

新世纪教师教育系列教材

SHUXUE

KECHENG

YU

JIAOXUELUN

数学课程 与教学论

● 王晓辉 / 主编 ●



Northeast Normal University Press

东北师范大学出版社

SHUXUE

KECHENG

YU

JIAOXUELUN

数学课程

与教学论

● 王晓辉 / 主编 ● 副主编 / 李淑文 李 清



northeast Normal University Press

东北师范大学出版社

长 春

- 责任编辑:张含莹
- 责任校对:王 杰
- 封面设计:宋 超
- 责任印制:张允豪

图书在版编目(CIP)数据

数学课程与教学论/王晓辉主编. —长春:东北师范大学出版社,2005.7
ISBN 7 - 5602 - 4269 -3/G.2909

I. 数... II. 王... III. ①数学课—教学研究—师范大学—教材②数学课—教学研究—中学
IV. G633.82

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 064639 号

东北师范大学出版社出版发行
长春市人民大街 5268 号(130024)
电话:0431—5687213
传真:0431—5691969
网址:<http://www.nenup.com>
电子函件:sdcbs@mail.jl.cn

东北师范大学出版社激光照排中心制版
长春市海山印业有限责任公司印装
厂址:九台市卡伦经济开发区 59 号
2005 年 1 月第 1 版 2005 年 1 月第 1 次印刷

幅面尺寸:170 mm×227 mm 印张:14 字数:255 千
印数:0 001 — 5 000 册

定价:21.00 元

如发现印装质量问题,影响阅读,可直接与承印厂联系调换

序 言

世纪之初，人们热心地描绘着新的时代，众说纷纭。但无论怎样去述说，人们都会注意到这样一个事实：知识更新的速度在不断加快，信息传播的能力在不断提高。虽然这个事实是客观存在的，但是我们在情感上却很难去欣赏，并认为这是一件好事情。因为这个事实意味着时代变化的节奏要加快，意味着一个不甘寂寞的人要付出更多的艰辛。这个事实也毫不留情地冲击着教育，要求教育必须改革，要求教育必须培养出能够适应这种高速发展的人才。也正因为如此，在全球范围内，教育被置于从来未有过的重要地位，教育已经成为经济与社会发展的基石。与此同时，许多教育学家和教育管理人员开始意识到，在未来的社会分工中，教师这个行业应当成为一种专门的职业，必须经过专门的培养和训练，就像医生和建筑师那样。即便是美国那样教育管理相当松散的国家，也开始重新考虑教师的培养以及教师资格认定的问题，开始考虑教育管理的最高机构是否应当从各个州集权到联邦政府。

那么，教师这个行业有什么特殊性吗？或者更进一步说，将要成为一名教师的大学生与其他专业的大学生相比应当有什么特别之处吗？我想，应当是有的。如果说，世上所有的能够促进经济和社会发展的行业都在直接或间接地涉及一个问题，即如何有效地开发和利用能源的话，那么教师这个行业所要涉及的问题将是最为复杂的，因为教师要开发的是人的潜在的智能。众所周知，无论什么问题，只要涉及人本身就将变得复杂。

为了有效地开发人的潜能，一个合格的教师除却应当具备敬业精神和职业道德这些不言而喻的条件之外，在知识结构方面也应当有其特殊性。我想，这个特殊性至少表现在以下三个方面：

第一，对于专业知识本身，应当更侧重于了解知识的产生过程、知识之间相互的联系以及整个知识体系的框架，从中去理解专业知识本身的思维形式和思维方法。他们很可能对学科前沿的内容掌握得并不详尽，但应当知道那些内容出现的理由以及给本学科的发展带来的变化，应当知道那些内容的创造性之所在。

第二，应当有较高的人文素质和艺术的美感，其中包括教育学的有关知识。他们在人际交往中能够表现出必要的道德水准和修养，并且能够去影响受教育者。

第三，应当有一定的心理学方面的知识。我们已经谈到，现代社会的变化节奏在不断加快。与其相关连，其变化形式也将会越来越复杂，使人目不暇接。这些都要求人们具备相当的心理承受能力。特别要求一个教师能够在理性上把握自己和他人的心理情态及其变化。因为篇幅有限，不可能在这里进行详尽的阐述。但是我想，如果用教育管理方面的语言来归纳，上面的三点似乎可以称为“知识结构的师范性”。

东北师范大学为了更好地解决在校大学生“知识结构的师范性”问题，以推进师范生的专业发展，帮助他们毕业后尽早成为一名优秀的中学教师，学校从1997年起开始进行公共教育课程新结构改革，并编写出版了一批公共教育课使用的教材。进入新世纪，学校进一步加大了教师教育课程改革力度，除重新考虑公共教育课的新课程结构内容改革外，亦把学科课程与教学论的改革收入其中，从而形成了教师教育课程内容的全面改革。

所以这样做，重要原因在于：

1. 学科教育是大教育中一个很重要的内容，我们除却要在公共教育课中教会学生掌握“把人类的一切知识教给一切人的全部艺术”（夸美纽斯语），更要让我们的学生能够结合学科教学内容，学会在学科教学中培养形成向上的精神、学习的乐趣、创造的激情和社会的责任感。

2. 未来的教育应该让我们的学生感悟到“尊重的教育”，并在他们未来的教学工作中学会尊重教育的规律，尊重人才成才的规律，尊重学生的人格人性。我们的学生要感悟到教师永远以学生的成长为本，发展为本。

3. 教育应该成为探究知识的过程。在学科教学中，我们只有让学生处在结论的探究、发现的过程之中，才能培养学生形成解决问题的智慧，形成宝贵的创造力并体验到成功的结果。

4. 在很多情况下，过去的教育是以教师的讲授为主，而且通常都是讲得过多，过细。事实上，我们的教师应学会在讲课中给学生创造思考的机会，要让学生能够主动地学习，培养他们积极的学习态度。诺贝尔奖获得者叶芝说：“教育

不是把一只水桶装满，而是点燃一堆火焰。”

这套“新世纪教师教育系列教材”正是为上面谈到的“知识结构的师范性”和改革学科教学理论而编写的。该系列教材是为有志成为中学教师的大学生编写的，也可作为现任中学教师的阅读资料。这套教材不同于师范院校传统的同名课程，而是更加侧重于应用性与时代性。我曾参加了这套教材的策划工作，我知道，作者为了突出内容的现实性，曾经作了大量的调查。因此，我相信这套教材对于在校大学生未来从教知识的传授与能力的培养是会有所帮助的，同时也希望这套教材能够对师范院校教师教育课程内容的改革提供有益的经验。

史宁中

2005年7月15日

前 言

中学数学课程与教学论是高等师范院校数学系课程设置中体现师范特色的一门必修课。师范院校数学系的学生，将来想成为一名合格的中学数学教师，在具备了扎实的数学学科知识的同时，还必须具备一定的数学课程与教学的理论知识，掌握基本的数学教学技能，这样才有可能把数学学科知识转化为学生能理解的表征形式，从而使数学教学获得成功。因此，中学数学课程与教学论在培养合格师资方面的作用是其他课程难以替代的。

为了加强课程与教学建设，提高它的教学质量，必须有高水准的教材做依托。但是，综观目前的实际，我们发现课程与许多师范院校的数学系仍在沿用 80 年代出版的、由十三所院校编写的《中学数学教材教法》，这本书虽然对于帮助师范生掌握最基本的数学教学理论知识和熟悉数学课堂教学的基本规范有非常重要的意义和作用，但随着数学教学改革的发展，其内容显得有些陈旧。近些年也陆续出版了一些数学教学论、数学教育学方面的书籍，但是一般包含范围较广，理论性过强，有关教学的原则、教学模式、教学方法等概念化的内容较多，而对于实际教学如何开展却涉及甚少，这对于即将走出校门走上讲台的师范生来说显然是不够的。

因此，我们编写了这本教材，本书的基本特色是：

(1) 反映现代中学数学教学改革的实际，在介绍必要的理论的基础上注意内容的实践性，选用大量的优秀案例，以理论联系实际的方式论述教学问题，增强内容的操作性。

(2) 反映新的初、高中数学课程改革中提出的新理念、要求，但不是完全照搬

照用,而是选取能促进中学生学习,提高学生数学能力、数学素养的部分加以论述。

(3) 适当吸收国外的先进教学理念,并选取了一些有特点的案例,力求呈现国外数学课堂的实际,供学生学习借鉴。

本门课程的基本目标是:使学生能基本上掌握中学数学教学的技能和方法,了解或熟悉中学数学教学中的各项工作,使学生能较顺利地通过教育学实习,毕业后能较快地适应中学数学教学的日常工作。

全书共分八章:首先是理论部分,包括绪论和第一章。绪论主要介绍中学数学课程与教学论的研究对象和研究方法,目的是使学生认识到中学数学课程与教学论是一个不断发展的学科,并提高他们开展中学数学研究的意识。第一章主要论述中学数学教学目的及内容,力求使学生对于中学数学课程的发展变化有个全面的认识。第二章到第五章是教学设计环节。第二章“数学教学设计过程”是这几章的总括,主要包括数学教学设计的概念和数学教学设计的基本过程,力求使学生在总体上对于教学设计的基本理论及过程形成一个基本的认识,而第三章“数学概念的教学设计”、第四章“数学命题的数学设计”和第五章“数学问题解决的教学设计”则是第二章的理论及方法在这三个不同教学领域的具体实施。本书的后一部分则反映了课程改革强调的新理念:其中第六章“几种数学活动的设计与激发策略”,对于传统的“教师讲授为核心”的教学活动和课程改革中提出的新的学习活动(合作学习、教学建模、数学探究活动)的具体实施方式、激发策略都结合具体案例进行了详细的论述,有利于学生在未来工作中采用各种不同的活动来激发学生的学习兴趣,提高数学质量。第七章“学生数学应用意识和创造思维的培养”,引导学生创造性地用数学的方法和培养学生数学情感的策略,这一章选用了很多国外的理论及案例,内容新颖独特,很值得学生借鉴。第八章“数学教学技术与资源作用”,从课程资源的角度出发,为教师提供了一些数学教学技术与资源,并对如何合理利用资源提出了具体的建议,有很强的操作性和实践性。


本教材由王晓辉负责总体框架的设计,李淑文、李清、孙连举教授参加了讨论和编写工作,数学课程与教学论方向的研究生陈国芳、王文芳和韦俊也参加了部分内容的编写和整理工作。

在编写过程中,我们参考了许多兄弟院校的教材和一线教学教师的案例,在此一并表示感谢。

半个多世纪的教学实践表明,《中学数学课程与教学论》的教材建设是一项长期的、复杂的工作,需要专家、学者和教师作长期努力。由于编者水平所限,书中难免出现不当或错误之处,希望到读者们的批评、指正。

编者

2005. 7. 5



目 录

绪论 中学数学教学论的研究对象和方法	1
0.1 中学数学教学论的研究对象	2
0.2 中学数学教学论的研究方法	4
思考与实验	6
第一章 中学数学教学目的及内容	7
1.1 确定中学数学教学目的的依据	8
一、中学数学教学目的的要依据党的教育总目标及 普通中学的性质和任务来确定	8
二、中学数学教学目的的要依据数学的特点来确定	9
三、中学数学教学目的的要依据中学生的学习基础、年龄特 征和认识水平来确定	10
1.2 中学数学教学目的的分析	10
一、义务教育初中数学教学大纲的教学目的	10
二、《全日制普通高级中学数学教学大纲（实验修订版稿）》 中规定的教学目的	11
三、《全日制义务教育数学课程标准》中的课程目标	12
四、普通高中数学课程标准中的课程目标	14
1.3 中学数学的教学内容及体系	15

一、中学数学教学内容的选择原则	15
二、中学数学教学的基本内容	18
三、中学数学教学内容的安排体系	21
四、中学数学教材的编排方式	23
思考与实践	24
第二章 数学教学设计过程	25
2.1 数学教学设计的基本过程	26
一、确立目标	26
二、分析内容	31
三、了解学生	31
四、设计活动	32
五、评价结果	33
2.2 数学教学设计的案例	34
一、教案	34
二、教学录像	38
思考与实践	38
第三章 数学概念的教学设计	39
3.1 数学概念学习的一般理论	40
一、数学概念	40
二、数学概念学习	41
3.2 数学概念学习	44
一、数学概念的引入	45
二、数学概念的理解	47
三、数学概念的运用	54
3.3 数学概念教学的设计案例	56
思考与实践	59
第四章 数学命题的教学设计	60
4.1 数学命题学习	61
一、数学命题学习的内容	61
二、数学命题学习的形式	62
4.2 数学命题的教学设计	64
一、数学命题教学过程设计应遵循的原则	64

目 录

二、数学命题教学过程的设计	65
4.3 数学命题教学的设计案例	70
思考与实践	79
第五章 数学问题解决的教学设计	80
5.1 数学问题解决学习	81
一、数学问题解决的概述	81
二、问题与问题解决	82
三、问题解决的心理学分析	86
5.2 数学问题解决的教学设计	90
一、情境的设计	90
二、问题的设计	91
三、学生活动的设计	95
5.3 问题解决教学设计案例	96
一、教案	96
二、教学录像	99
思考与实践	99
第六章 几种数学活动的设计与激发策略	100
6.1 培养学生的数学反应意识和应用能力	101
6.2 合作学习	114
一、基本理论	114
二、实施策略	115
6.3 数学探究活动	122
一、数学探究的内涵及意义	122
二、数学探究学习的特点	123
三、数学探究学习的类型	123
四、《普通高中数学课程标准（实验）》中对数学探究活动的要求	123
五、数学探究教学过程的基本环节与教学功能	123
六、案例及分析	125
6.4 数学建模活动	133
一、数学建模的内涵及意义	133
二、数学建模活动的特点	133
三、数学建模活动的类型	133
四、关于数学建模活动的要求	133

五、数学建模活动的教学环节·····	134
六、案例及分析·····	135
思考与实践·····	143
第七章 数学应用意识和创造思维的培养·····	144
7.1 培养学生的数学应用意识和应用能力·····	145
一、应用意识与应用能力的涵义·····	145
二、帮助学生提高应用能力·····	146
三、培养学生的应用意识·····	156
7.2 创造性地做数学·····	158
一、创造性思维概述·····	158
二、发散思维·····	164
三、数学开放题·····	167
7.3 影响学生对数学的情感·····	171
一、欣赏学生水平·····	172
二、愿意去尝试水平·····	178
三、与学生达到情感目标有关的评价活动·····	178
思考与实践·····	180
第八章 数学教学技术与资源的利用·····	181
8.1 数学教学资源·····	182
一、教科书·····	182
二、数学教学方法的来源·····	183
三、数学教学的电子文本资源·····	183
四、操作材料和模型·····	184
8.2 娄科学家教学的技术·····	196
一、计算机辅助数学教学·····	196
二、计算器辅助数学教学·····	201
三、图像显示应用技术·····	205
四、可视显示器·····	207
五、基于计算机的多媒体演示·····	207
思考与实践·····	207
总参考文献·····	208

绪 论

中学数学教学论的研究对象 和方法



本章学习目标

1. 了解中学数学教学论的研究对象。
2. 初步掌握中学数学教学论的研究方法。

学完本章你将能够回答：

1. 为什么要学习中学数学教学论？
2. 中学数学教学论的研究方法主要有哪些？

中学数学教学论是在中学数学教材教法的基础上发展起来的,在这个过程中又受到了一般教学论的制约,它的研究范围一直局限在以下几方面:中学数学的教学目的、内容;中学数学教学的原则、方法;中学数学教学的过程;中学数学教学效果的检查;等等。其中,教学目的、内容是被教学大纲和教材确定下来的,教学原则、方法、过程多数又是从一般教学论中移植过来的,至于教学效果的检查,则以是否通过考试为衡量的唯一标准。这种被“确定下来”和“移植过来”的做法严重阻碍了中学数学教学论的发展。因此,必须明确中学数学教学论的研究对象和方法。

中学数学教学论的研究对象



中学数学教学论是为实现中学数学教学目标，研究中学数学课程的教与学的活动及其规律性的一门学科。它要解决的主要问题是：为什么教（学）数学（教学目的），教（学）什么样的数学（课程内容），怎样学数学（学生），怎样教数学（教师），以及如何评价教与学的效果。

为了解决以上五个方面的问题，中学数学教学论的研究对象应当包括以下五个方面：

1. 中学数学课程目标的研究

随着时代的进步，社会对学校教育培养的人才规格会不断提出新的要求。从工业革命时代进入信息革命时代，使知识的有序性向信息的无序性转变，这就意味着对人的素质的要求越来越高。那么，数学素养应当包括哪些成分，对中学生的数学素养要求到什么程度，确定中学数学课程目标的依据是什么，影响中学数学课程的因素有哪些，数学课程标准中提出的“人人学有价值的数学”，“人人都能获得必要的数学”，“不同的人在教学上得到不同的发展”，其中什么是有价值的数学，什么是必要的数学，如何理解不同的人在教学上得到不同的发展，如此等等，都应当展开深入的研究。

2. 中学数学课程内容的研究

如果说中学数学课程目标是在观念上体现中学数学教育所要达到的结果，那么，数学课程内容则是实现目标的载体。对中学数学课程内容的研究，就是如何把数学的科学形态转化成数学的教育形态。作为教育的数学，它的内容比形式更重要；它的思考过程至少和结果同等重要；这样就会涉及对课程内容的选取、加工、编排等一系列问题。把观念上的目标变成在教学中可操作的具体目标。举个例子来说，在数学课程标准中的总体目标中提出了创新精神和实践能力的培养，从课程内容的整体上就必须考虑到问题的解决、课题的学习、数学探究、数学建模等内容，同时，在局部内容的设计上也要考虑到创新精神和实践能力的培养。如“连续3个奇数的和是177，求这3个数”的问题，如果只要求会列方程 $x+x+2+x+4=117$ （求出 $x=57$ ，于是这3个连续奇数是57，59，61），这就没有体现创新精神和实践能力的培养。如果在课程内容的设计上，让学生通过实验的方法猜一猜：

x	$x+2$	$x+4$	和
41	43	45	129
51	53	55	159
55	57	59	171

或者在课程内容的设计中提出“3个连续奇数与它们的和之间具有什么关系”的问题，让学生在自主探索合作交流中去发现，就有利于创新精神和实践能力的培养。学生能够从若干组具体的3个连续奇数与它们的和之间找出规律性：

$$1+3+5=9; 3+5+7=15; 5+7+9=21;$$

$$(9-6) \div 3=1 (15-6) \div 3=3; (21-6) \div 3=5;$$

$$(177-6) \div 3=\text{第1个奇数}(57)。$$

这样处理就有利于创新精神的培养。

此外，在中学数学课程内容的研究中，如何处理好课程内容和现代社会科技发展的关系，课程内容与学生心理发展的关系，课程内容与文化传统的关系，各国数学课程内容的比较研究，计算机技术和数学课程内容整合的研究，新课程、新教材的实验研究等等，都是值得研究的课题。

3. 中学生数学学习心理的实证研究

确定了课程目标，编制了体现课程目标的课程内容，只有通过师生的教与学的活动才能实现课程目标。在教与学的活动中，学生是学习的主体，研究学生数学学习的心理过程长期以来是我国中学数学教育中的薄弱环节。近年来，对数学学习的研究已经在数学教育中占据了主导地位。尽管中学数学教学论不能像数学教育心理学中数学学习论那样去研究数学学习心理学，但是诸如数学概念学习的心理特点、数学命题学习的心理特点、数学问题解决学习的心理特点以及非智力因素对中学生数学学习的影响，如果一点都不研究，就有可能导致教学的盲目性。因此，结合中学数学教学实践，有必要开展中学生数学学习心理特点的实证研究，为数学学习心理学的建立提供翔实的案例。

4. 中学数学教学的研究

学生的学习活动是在教师的组织、引导、参与下进行的，教师的教学活动必须以学生的学习活动为前提。围绕“学”与“教”的双边活动开展的数学教学设计的研究，特别是新一轮课程标准中提出的自主探究、合作交流的教学模式的研究，问题解决、课题学习、培养学生创新精神、实践能力的教学模式的研究，各种教学方法的优化组合的研究，都是摆在我们面前的研究课题。

5. 中学数学教学评价的研究

教与学的效果怎样评价，评价的原则和方法是什么，怎样评价才能实现促进学生的发展，怎样实现对学生数学学习过程的评价，怎样对学生发现问题、解决问题的能力进行评价，怎样实现评价主体和方式的多样化，等等，都值得进行深入的研究。

0.2

中学数学教学论的研究方法

中学数学教学论是一门综合性的实践性很强的理论学科，处于不断向数学教育学的方向发展之中，为了使这个学科逐步科学化，必须重视它的研究方法。

其研究方法大致可以归纳为如下几种：

1. 历史的研究方法

研究和利用数学史及数学教育发展史。数学发展史给我们提供了数学概念、理论、思想、方法、语言发展的历史道路的重要知识，数学发展史是人类认识数学的历史。学生学习数学的过程和人类认识数学的过程有一致性。参照历史过程往往能够找到学生学习数学的合理程序以及形成和发展这些概念、理论、思想、方法、语言的途径；历史的研究方法是要从历史中吸取教育思想的启迪，不是去重复和复制历史；把现实的研究问题放到数学和数学教育历史中看清其历史地位；把历史资料 and 现实资料加以对比分析，从历史的全局上把握本质。

2. 理论的研究方法

中学数学教学论是一门实践性很强的理论学科，它并不否定理论的研究或思辨性研究，而往往要用思辨性的研究作理论分析，分解出研究问题的构成因素，形成假说；研究各种因素的性质和相互关系；从众多资料中作理论概括，抽出规律，形成理论体系。

3. 实证的研究方法

通过收集资料，进行调查和统计，分析和比较以及剖析典型事例，来研究构成教育问题的基本因素，以把握问题的实质和规律性。常用的方法是观察和调查。比如，通过自己的数学教学实践，或通过调查了解有关中学的数学教学工作，可能发现一些有价值的问题，对这些问题进行深入全面的分析，制定解决方案，进行实践，通过解决问题，可能总结出一些规律性的东西，充实数学教学论的内容。

4. 实验的研究方法

实验研究中也采用许多实证研究的方法，如观察和调查，但有本质的区别：实验研究中，人为地制造了严密地验证实验假说的系统和环境，即要有严格的控制条件。首先要提出和论证实验课题，作出实验假说（实验课题要明确，要有必要性；假说要简明，要具有可验证性、充分性和无矛盾性）。根据实验假说确定实验类型，取样，控制实验条件，进行教学实验；采用研究性谈话，问卷，测试，系统观察与个案研究等方法收集资料；使用经验归纳法、统计分析法等方法分析处理资料，得出结论，最后写出实验报告或论文。

无论采用哪种研究方法，都要以辩证唯物主义为指导思想。数学教学过程是一种复杂的过程，是多因素的动态过程，一旦离开了辩证唯物主义的指导，就不能揭示数学教学的规律性。因此，在研究方法上，要特别注意做到以下几个方面的结合。^①

(1) 宏观分析与微观分析相结合

过去大多从一般人类认识过程的性质和规律来考查数学教育过程，尽是从宏观上对数学教学的认识过程进行分析，忽视了对学生个体认识过程中微观机制的探讨。因此，不仅要考查人类总体的认识规律在数学教学中的反映，还要考虑学生个体在认识上的差异，学生合理的认知结构的形成，以及在一般认识规律指导下考察数学知识结构怎样转化为学生的认知结构，学生在学习过程中的认知结构是怎样发展变化的，以达到微观的、精细水平的研究。

从发展的趋势看，数学教学既应重视宏观的观察、分析，又要注意微观的精细研究。只有宏观的研究往往是很粗糙的，只有微观的分析可能会迷失方向，因此，数学教学研究的方向是宏观分析和微观分析相结合。

(2) 动态分析与静态分析相结合

任何事物的运动都有两种形式：相对的静止和绝对的运动。静止是相对的，运动是绝对的，静止只是运动的特殊形式。

数学教学是一个可变的、不断运动着的系统。在这个运动着的系统中，各因素、结构之间都在不断发展和变化，只有静态分析与动态分析相结合，才能从发展变化中看出数学教学现象之间的联系，才能把握它们的本质。既要把教师、学生、教材放到统一的教学系统中去，分析和研究它们各自的功能和联系，又要对每一因素进行独立的分析和研究；既要整个教学过程中考查教师的教学质量和学生的学习效果，又要就个别内容考查教师的教学质量和学生的学习效果。

(3) 定性分析与定量分析相结合

区分、鉴定事物的质叫定性分析；认识、测定事物的量叫定量分析。一门科学，只有成功地运用数学时，才算真正达到完善的地步。数学为其他学科提供了思维的工具，使其精确化。数学教育为何不能运用数学方法呢？我们要建立科学的数学教育学，就必须将定性分析和定量分析相结合。定性分析是揭示数学教育规律的开始，是定量分析的基础；定量分析是揭示数学教育规律的继续和深入，是定性分析的进一步精确化。

数学教育研究是一项十分复杂的工作。过去，人们往往只注意定性分析，从理论到理论；往往从经验出发，根据某种理论觉得数学教育应该如何如何，缺乏量上的刻画。这样不易把握教学，教学理论的应用也没有说服力。实际上，如果

^① 曹才翰，蔡金法，教学教育概论，南京：江苏教育出版社，1989