



同济大学优秀博士论文文库

随机结构非线性反应 概率密度演化分析



SUIJI JIEGOU FEIXIANXING FANYING GAILV MIDU YANHUA FENXI

陈建兵 著



同济大学出版社
TONGJI UNIVERSITY PRESS

同济大学优秀博士论文文库
同济大学研究生院出版基金资助

随机结构非线性反应 概率密度演化分析

陈建兵 著

 同济大学出版社
TONGJI UNIVERSITY PRESS

内容简介

在实际工程结构的服役过程中,由于非线性与随机性的耦合作用,工程结构、特别是混凝土结构的非线性反应具有不可精确预测的性质,因此,从概率密度演化的角度考察工程结构的非线性性状,是准确把握结构非线性性能的必由之路.本书的主要内容分为两个部分:第一部分基于向量马氏过程理论,讨论了结构非线性构形状态转移过程;第二部分基于概率守恒原理,发展了结构非线性随机反应分析的密度演化方法.本书的附录给出了密度演化方法在结构动力随机反应分析中的最新进展.

本书可供结构工程、地震工程和随机力学等领域的教师、研究生及高年级大学生参考使用,也可用作相关领域的研究性教材.

图书在版编目(CIP)数据

随机结构非线性反应概率密度演化分析/陈建兵著.

上海:同济大学出版社,2007.4

(同济大学优秀博士论文文库)

ISBN 978-7-5608-3403-0

I. 随… II. 陈… III. 工程结构—随机非线性系
统一研究 IV. TU3

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 155903 号

同济大学优秀博士论文文库

随机结构非线性反应概率密度演化分析

陈建兵 著

责任编辑 曹建 责任校对 谢惠云 封面设计 李志云

出版发行 同济大学出版社 www.tongjipress.com.cn

(地址:上海市四平路 1239 号 邮编:200092 电话:021-65985622)

经 销 全国各地新华书店

印 刷 江苏句容排印厂

开 本 787mm×1092mm 1/16

印 张 10.25

字 数 250 000

版 次 2007 年 4 月第 1 版 2007 年 4 月第 1 次印刷

书 号 ISBN 978-7-5608-3403-0/TU·709

定 价 30.00 元

本书若有印装质量问题,请向本社发行部调换 版权所有 侵权必究

出版说明

“本科教育为立校之本,研究生教育为强校之路”.20余年来,同济大学始终把全面提高培养质量作为研究生教育改革的指导思想,取得了较好效果,为国家培养了一大批高素质的高级专门人才.在连续多年的“全国百篇优秀博士学位论文”评选中,我校先后有7篇论文入选,另有7篇论文获得提名.

在此,我们选编了海洋科学、土木工程、建筑学等学科的10篇获奖论文,辑录出版《同济大学优秀博士文库》第一辑,以展现我校研究生教育的优秀成果.同时,也希望以此为契机,进一步加强我校高层次创造性人才的培养工作,鼓励创新精神,提高我校研究生教育,特别是博士生教育的质量.

谨以本套丛书,向百年华诞的同济大学献礼!

同济大学研究生院

2007年3月

前 言

在实际工程结构的服役过程中,由于非线性与随机性的耦合作用,工程结构、特别是混凝土结构的非线性反应具有不可精确预测的性质.因此,从概率密度演化的角度考察工程结构的非线性性状,是准确把握结构非线性性能的必由之路.本书基于随机结构反应概率密度演化的思想对于随机结构分析理论进行了深入的探讨,初步建立了随机结构反应概率密度演化的基本图景.

结构静力非线性分析是评价结构抗震性能的重要手段.对于具有双线型广义随机本构关系材料的结构,其塑性截面分布状态的演化过程(即非线性损伤构形状态转移过程)反映了结构内力演化的性质.无记忆特性结构的非线性损伤构形状态转移过程具有马尔可夫性,通过结构的力学分析,可建立风险率函数与状态转移速率之间的关系,进一步考虑状态之间的逻辑关系,即可得到概率转移速率矩阵.对于有记忆特性结构及力-状态联合演化过程,可通过引入相应的记忆变量构造向量马尔可夫过程,并采用次序分析方法建立其确定性的概率密度演化方程.对于简单结构的情况进行了解析求解,并据以探讨了结构非线性构形状态演化的若干特征,发现了在实际应用中可能具有重要意义的稳定构形现象.讨论了力-状态的解耦问题.基于非线性构形状态本身的性质以及演化过程的规律,初步研究了可能的简化与近似方法.

具有连续本构关系的随机结构反应概率密度演化分析问题是本书的重点.书中提出了建立随机结构静力、动力反应概率密度演化方程的一般方法.在连续本构关系统一表达式的基础上,根据增量随机变分原理可建立随机结构反应的随机状态方程,经过状态空间的向量变换,建立了随机结构反应概率密度演化的 Liouville 方程,讨论了概率密度演化方程的降阶问题.虽然在形式上概率密度演化方程是一阶拟线性偏微分方程,但是其系数的高度非线性和非显式以及很高的维数使得求解这一方程的数值方法非常困难.为此,建立了统一右偏差分格式,研究了稳定性条件及计算参数的选取问题,探讨了差分方法的数值误差及其性质.针对计算空间非零点的超平面传播特性,通过对于整数不等式的解向量进行排序,发展了高效的内存空间缩减技术.

在上述研究工作的基础上,对于典型随机结构反应的概率密度演化特征进行了计算分析.研究表明,线性随机结构反应的均值与标准差均为线性变化.在单随机参数的场合,具有相同性质的自由度反应变异系数相同,而多随机参数则不然.随机结构非线性反应的均值与标准差均为非线性曲线,且具有渐进性质,其变异性较之相同随机参数情况下的线性结构远为增大,说明非线性与随机性的耦合作用使得涨落显著增强.概率密度演化曲线随着加载参数的增大而滑动或趋于稳定,峰值下降,分布变宽.不同随机参数以及不同自由度反应的性质具有很大的差异.对于随机参数在不同概率密度情况下随机结构反应的分析比较表明,仅仅利用随机结构参数的二阶矩特性得到的随机结构反应的概率特征是不够精确的.

最后,本书对进一步工作的方向进行了简要的讨论.

本书研究涉及的关键词有:随机结构,马尔可夫过程,向量马尔可夫过程,非线性构形状态,概率转移速率矩阵,Liouville 方程,差分方法等.

限于作者水平,书中错误与疏漏之处难免,敬请广大专家、学者不吝批评指正.

陈建兵

2006 年 10 月

目次

出版说明

前言

第1章 绪论	(1)
1.1 引言	(1)
1.2 随机结构分析现状	(2)
1.2.1 线性随机结构分析	(2)
1.2.2 非线性随机结构分析	(3)
1.2.3 概率密度演化方法	(7)
1.3 主要工作	(8)
1.3.1 工作的目的和意义	(8)
1.3.2 主要工作	(8)
第2章 数学基础	(10)
2.1 概率论基础	(10)
2.1.1 随机变量与随机向量	(10)
2.1.2 条件概率	(12)
2.1.3 风险率函数	(13)
2.2 随机过程	(14)
2.2.1 随机过程的基本概念	(14)
2.2.2 随机点过程	(15)
2.3 向量马尔可夫过程的密度演化方法	(16)
2.3.1 马尔可夫过程	(16)
2.3.2 过程的历史记忆性	(20)
2.3.3 向量马尔可夫过程的密度演化方法	(21)
2.4 Liouville 方程	(23)
2.4.1 Liouville 方程	(23)
2.4.2 Liouville 方程的形式解析解答	(23)
2.5 本章小结	(24)
第3章 结构非线性损伤构形状态的随机演化分析	(25)
3.1 引言	(25)
3.2 结构非线性构形状态转移过程及其演化方程	(25)
3.2.1 结构非线性构形状态转移过程分析	(25)
3.2.2 概率转移速率矩阵	(27)
3.2.3 结构非线性构形状态随机演化分析示例:无记忆特性结构	(29)
3.2.4 控制方程及其解答	(31)

3.2.5	非线性构形状态概率演化特征	(35)
3.3	有记忆特性结构非线性构形状态转移过程分析	(39)
3.3.1	有记忆特性结构的概率转移速率矩阵	(39)
3.3.2	典型框架结构分析的一般方法	(42)
3.3.3	非线性构形状态转移的概率密度演化方程	(45)
3.4	力-状态联合演化方程	(48)
3.4.1	力-状态联合演化过程的次序分析方法	(48)
3.4.2	力-状态联合演化方程	(49)
3.4.3	边缘分布	(51)
3.5	若干问题的讨论	(52)
3.5.1	加载机制	(52)
3.5.2	破坏准则的引入	(53)
3.5.3	缩聚与近似方法	(54)
3.6	本章小结	(55)
第4章	随机结构反应的概率密度演化分析	(56)
4.1	引言	(56)
4.2	结构非线性演化的状态方程	(56)
4.2.1	增量随机变分原理	(56)
4.2.2	增量有限元方程	(58)
4.2.3	随机状态方程	(60)
4.3	结构静力非线性反应概率密度演化的 Liouville 方程	(61)
4.3.1	结构静力非线性反应概率密度演化方程——Liouville 方程	(61)
4.3.2	关于加载机制的讨论	(64)
4.3.3	解耦问题	(65)
4.3.4	形式解析解	(65)
4.3.5	概率密度演化的渐近性质	(66)
4.3.6	广义 Liouville 方程组	(67)
4.3.7	随机结构内力反应的概率密度演化分析	(69)
4.4	连续型随机本构关系的统一表达	(70)
4.4.1	非线性弹性随机本构关系的统一表达	(70)
4.4.2	随机滞回本构关系的统一表达	(71)
4.5	结构动力非线性随机演化分析	(72)
4.5.1	非线性弹性随机结构在确定性动力激励下的概率密度演化方程	(72)
4.5.2	非线性弹性随机结构在随机激励下的概率密度演化方程	(73)
4.6	线性随机结构反应的概率密度演化分析	(74)
4.6.1	线性随机结构静力反应的概率密度演化分析	(75)
4.6.2	线性随机结构动力反应的概率密度演化分析	(78)
4.7	结构非线性反应概率密度演化方程的降阶	(79)
4.7.1	结构静力非线性随机反应概率密度演化方程的降阶	(79)

4.7.2 结构动力非线性随机反应概率密度演化方程的降阶	(80)
4.8 本章小结	(81)
第5章 结构非线性反应概率密度演化方程的数值方法	(82)
5.1 引言	(82)
5.2 概率密度演化方程的差分离散	(82)
5.2.1 概率密度演化方程的差分格式	(82)
5.2.2 稳定性条件与网格比的确定	(83)
5.2.3 矩阵奇异问题	(88)
5.2.4 概率相容条件的校验	(88)
5.3 内存空间的缩减	(89)
5.3.1 差分方法的超平面传播特性	(89)
5.3.2 非零点下标与序号的关系	(91)
5.3.3 稀疏存储格式	(96)
5.4 本章小结	(97)
第6章 典型结构非线性反应的概率密度演化分析	(98)
6.1 桁架结构随机反应的概率密度演化分析	(98)
6.1.1 桁架分析模型	(98)
6.1.2 典型桁架结构随机反应概率密度演化分析	(99)
6.2 框架结构随机反应的概率密度演化分析	(116)
6.2.1 框架结构分析模型	(116)
6.2.2 线性框架结构多自由度加载下的随机反应概率密度演化分析	(119)
6.2.3 框架结构随机非线性反应的概率密度演化分析	(122)
6.3 本章小结	(130)
第7章 结论与展望	(131)
7.1 结论	(131)
7.2 进一步工作的方向	(132)
附录 结构随机动力反应分析	(133)
参考文献	(142)
后记	(150)

第1章 绪 论

1.1 引 言

随着现代科学技术的发展和人们生活质量的提高,我们对工程结构的性能提出了越来越高的要求.例如,现代精密仪器、大型设备往往对于振动与位移有严格的限制;生命线工程结构,要求在大震和大灾作用下依然保有必要的功能,以便为灾后救援与重建提供保障.20世纪中叶以来,尽管社会发展水平有了巨大的提高,然而由于灾害性作用而造成的损失却反而越来越大,这给结构工程学科带来了一系列新的挑战课题.正是在这样的背景下,基于性能的设计思想开始浮出水面,并在近10年来引起了学者们强烈的兴趣.

长期以来,在混凝土结构的设计中采用的内力弹性分析与截面破损状态设计之间存在着矛盾.这一矛盾的根本原因在于混凝土结构的截面达到破损状态之前要经过强非线性阶段,而不是像弹性分析方法所设想的那样直接由弹性进入破损状态.事实上,在服役期内,由于荷载的波动和结构的损伤演化,工程结构的状态总是处于动态变化之中,并且不可避免地在不同程度上表现出非线性行为.因而,结构非线性分析几十年来吸引了大量学者进行研究、探索.然而,尽管在本构关系、非线性模型和求解技术等方面都已经取得重要的进展,目前的非线性分析研究成果仍然未能真正进入设计实践.其根本原因在于,准确地预测混凝土结构的非线性行为还非常困难.

事实上,对于已经建成的工程结构很难实施完备的观测,对于待建和在建的工程结构不可能实现完全的控制,因此,结构的物理参数往往是非确定性的.采用非确定性结构模型进行结构性能分析显然更加符合客观实际.对非确定性参数采用随机方法加以处理即构成随机结构模型(李杰,1996).站在概率论的立场来考察,由于结构物理参数的随机性,必然导致结构的反应产生一定幅度的涨落,而非线性效应和动态行为则使得涨落显著增大.具有随机参数的结构的非线性反应具有不可精确预测的性质,因而,完全采用确定性分析方法不能从根本上把握结构的非线性行为.

在非线性演化过程中,结构满足确定的力学规律,因此,尽管不能从路径和轨道的意义上精确地跟踪结构的非线性演化过程,但是从概率的意义来看,其非线性反应却应该具有确定的密度演化规律.就数学的角度考察,确定性非线性分析方法是经过力学规律的映射将初始空间中确定的时点(确定性初始条件和物理参数)变换为反应空间中确定的时点,在此同时,相同的力学规律也将初始空间中的一个区域映射为反应空间中的一个区域.由此,在确定性方法看来不可把握的问题可以在概率意义上加以把握.这样,在更高层次的意义上,可以准确预测结构的非线性行为.

“自然界只有一个,自然现象遵循着不依赖于人类意志的客观规律.然而,数理科学中却有着两套反映这些规律的体系:确定性描述和概率论描述.”(郝柏林,1997)虽然概率论方法的发展引起了科学家和哲学家们关于自然本质的讨论,但是直到20世纪50年代以前,两套方法在各自独立的领域内都得到了长足的发展.20世纪60年代以来,由于本质非线性行为、特别是

混沌、分形等现象的发现和深入研究,随机方法的重要性得到了日益深刻的认识(Mandelbrot, 1995).人们发现,在确定性非线性系统的长期演化行为中,会出现与随机行为不能加以区别的现象.而采用概率密度演化描述的方法,却能很好地描述其演化密度的长期行为(Prigogine, 1996;郝柏林,1997).

在这样的基础上,从概率意义的角度才可能对工程结构的非线性行为和性态加以准确地把握,进而实行有效的控制.与确定性结构非线性分析方法相区别,从概率密度演化的角度考察结构非线性行为的方法可称之为结构非线性反应的随机演化分析方法.

1.2 随机结构分析现状

1.2.1 线性随机结构分析

经过 30 余年的发展,线性随机结构在静力与动力分析方面的分析方法均已趋于成熟.早期在物理学研究中使用的随机模拟方法自从于 20 世纪 70 年代初期引入随机结构分析以来,已经成为检验各种随机结构分析方法的基本手段.基于随机摄动展开的随机结构静力分析与动力分析也已于 20 世纪 80 年代基本完善(李杰,1996).

由于随机摄动方法进行结构动力分析存在固有的久期项问题,20 世纪 90 年代初以来,正交展开理论逐渐受到研究者的重视. Ghanem & Spanos(1990)采用混沌多项式展开方法研究了随机结构静力分析问题. Jensen & Iwan(1992)则进一步将正交多项式展开方法推广到复合随机振动分析之中,根据随机振动方程,可得到具有调制 Gauss 输入情况下含有随机参数的二阶矩方程,进而将二阶矩关于基本变量进行正交展开,分析了二级系统(Primary-second)随机反应的数值特征.在上述工作的基础上,李杰在泛函分析的框架下,将随机反应量在随机泛函空间中正交展开,提出了扩阶系统方法.进而利用在复合测度空间中的次序正交分解思想,圆满解决了随机结构动力分析问题及复合随机振动问题(李杰,1995,1996,1999). Li & Liao (2001)在 Ritz 向量法的基础上,与虚拟激励法相结合,研究了随机结构在非平稳激励下的动力响应问题.最近,又将它成功地推广应用于地震动随机场空间变化的研究中(廖松涛,2001).

随机结构分析问题的困难本质上来源于随机参数出现在反应方程的系数之中,从而使得反应量是随机参数的函数,然而,在结构分析中,一般很难得到其显式的表达.因此,如何实现二者的分离或解耦,亦即尽可能得到反应量关于随机参数的显式或形式表达,构成了随机结构分析的另一条分析思路.针对不同的结构, Ren & Elishakoff(1998)提出了三种新的静力问题的随机有限元法.对于单拉杆件等简单问题,采用精确逆方法可得到随机刚度矩阵逆的精确表达式.对于梁结构,则可对单元刚度矩阵采用对角化方法,从而形成对角化总刚矩阵,进而通过求逆可得到结构反应的显式表达.在更复杂的场合,从单元层次的柔度方法(element-level flexibility method)出发,可将刚度参数变换为等式右侧的柔度参数,通过组集构成的总体方程将使得随机参数作为柔度参数出现于方程的右侧,从而使得随机反应关于随机参数的显式表达式可直接给出.一般而言,上述三种方法只有离散误差而无截断误差,故较之随机摄动方法具有明显的优势,而基于单元层次柔度方法的随机有限元法则可能具有推广的价值.

将变分原理与随机摄动方法相结合以推导随机有限元方程,仍然是一些学者致力研究的问题. Spanos 和 Ghanem(1989)首先对随机场进行 Karhunen-Loeve 正交分解,从而使得取较

少的随机变量即可较好逼近原随机场.在此基础上,利用变分原理推导了静力问题的随机有限元方程,并采用 Neumann 级数展开求解.张汝清和高行山(1992)以确定性变分原理为基础,对能量泛函关于随机变量进行二阶摄动展开,得到零次、一次和二次变分原理及其相应的有限元法.在同样的思想背景下,他们发展了有限变形弹性理论的随机变分原理,并讨论了在结构可靠度分析中的应用(高行山和张汝清,1994).赵雷和陈虬(1998)利用瞬时能量泛函的变分原理,与随机摄动法相结合,推导了结构动力分析的随机变分原理及其有限元法.在本质上,他们的工作可称之为确定性变分原理的随机摄动化.这与确定性有限元方法的随机摄动化是平行的工作,而得到的结果是相同的,只是前者从源头入手,而后者则从半路开始.

Elishakoff 及其合作者关于随机变分原理的工作则在总体上可称之为矩方程的变分原理,他们以具有随机参数的简支梁为背景进行了系列的研究. Elishakoff et al(1996)考察了具有随机刚度场的简支梁在确定性荷载作用下的变形,从具有随机参数的挠曲线方程出发,经过期望算子和协方差算子的运算,可得到挠曲线的期望和协方差的确定性偏微分方程,进而采用变分原理并结合 Galerkin 法和 Rayleigh-Ritz 法求解.不久,他们又发展了以此为基础的有限单元法(Ren et al,1997),其研究进而扩展到具有随机刚度的剪切梁及一般简支梁在确定性荷载作用下的变形研究的近似和精确方法(Elishakoff et al,1998; Impollonia 和 Elishakoff, 1998; Elishakoff et al,1999).由于未采用直接截断的方式,基于矩方程的随机变分原理可能比随机摄动法具有更高的精度.然而,他们的工作都是以静力作用下的简支梁为背景,亦即所考察的问题应能写出结构反应的显式随机偏微分方程,从而使得这一方法推广到一般结构中去的努力变得非常困难.

1.2.2 非线性随机结构分析

与线性随机结构分析方法的研究相比较,非线性随机结构分析的研究相对较少.主要的研究思路有随机模拟方法、非线性随机有限元法、等价线性化方法以及在随机优化和结构体系可靠度中的应用问题.

1. 随机模拟方法

对于一般非线性随机结构分析问题,目前尚无较为成熟的方法可资利用,同时,由于校验所提出的随机结构分析方法正确性的需要,随机模拟方法依然吸引了众多学者的研究兴趣.

随机场的模拟问题是随机结构分析中随机模拟技术的核心技术.20世纪90年代以来,随机场的模拟问题吸引了许多学者的注意. Kriging 估计理论是当前研究的核心方法之一. Hoshiya (1995)讨论了 Gauss 离散场的模拟问题.在误差向量与观测向量具有正交特性的基础上,采用 Kriging 估计方法,建议了一类逐步展开条件模拟算法,对于已观测数据无噪声条件下的条件模拟问题具有较高的效率. Jin et al(1995)将多维问题化为逐次条件随机场模拟问题,直接找到可以表达条件均值与相关特性的滤波函数之后,即可得到一类高效的多维随机场模拟方法. Ren et al (1996)基于 Kriging 估计理论,利用随机插值技术,研究了多变量 Gauss 随机场在已知某些场地记录及其导数记录的条件下的条件随机模拟问题.他们导出的条件表明,在估计中不仅误差关于场地记录应取极小,同时,关于其导数,亦应取极小.算例表明,考虑导数已知条件下得到的随机模拟结果与忽略导数已知条件下的条件模拟结果有显著的差异.然而, Kriging 方法存在理论上的不足,对于非零均值过程, Kriging 方法模拟结果甚至不等于实际过程与零均值过程之差,因此, Shinozuka & Zhang (1996)建议对于条件随机模拟过程,

采用概率密度函数方法(CPDF)方法更为方便合理. Zeldin & Spanos (1996)则探讨了小波基的应用问题,初步的研究结果表明,正确应用 Daubchies 小波的局部与多尺度结构可以大大提高随机场模拟的效率.

结构分析技术与随机场模拟方法的结合即构成随机结构分析的随机模拟方法. Zhao & Chen(2000)采用 Neumann 展开技术结合随机模拟方法研究了随机结构动力反应分析问题. 其巧妙之处在于通过动力方程的离散,化为准静力方程的形式加以处理. Ding & Li (2000)提出二重随机模拟策略并与分层抽样技术相结合,研究了非线性随机结构在地震作用下的反应问题. 在此基础上,丁光莹(2001)系统地研究了钢筋混凝土框架结构的 Push-over 随机模拟分析及动力反应的随机模拟分析. 他们的研究揭示了由于随机参数的变化可导致结构非线性反应的大幅度涨落及明显的非线性分叉现象,结构塑性铰首铰出现及形成顺序有很大的随机性,因而在本质上从确定性角度把握结构非线性性状是非常困难的,而应从概率的角度加以把握.

随机模拟方法虽然几乎被认为是处理随机问题的万能方法,然而其不足之处也是显然的,具体如下:

- (1) 在计算收敛性、计算开销及最佳停时等方面仍然存在理论和现实的困难.
- (2) 随机模拟方法作为一种现象学方法,对于问题的本质和机理的把握不够. 而这一点对于定性分析、方案比选和初步设计等是至关重要的.
- (3) 随机模拟的统计过程给出一阶矩和二阶矩,对于许多问题,所反映的信息太少,而高阶矩的获得势必要付出更大的代价. 此外,由于统计平均的过程,使得丰富多彩的随机现象被作为不重要的涨落而湮灭了,事实上,在非线性与随机问题中,正是随机涨落含有重要的信息.

2. 非线性随机摄动方法

与确定性非线性有限元方法不同,在随机非线性有限元分析中,一般要求采用连续随机本构关系. 在 Wen 连续光滑模型的启发下, Li & Katukura (1990)对于具有马尔可夫性的随机本构关系得到了连续统一表达式. 在此基础上, Sivaselvan & Reinhorn (2000)进行了进一步推广,使得连续统一表达式可以概括多种具有不同物理背景的滞回关系,从而为非线性随机结构分析的发展应用打下了初步的基础.

非线性随机摄动方法的研究思路基本上都是遵循随机函数展开理论得到确定性非线性方程组并进行求解. Liu et al(1986a, 1986b)基于随机函数的二阶展开理论,将动力方程的函数项关于基本随机变量展开,得到反应矩的控制方程并讨论了其计算求解格式,其基本方法对材料与几何非线性问题均适用. Kam & Lin(1990)研究了几何非线性随机结构的静力分析问题. 他们将随机函数关于基本独立随机变量进行二阶展开之后取数学期望,得到确定性非线性方程并采用 Newton-Raphson 迭代格式求解. 由于其基本思想是关于随机变量的 Taylor 展开,故仅对于小变异随机变量的情况适用. Teigen et al (1991)基于随机函数关于基本随机变量的 Taylor 展开建立了非线性随机有限元(PFEM)方法基本列式. 后来,他们将它与混凝土本构关系的 Willam 模型相结合,推广到三维非线性有限元静力分析中去(Frangopol et al, 1996). Ma et al (1996)利用随机摄动法研究了不考虑阻尼的几何非线性随机结构的振动问题. 在其研究中,首先通过摄动方法建立确定性方程,进而采用增量变刚度方法求解. 由于其固有限制,这一方法仅对于短时内的暂态行为具有较好的精度,对于较长的持时则一般不能应用. 李建康等人(1999)从纯幂律本构关系出发,利用罚函数有限元法处理体积不可压缩问题,发展了纯幂律全塑性罚函数有限元. 在此基础上,考虑材料参数或结点坐标的随机特性,与小扰动前提下

的非线性摄动方法相结合(李建康,2001),以单边裂纹板为例,分析了断裂参数的随机变化(孙训方和李建康等,2001).在 Liu(1988)和 Haldar & Zhou(1992)等人工作的基础上,刘宁及其合作者在弹塑性随机有限元及可靠度分析方面做了较为系统的工作(刘宁,2001).正如前述分析,基于随机摄动法的非线性随机结构分析的核心问题在于关于随机参数在其均值处的灵敏度的求解.当前非线性随机摄动方法研究的不足是:在均值点处的展开往往使得二阶矩的精度较差,计算效率较低以及多维随机本构关系的制约,等等.

总体来说,由于非线性问题和随机问题本身的复杂性,非线性随机摄动方法的研究尚不够充分,关于动力分析的研究则更是凤毛麟角.

3. 等价线性化方法

将非线性问题化为在某种意义上等价的线性问题处理是分析非线性问题的有效方法,在随机非线性问题中也是如此.迄今为止,在非线性随机结构的分析中,等价线性化方法是除随机模拟方法之外研究较多的一种(李杰,1996;Zielinski & Frey, 2001).

Langley (1987)通过在单元层次上进行等价线性化研究了几何非线性问题的等价线性化方法.在其研究中假定:①单元位移为 Gauss 分布;②激励与反应均为平稳过程.然而,对于非线性问题,这些假定通常很难满足. Nielsen et al (1990)采用三次 Taylor 展开以形成封闭的矩方程组,研究表明,其计算结果可看作是对于等价线性化方法的改进. Klosner et al (1992)建议了求一类 Gauss 白噪声激励下具有随机刚度参数的 Duffing 型非线性系统平稳反应的统计线性化方法,这一方法可适用于随机刚度参数为任意分布的情况.出人意料的是,他们的研究发现,对于刚度参数变异较大的情况,统计线性化方法给出的平稳反应与原系统的平稳反应比之刚度参数变异较小时精度更高.尽管原则上这一方法可用于多自由度系统,但即便对于双自由度系统,其推导与计算已经相当复杂,且在通常的刚度参数变异范围内其误差较大.仔细分析发现,该文在求等价线性因子时仅仅利用了刚度参数的均值信息,似乎还过于粗糙.李杰(1996)系统地讨论了等价随机系统法,给出了一般非线性随机结构在均值与方差等价意义下线性化处理的基本方法和原则.

Zhang et al (1999)研究了随机振动系统的随机 Newmark 算法.对于非线性系统,例如 Duffing 振子,采用等价线性化方法,可推导得到确定性线性系统反应的随机 Newmark 算法.文中指出,对于对称非线性情况,其协方差递归公式与线性系统相同,而在非对称非线性的场合,其反应均值非零,故应采用相应的技术计算均值与均方差反应. Silva(2000)研究了 Wen 滞回本构关系下的结构在窄带地震动作用下的 Gauss 等价线性化问题,着重考察了各个参数的不同影响.其研究表明,等价线性化方法对于系统与地震动频率比很敏感,与随机模拟的结果表明,均值与标准差一般相对误差都较大,而主要的优点仅在于能够减少计算量.与大量的数值方法研究相比较,对等价线性化方法的理论基础进行考察以确立其适用性的研究尚不多. Bernard (1998)给出了一类等价线性化方法的证明,研究表明,对于常用的 Gauss 线性化方法,其理论基础是不稳固的.更有甚者,在某些情况下, Gauss 线性化方法甚至将给出错误的结果,例如,对于双势井杜芬振子(Two-wells Duffing oscillator)的情形.而局部线性化方法(local linearization)则可给出较好的近似结果.事实上,从物理背景上不难理解, Gauss 线性化方法本质上意味着假定平稳分布为单峰 Gauss 分布,对于双峰分布密度曲线的情形,显然不能得到正确的结果.

由上述分析可见,等价线性化方法对于非线性随机结构分析问题的适用性还没有得到最

后的确认,尚无一般公认的精度较高的方法.在等价线性化方法的基础理论方面还有待更为深入的工作.

4. 结构可靠度分析与基于可靠性的优化问题中的随机结构分析

在本质上,结构可靠度分析与基于可靠度的优化应建立在随机结构分析的基础之上.在此意义上,结构可靠度分析方法与基于可靠度的优化理论中目前采用的简化与近似方法作为一种权宜之计,也是随机结构分析的基本方法之一.综合考察不难发现,在这一方向的研究之中,存在条件化方法与矩近似法两条主要研究思路.

条件化方法是随机问题变为确定性问题的基本途径之一. Igusa 和 Kiureghian(1988)从给定参数下的条件概率分布和全概率公式出发,根据一次二阶矩理论讨论了随机激励下的二级结构系统的可靠度问题. Spencer & Elishakoff(1988)研究了单自由度随机线性与非线性结构体系的可靠性问题.对于单自由度系统,可以直接给出给定参数条件下可靠度的后向 Kolmogorov 方程,并采用 Petrov-Galerkin 加权残值法求解.在此基础上,利用全概率公式进行数值加权积分.从分析过程来看,其方法对于单自由度系统适用,但对于更为复杂的多自由度结构将非常困难. Papadimitriou et al (1997)给出了一种积分计算的近似展开算法,可直接应用于已知条件失效概率或条件可靠概率情况下的全概率积分中去,对于该类随机结构系统可靠度分析问题具有较好的精度.然而,在通常的结构中,要通过分析得到条件概率密度殊非易事,正因为如此,该类方法一般仅对于较为特殊的情况具有较好的效果,而对于复杂结构,则可能完全不能适用.

矩近似法则是将随机问题化为确定性问题的另一主要途径. 陈塑寰等(1994)将随机优化问题通过 Taylor 展开和期望运算转化为等价的确定性优化问题,考察了多自由度线性系统的随机优化问题. 他们的研究表明,随机优化均值与确定性优化值相差较大. 如前所述,本质上讲,基于可靠性的优化应以随机结构分析为前提.但在目前的情况下,往往只给出关于结构动力特性的概率约束条件,进而从随机特征值的角度进行优化. 陈建军等人假定桁架结构的材料和几何特性都是随机的,并且认为全结构材料特性和几何特性的归一化随机变量同一,在此基础上进行具有频率约束条件的基于可靠性的优化(陈建军等,2001b). 这一研究尽管由于采用了全结构单一归一化随机变量而使得单一随机变量可以作为公因子完全提出来,因而不能推广到全结构为不同随机变量或随机场的情况,但是,他们的研究从定量上揭示了一个重要的现象,即现有确定性优化的结果将可能导致可靠性非常低. 这一结论在力学背景上是显然的:基于确定性优化的结果往往使得结构处于某种意义上的临界状态,从而使得结构对于缺陷和扰动较为敏感,故其可靠性可能很低.

结构体系可靠度分析长期以来一直是一个非常困难的问题.事实上,正是因为随机结构特别是非线性随机结构分析理论尚很不成熟,使得结构体系可靠度理论仍然以基于理想弹塑性假定的分支限界法作为其主导方法,而关键失效模式的搜索则成为研究的主流(董聪,2001). Egeland(1991)分析了结构可靠度理论与系统统计可靠度(Statistical reliability)理论之间的区别与类似之处.指出:在结构可靠度理论中,往往重视可靠指标的灵敏度,而在系统可靠度理论中往往着重分析元件的重要性,二者具有一定的相似之处,而重要性分析对于结构的主要失效模式与构件重要性有一定的借鉴意义. Zimmerman et al(1992)采用机构叠加法,以内虚功和外虚功之差作为安全裕度,将搜索主要失效模式问题转化为一个约束数学规划问题,对于正态随机变量问题,可进一步加以简化,而非正态随机变量则可进行当量正态化处理. Ibrahim

(1997)研究了脆性结构体系的可靠度.原则上,脆性结构体系的可靠度可通过失效树(failure tree)方法求解.其精确解答应为失效序列法(failure sequence),即遍历所有可能的失效序列,由于其计算开销的困难,通常采用失效路径法(failure path).分析表明,失效序列是失效路径的子集,因而采用失效路径法得到的失效概率偏高,因此,其可靠度计算结构是偏于保守的.书中进而采用 Monte Carlo 方法以十杆桁架结构为例进行了计算.

结构体系可靠度分析方法的根本突破可能依赖于非线性随机结构分析方法的成熟.然而,基于分支限界法的近似方法反过来亦可能对于寻求非线性随机结构概率密度演化分析的近似方法具有一定的借鉴意义.

1.2.3 概率密度演化方法

从概率密度演化的角度把握随机模型问题几十年来一直是学者们的梦想.它最早可追溯到爱因斯坦所开创的统计力学中的 FPK 方法(加德纳,1991;胡岗,1994).在确定性结构随机振动研究中,则将它引入白噪声或有色噪声激励下的结构反应概率密度分析中来(陈英俊等,1993;朱位秋,1998).

20 世纪 60 年代以来,非线性科学获得了空前的发展(陈予恕等,2000).人们发现,非线性系统、特别是复杂系统的行为与随机性具有密切的联系.从轨道角度非常难以精确把握的非线性系统,往往从概率密度角度来看具有明确而简单的性质(郝柏林,1997).近年来方兴未艾的非线性科学与复杂系统科学的研究结果表明,非线性性质是关乎系统行为的本质性的根源所在,而其性态的大幅度涨落则源于基本参数的随机性(许国志,2000).正是在非线性科学的研究中,密度演化方法异军突起,引起了极大的关注.

在一般系统科学的研究中,认为密度演化方法对于离散与连续系统均适用,它可将高度非线性的样本过程用线性偏微分方程来表达,从而将随机问题变成确定性方程的求解问题(丁义明等,2000).近年的研究则在将密度演化方法推广到非 Markov 过程的研究方面取得了重要进展.其基本思想是,寻求与问题相关联的某种状态空间,在此空间之中,过程具有 Markov 性,但又不损失问题的任何信息(曹晋华和程侃,1986).史定华及其合作者(1999,2000)采用向量马尔可夫过程的密度演化方法系统地研究了随机服务系统问题.这一思想是柯尔莫哥洛夫(1931)所开创的概率解析方法的直接延伸与发展.

在随机振动分析中,概率密度演化方法(即 FPK 方程方法)现已发展成为研究非线性随机振动的重要方法(陈英俊等,1993;朱位秋,1998).由于求解方法上的困难,寻求与已知解答的问题等价的方法成为主要的突破口. Tognarelli et al(1997)研究了等价统计平方化方法与等价统计立方化方法.近年来,朱位秋及其合作者在精确解析(Zhu & Yang,1996)、等价非线性系统方法(Zhu et al, 1994; Zhu & Lei,1997)与随机平均法(Zhu & Yang,1997; Zhu et al, 1997)求解非线性系统随机振动问题方面进行了系列研究工作,将非线性系统随机振动分析推进到可求解多自由度耗散可积、半可积及不可积系统的水平(朱位秋和黄志龙,2000).

在结构损伤概率演化分析方面,概率密度演化分析方法也有初步的尝试. Gusella(1991)研究了建筑结构在随机离散过程事件作用下的失效概率,在此基础上,讨论了结构的累积损伤及其可靠度分析的 Markov 过程方法(Gusella,1998).为了简化其求解过程,Gusella(2000)进一步通过对其概率转移矩阵采用特征分解或 Jordan 标准型分解,讨论了结构在寿命周期里的随机损伤演化. Er(2000)提出用指数多项式逼近 Gauss 激励下多自由度非线性系统反应的平

稳概率密度. 他通过定义一种新的测度投影空间, 在此空间之内, 求解含有待定系数的方程, 可得到概率密度的近似表达式. 此法对于外激和参激非线性振动均适用.

然而, 仔细分析发现, 无论是统计力学中的扩散理论、还是史定华等人在随机模型的密度演化方法方面的工作, 无论是随机振动中的 FPK 方程, 还是 Gusella 在建筑结构中损伤演化中的初步尝试, 在概念上都可以归之为确定性系统(结构)在随机激励下的反应概率密度演化分析问题. 虽然这些不同领域的研究工作初步揭示确定性系统在随机激励下的反应具有确定的概率演化规律, 但是, 具有随机参数的系统或结构的非线性反应概率密度分析问题迄今却还鲜有涉及. 虽然如此, 上述研究工作却给我们以重要的启示, 即随机系统或随机结构的非线性反应也应该具有确定的概率演化规律并且能够找到有效的分析方法.

以发展的眼光考察, 在整体科学背景发展的基础上, 概率密度演化方法在随机结构非线性分析中必将逐渐展现出其强大的生命力. 在这一领域中, 以在一定约束条件下的最大熵原理作为统一的基础, 寻求不同的概率密度演化方程及其近似解答(马力和张学文, 1993), 可能具有发展前景. 显然, 这一进程尚需时日与耐心.

1.3 主要工作

1.3.1 工作的目的和意义

本书试图利用密度演化方法对随机结构的非线性行为进行分析和预测, 从而在概率意义上把握结构的非线性性态和行为, 从而为结构(尤其是混凝土工程结构)的分析和设计提供更为深入的认识.

本书研究的意义在于以下几个方面:

(1) 确定性结构非线性分析不能完全反映结构的非线性性能, 而结构非线性随机演化分析将可能从概率密度演化的角度进行结构非线性性能的总体把握.

(2) 结构非线性反应的概率结构在实际上给出了结构性态的可靠性指标. 因而它对于传统的基于极限分析的结构体系可靠度理论是一个深刻的变革.

(3) 结构非线性随机演化分析与健康监测相结合, 可判断结构的性态, 预测结构的未来行为, 进行结构的耐久性、可靠性分析.

(4) 基于结构非线性密度演化分析的成果, 可对结构性态进行概率意义上的有效控制, 从而真正实现结构的性能设计.

1.3.2 主要工作

本书将从概率密度演化分析的角度开展工程结构非线性随机演化分析的工作.

第2章总结了本书工作中将要用到的数学工具, 主要是概率论和随机过程方面的基本概念和基本公式. 本章并不力求数学上的严密, 而着重从数学概念的物理背景和逻辑关系的角度加以阐发, 因此, 本章也是从物理背景总结数学工具的一个初步尝试. 这里体现了作者的一点体会: 问题的突破往往是从基本概念的澄清和深入认识开始的.

第3章从结构的非线性构形状转移过程的分析入手, 将力学分析与逻辑分析相结合, 通过对概率转移速率矩阵的物理意义的分析, 提出了结构非线性构形状态概率演化方程, 并对简