动和转动结构	292
§ 83	多重谱项·情形 <i>a</i>	297
§ 84	多重谱项·情形 <i>b</i>	300
§ 85	多重谱项·情形 <i>c</i> 和 <i>d</i>	304
§ 86	分子谱项的对称性	306

§ 87	双原子分子的矩阵元	308
§ 88	Λ 双重分裂	312
§ 89	原子间的远距作用	314
§ 90	预离解	317
第十二章	对称性理论	327
§ 91	对称变换	327
§ 92	变换群	329
§ 93	点群	332
§ 94	群的表示	338
§ 95	点群的不可约表示	344
§ 96	不可约表示和谱项的分类	348
§ 97	矩阵元的选择定则	350
§ 98	连续群	353
§ 99	有限点群的双值表示	357
第十三章	多原子分子	361
§ 100	分子振动的分类	361
§ 101	振动能级	367
§ 102	分子对称位形的稳定性	369
§ 103	陀螺转动的量子化	373
§ 104	分子的振动转动相互作用	382
§ 105	分子谱项的分类	385
第十四章	角动量的相加	392
§ 106	$3j$ 符号	392
§ 107	张量的矩阵元	400
§ 108	$6j$ 符号	403
§ 109	角动量耦合表象中的矩阵元	408
§ 110	轴对称系统的矩阵元	410
第十五章	磁场中的运动	413
§ 111	磁场中的薛定谔方程	413
§ 112	均匀磁场中的运动	416
§ 113	磁场中的原子	420
§ 114	可变磁场中的自旋	427
§ 115	磁场中的流密度	429
第十六章	核结构	431
§ 116	同位旋不变性	431

§ 117	核力	435
§ 118	壳层模型	439
§ 119	非球形核	447
§ 120	同位素移位	452
§ 121	原子能级的超精细结构	453
§ 122	分子能级的超精细结构	456
第十七章	弹性碰撞	459
§ 123	散射的一般理论	459
§ 124	一般公式的研究	463
§ 125	散射的么正条件	465
§ 126	玻恩公式	469
§ 127	准经典情形	475
§ 128	散射振幅的解析性质	479
§ 129	色散关系	484
§ 130	动量表象中的散射振幅	486
§ 131	高能散射	489
§ 132	慢粒子散射	495
§ 133	低能共振散射	502
§ 134	准离散能级处的共振	509
§ 135	卢瑟福公式	514
§ 136	连续谱的波函数组	517
§ 137	全同粒子的碰撞	520
§ 138	带电粒子的共振散射	522
§ 139	快电子和原子的弹性碰撞	526
§ 140	具有自旋轨道作用的散射	530
§ 141	雷杰极点	535
第十八章	非弹性碰撞	541
§ 142	存在非弹性过程时的弹性散射	541
§ 143	慢粒子的非弹性散射	546
§ 144	存在反应时的散射矩阵	548
§ 145	布赖特和维格纳公式	551
§ 146	反应中的末态相互作用	558
§ 147	反应阈附近的截面行为	560
§ 148	快电子和原子的非弹性碰撞	566
§ 149	有效滞阻	574

§ 150 重粒子和原子的非弹性碰撞	578
§ 151 中子散射	580
§ 152 高能非弹性散射	584
数学附录	590
§ a 厄米多项式	590
§ b 艾里函数	592
§ c 勒让德多项式	595
§ d 合流超几何函数	597
§ e 超几何函数	600
§ f 含有合流超几何函数的积分计算	602
索引	606

第一章

量子力学的基本概念

§1 不确定性原理

每当我们试用经典力学和经典电动力学阐释原子现象时,总会得出与实验有明显矛盾的结论.最明显的例子,是把通常的电动力学用于电子绕原子核作经典轨道运动的原子模型.当电子作这种运动的时候,它和任何带电粒子的加速运动一样,会不断地辐射电磁波.由于这种辐射,电子便会丧失能量,这将使它最终落入原子核中.故按经典电动力学看来,原子是不稳定的,但这与事实完全不符.

理论与实验之间如此深刻的矛盾,表明有必要建立一种适用于原子现象(即质量极小的一些粒子在极短间距内所发生的现象)的理论,需要根本改变基本的物理概念和定律.

为方便计,我们拿实验上观察到的电子衍射现象^①,作为阐明这种根本改变的出发点.当一均匀电子束穿过一块晶体时,发现出射波呈现一种强弱交替的图样,完全类似于电磁波衍射中所观察到的衍射图样,由此可见,在一定的条件下,粒子(此例中为电子)的行为中会表现出属于波动过程的特征.

这种现象与习常的运动观念之间的矛盾,究竟尖锐到什么地步,最好用以下的假想实验说明,它是晶体的电子衍射实验的一种抽象化.设想有一块电子不能穿透的屏板,板上开有两道狭缝.让电子束^②通过其中的一个狭缝(遮住另一个),则在狭缝后放置的连续幕上可以得到某一强度分布图样;应用同样的方法,遮闭第一个狭缝并打开第二个,可得另一个图样.现在让电子束同时通过这

① 电子衍射现象实际上是在量子力学建立以后才发现的.但在我们的论述中,我们不去拘泥于理论的历史发展顺序,而是尽量采用这样的讲法,使得量子力学的基本原理与实验现象之间的联系表达得最为清楚.

② 假定粒子束是如此稀疏,以致粒子间的相互作用可以略去不计.

两个狭缝,我们根据通常的经典观念,一定会设想所得的图样不过是原先两个图样的简单叠合:因为每一个电子都沿自己的轨道运动,只通过狭缝之一,而不会影响正在通过另一个狭缝的电子.可是,电子衍射现象表明,由于干涉作用,我们所得的衍射图样实际上并不等于每一个单狭缝所分别给出的那两个衍射图样之和.十分明显,这个结果无法与电子的轨道运动观念相协调.

因此,统辖原子现象的力学——量子力学或波动力学——必须建立在与经典力学根本不同的运动观念的基础之上.量子力学中并不存在粒子轨道之类的概念.这就构成了1927年^①W.海森伯所发现的量子力学基本原理之一所谓不确定性原理的主要内容.

从抛弃经典力学的习常观念这一角度来讲,不确定性原理的内容也许可以说是消极的.诚然,这个原理本身,还不足以作为建立新的粒子力学的基础.这样一种新的理论,自应建立在若干积极论断的基础上,这将在以后(§2)讨论.但是,为了能够表述这些论断起见,我们有必要首先弄清量子力学所面临的问题的提法.为此,我们先来考察一下量子力学和经典力学内在关系间的特殊性质.

凡是一个更为普遍的理论,往往可用完整的逻辑形式表述出来,并且独立于那些作为它的极限情形的较窄理论.例如相对论力学可以建立在自己的基本原理的基础上,无需参考牛顿力学.可是,当我们表述量子力学的基本概念时,原则上却不能不用到经典力学.一个电子^②没有确定的轨道,这一事实本身意味着这个电子也不会有其它什么动力学标志^③.于是就很清楚,对于一个只包含量子客体的系统来讲,势必完全不可能建立起任何逻辑上独立的力学.对电子运动作出定量描述的可能性,要求同时存在一些物理客体,这些物理客体在足够精确的范围内服从经典力学.如果一个电子和这样的“经典客体”相作用,后者的状态一般讲来会有所变化.这一变化的性质及大小依赖于电子的状态,从而就可以用来定量描述电子的状态.

因而,“经典客体”通常称为仪器,它和电子的作用就称为测量.但是有必要强调指出,我们在这里根本没有讨论物理观测者所参与的“测量”过程.量子力学中所谓的测量,我们总是把它理解为与任何观测者无关的发生于经典客体和量子客体之间的任一相互作用过程.测量概念在量子力学中的重要性是由N.玻尔所阐明的.

我们已把“仪器”定义为在足够精确范围内服从经典力学的一个物理客体.

^① 值得指出,量子力学的完整数学表述,是在不确定性原理发现之前,由W.海森伯和E.薛定谔在1925—1926年间建立起来的,不确定性原理体现了这一数学表述的物理内容:

^② 为简便计,在本节及以后各节中,凡是讲到“一个电子”的地方,可以一般地理解为一个具有量子特性的任何客体,即指不服从经典力学而服从量子力学的粒子或粒子系统.

^③ 我们所指的是标志电子运动的那些量,而不是指标志粒子本身的电荷、质量等等参量.

例如一个质量足够大的物体,但不能因此认为仪器必然是宏观的.在一定条件下,微观客体也能起部分仪器的作用,因为“具有足够的精确度”这一概念取决于所涉及的具体问题.例如威耳逊云室中的电子运动,可用它所遗留的云迹来观察,这种云迹的粗细远大于原子尺度;当用这样低的精确度确定轨道时,电子完全是一个经典客体.

由此可见,量子力学在物理理论中占有一个很不平常的地位;它把经典力学作为一种极限情形而包含在内,但在它的自身表述中,同时又需要这一极限情形.

现在可以来表述一下量子力学问题的提法.一种典型的问题是:用前次测量的已知结果,去预断下一次的测量结果.除此以外,我们以后将看到,量子力学中的各种物理量(例如能量)所能采取的数值,即作为该量的测量结果所能得到的数值,它们的值域和经典力学相比一般讲来是受限制的.量子力学方法必须告诉我们怎样来确定它们的各种允许值.

量子力学中的测量过程具有一种十分重要的特性:它总是要影响到被测的电子,并且在给定的测量精确度范围内,原则上不可能使这种影响变得任意小.测量得愈精确,它所给予的影响就愈大,只有在精确度极低的测量中,被测客体所受的影响才能很小.测量的这种性质,逻辑上是由于电子的动力学标志仅仅作为测量本身的结果才能表现出来;十分明显,如果测量过程对客体的影响可以任意地小,这就意味着被测的那个量本身具有一个和测量无关的定值.

在各种测量中,电子的坐标测量具有基本的意义.在量子力学的适用限度内,对一个电子所施行的坐标测量^①总是可以达到需要的任何精确度.

现在假定对一个电子的坐标相继测量了许多次,每次相隔的时间固定为 Δt .这些测量结果,一般讲来,并不位于一条光滑的曲线上.而是相反,测量得愈精确,这些结果会变化得愈不连续愈不规则;正好和电子不存在轨道的概念相一致.只有在极为粗略地测量电子坐标的情形下,例如,在威耳逊云室中根据蒸气凝成的液滴确定电子坐标的情形下,才会得到一条相当光滑的轨道.

现在让测量的精确度保持不变,我们把测量之间的时间间隔 Δt 加以缩短,那么,相邻的测量当然就会给出坐标的相邻值.一系列相继测量之后所得的结果,虽然都会落到某一很小的空间范围内,可是它们将在这个区域内毫无规则地分布着,并不位于任一光滑曲线上.特别是 Δt 趋向于零时,相继测量的结果完全不趋于同一直线上.

这种情况表明,量子力学中并不存在经典意义下的粒子速度概念,经典的粒

^① 我们再强调一遍,所谓“施行测量”是指一个电子和一个经典“仪器”的相互作用,丝毫也没有预设外界观测者的存在.

子速度,就是指两个时刻的坐标之差除以这两个时刻的时间间隔 Δt 后当 Δt 趋向于零时所得的极限. 不过,以后我们会看到,量子力学中可以建立一个合理的定义,用来表示某一给定时刻的粒子速度,并且当量子力学转向经典力学时,这个速度也随之转为经典的速度. 可是,在经典力学中,一个粒子在任一给定时刻可以同时具有确定的坐标和确定的速度,而在量子力学中,情况则完全不同. 如果测量结果发现电子具有确定的坐标,那么,它就不可能同时具有任何确定的速度. 反之,具有确定速度的电子,就不可能具有确定的空间位置. 事实上,坐标和速度的同时存在就意味着一条确定轨道的存在,这正是电子所没有的. 由此可见,在量子力学中,一个电子的坐标和速度是两个不能同时确切测量的量,也就是两个不能同时具有定值的量. 我们也可以说,电子的坐标和速度是两个无法同时存在的量. 以后我们还要导出一个定量的关系式,用来判断坐标和速度同时进行非精确测量的可能性.

在经典力学中,物理系统的完全描述是通过某一时刻给定其中的全部坐标和速度来实现的. 运动方程根据这些初始条件就可以完全确定系统此后所有时刻的行为. 而在量子力学中这种描述在原则上是不可能的,因为坐标和与其相应的速度不可能同时确定. 于是,量子系统的状态是用远比经典力学为少的数值描写的. 这就是说,对量子系统的状态的描写不如经典系统那样详细.

由此得出关于量子力学所能作出的预言的性质的一个非常重要的结论:和经典力学的描述能够准确地预言系统此后的运动相比,量子力学对力学系统的描述是不够详细的,显然做不到像经典力学那样. 这就是说,即使电子处于一个描述得最完全的态中,在以后的时刻它的行为在原则上也是不唯一的. 因此量子力学对于电子此后的行为不可能给出确切的预言. 处于给定起始状态的电子,此后对它进行测量时可以得出各种各样的结果. 量子力学的任务只是给出测量得到这一结果或那一结果的概率. 当然,在有的情况下测量得到某一结果的概率可能等于 1,这时过渡到确定性,这一测量结果是单值的.

量子力学中所有的测量过程可以分成两类. 其中有一类居多数,这类测量不管系统处于什么状态,都不能测得唯一的肯定结果. 另外一类测量,它的每一种可能结果都能从某种相应状态中肯定地测得. 后一类测量在量子力学中占有重要的地位,称为可以预断的测量. 由这种测量所确定的状态,它的定量标志称为量子力学中的物理量. 如果在某一态中,某种测量总是给出唯一的肯定结果,我们就说该态中相应的物理量具有定值. 今后我们对“物理量”一词,总是理解为此处所指的含义.

今后我们一再会看到,量子力学中远非任意一组物理量都能同时测量,即都能同时具有定值. 我们早已讲过一个例子,就是一个电子的坐标和速度,在量子力学中起着巨大作用的是具有下述性质的一组物理量:这组量能够同时测量,并

且当它们同时具有定值的时候,再也没有别的物理量(只要不是这一组量的函数)能在该态中再具有定值,我们把这样的一组物理量称为一个**完全集合**。

电子状态的任何描述全都来自某种测量结果. 现在来讲一下量子力学中对一个状态进行完全描述的含义. 完全描述的态是由物理量的某一完全集合同时测量的结果所产生的. 根据这样的测量结果,我们就能确定下一次任何测量中各种所得结果的概率,并与首次测量(完全测量)之前电子的历史无关.

今后(§ 14 除外)我们总是把一个量子系统的状态理解成为这种完全描述的态.

§ 2 叠加原理

量子力学中的运动概念和经典力学相比较有了根本性的改变,当然,这就要求理论的数学表述作出同样的根本改变. 对此,我们必须首先考虑量子力学中态的描述方法.

我们用 q 表示量子系统坐标的集合,用 dq 表示这组坐标的微分的乘积. dq 通常称为该系统位形空间中的一个体积元;对单粒子来讲, dq 等同于普通空间中的一个体积元 dV .

量子力学的数学表述基于这样的一个命题:在某一给定时刻,一个系统的状态可以用一个确定的坐标函数 $\Psi(q)$ (通常为复函数)来描述. 这个函数的模量平方确定了坐标值的概率分布:对系统进行坐标测量时,测量所得诸值处于位形空间的 dq 体积元内的概率等于 $|\Psi|^2 dq$. Ψ 函数称为该系统的**波函数**①.

知道波函数后,我们还能在原则上算出任何其它测量(不一定是坐标测量)结果的概率. 所有这些概率都可用 Ψ 和 Ψ^* 的双线性表式所确定. 这种表式的最一般形式为

$$\iint \Psi(q) \Psi^*(q') \phi(q, q') dq dq', \quad (2.1)$$

其中的 $\phi(q, q')$ 函数依赖于测量的结果及性质,积分则遍及整个位形空间. 坐标值的概率式 $\Psi\Psi^*$ 本身,也是属于这种类型的一个表式②.

一般讲来,系统的状态及其波函数会随时间变化. 在这种意义下,波函数也可以看成是时间的函数. 如果某一起始时刻的波函数是已知的,那么,根据状态的完全描述这一概念本身所具的含义,在原则上可确定此后每一时刻的波函数. 波函数对时间的具体依赖关系,将由以后导出的方程式来确定.

① 波函数是由薛定谔于 1926 年首先引入量子力学的.

② (2.1) 式中当 $\phi(q, q') = \delta(q - q_0) \delta(q' - q_0)$ 时可得 $\Psi(q_0) \Psi^*(q_0)$, 其中的 δ 代表后面 § 5 中定义的德耳塔函数; q_0 为我们欲求其概率的一组坐标值.