配 上 海 二 期 课 改 新 教 材

主编 徐冬林

XINJIAOCAI SHUXUE TONGBU FENCENG DAOXUE

新教材数学

同步分层导学

高中一年级第二学期用

上海科学技术出版社

新教材

数学

同步分层导学

高中一年级第二学期用

主编　徐冬林

上海科学技术出版社

内 容 提 要

数学同步分层导学是与新教材内容紧密配合的学生同步辅导读物，旨在同步地对课堂内容进行补充，并为学生提供训练机会.本书是其中一册.

本书将每章内容按单元进行划分，每一单元由[综合导学]、[随堂应用]、[分层达标]等栏目组成，每章末还有[阅读与欣赏]、[研究性学习]栏目.整本书中附有[阶段测试]、[期末测试]及[提示与参考答案]等.

图书在版编目(CIP)数据

新教材数学同步分层导学.高中一年级第二学期用/徐冬林主编.—上海:上海科学技术出版社,2007.2（2009.1重印）

ISBN 978-7-5323-8821-9

Ⅰ.新...　Ⅱ.徐...　Ⅲ.数学课—高中—教学参考资料　Ⅳ.G634.603

中国版本图书馆CIP数据核字（2007）第008367号

责任编辑　吴　敏

上海世纪出版股份有限公司
上 海 科 学 技 术 出 版 社　出版、发行
（上海钦州南路71号　邮政编码200235）
新华书店上海发行所经销　上海市印刷十厂有限公司印刷
开本 787×1092　1/16　印张6.75　字数154 000
2007年2月第1版　2009年1月第3次印刷
印数：6,801—10,000
ISBN 978-7-5323-8821-9
定价：10.00元

出版说明

这套同步分层导学丛书是以上海市二期课改新教材为依据的学生同步辅导读物，内容紧密配合教材. 本丛书按每学期一册编写，旨在同步地对课堂内容进行辅导，为学生提供训练机会，并成为课堂教学的有益的参考辅导读物.

本丛书将每章内容按单元进行划分，每一单元由[综合导学]、[随堂应用]、[分层达标]栏目组成，每章末还有[阅读与欣赏]、[研究性学习]栏目. 整本书中附有[阶段测试]、[期末测试]及[提示与参考答案]等.

[综合导学]是对这一单元的知识要点、例题剖析、思维误区、方法指导、请你思考.

[随堂应用]是按课时需要，将每一单元内容分成多个[随堂应用]，即针对每一节课安排 3～5 题与课堂教学内容密切相关的练习题，让学生课后复习巩固之用. 在每一单元中，如果分为 4 节课，就有 4 个[随堂应用]，其内容的深浅、顺序与课堂内容完全一致. 也就是说，课堂上学什么内容，就安排相应的练习内容；如果课堂是复习，内容也就是有关前面的复习内容.

[分层达标]是对本单元的有关知识以试卷形式让学生进行训练，分为基础型、提高型两组题目.

[阅读与欣赏]是根据二期课改的新理念，旨在开拓学生的眼界，提高学生的学习兴趣.

[研究性学习]是根据二期课改的新理念，旨在让学生在探究的过程中，培养其创新能力.

[阶段测试]是在每学期某个阶段后安排两份阶段测试.

[期中测试]是在每学期期中时安排两份期中测试.

[期末测试]是在每学期期末时安排两份期末测试.

[提示与参考答案]给出了[随堂应用]、[分层达标]、[阶段测试]、[期末测试]的答案，对有难度的题目，进行详细解答.

本书主编为徐冬林，参加本书编写的有：徐冬林、曹荣杰、陈蓓华. 本书由徐冬林统稿.

目录

目录

第四章

幂函数、指数函数和对数函数（下）

第三单元　对数、反函数和对数函数

综合导学

知识要点

1. 掌握对数的概念及对数运算法则，指数与对数的互化.
2. 掌握对数换底公式及运用.
3. 掌握反函数的概念及求函数的反函数.
4. 掌握对数函数的概念，对数函数图像分类及主要性质.

例题剖析

例 1　画出下列函数的图像：

（1）$y=|\lg x|$；　（2）$y=\log_2|x-1|$；　（3）$y=|\log_{\frac{1}{2}}|x||$.

分析　画与对数函数有关的函数图像，关键是函数的定义域及图像中的"渐近线".

解　（1）画出函数 $y=|\lg x|$ 的图像如图 4-5(1)所示；

（2）画出函数 $y=\log_2|x-1|$ 的图像如图 4-5(2)所示；

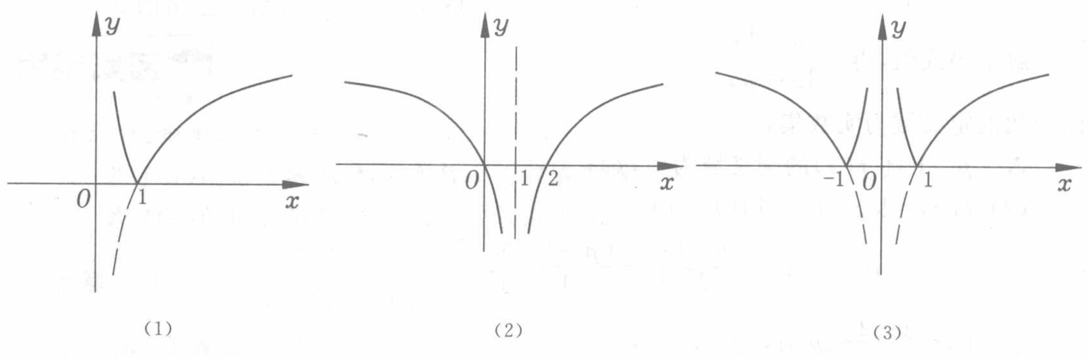


图　4-5

（3）画出函数 $y=|\log_{\frac{1}{2}}|x||$ 的图像如图 4-5(3)所示.

例 2　（1）求函数 $f(x)=\log_{\frac{1}{2}}(x^2-2x-3)$ 的单调递增区间；

（2）已知函数 $f(x)=\log_{\frac{1}{2}}(x^2-ax+a)$ 在区间$(-\infty,\sqrt{2})$上是单调递增函数，求实数 a

的取值范围.

分析 (1) 看作复合函数$\begin{cases}t=x^2-2x-3,\\ y=\log_{\frac{1}{2}}t\end{cases}$在求$t=x^2-2x-3$的单调递减区间时,应注意对数函数的定义域;

(2) 函数在$(-\infty,\sqrt{2})$上是递增函数,故只需考虑当$x\in(-\infty,\sqrt{2})$时$x^2-ax+a>0$就可以了,不必恒正.

解 (1) 单调递增区间为$(-\infty,-1)$;

(2) 令 $t=x^2-ax+a$, $y=\log_{\frac{1}{2}}t$. 要使 $f(x)$在$(-\infty,\sqrt{2})$上是单调递增函数,必须且只须满足$t=x^2-ax+a$在$(-\infty,\sqrt{2})$上是减函数且$t>0$,

即 $\begin{cases}2-a\sqrt{2}+a\geqslant 0,\\ \sqrt{2}\leqslant\dfrac{a}{2}.\end{cases}$

解不等式组,得 $2\sqrt{2}\leqslant a\leqslant 2(\sqrt{2}+1)$.

例3 设$f(x)=\log_2\dfrac{x+1}{x-1}+\log_2(x-1)+\log_2(p-x)$.

(1) 求$f(x)$的定义域;

(2) $f(x)$是否存在最大值或最小值?若存在,则求之;若不存在,说明理由.

分析 求定义域时,不能随意化简函数;否则会引发错误,在求函数的最值时,作为与对数函数有关的函数,一定要考虑函数的定义域.

解 (1) $\begin{cases}\dfrac{x+1}{x-1}>0,\\ x-1>0,\\ p-x>0,\end{cases}$

$\therefore$ $\begin{cases}x>1\text{ 或 }x<-1,\\ x>1,\\ x<p,\end{cases}$

解不等式组,得 $\begin{cases}x>1,\\ x<p,\end{cases}$

因函数的定义域为实数集,

$\therefore$ $p>1$且$f(x)$的定义域为$(1,p)$;

(2) $f(x)=\log_2[(x+1)(p-x)]$

$$=\log_2\left[-\left(x-\frac{p-1}{2}\right)^2+\frac{(p+1)^2}{4}\right],$$

① 当$1<\dfrac{p-1}{2}<p$时,即 $p>3$,

$f(x)\leqslant\log_2\left[\dfrac{(p+1)^2}{4}\right]=2\log_2(p+1)-2$,

② 当 $\dfrac{p-1}{2}\leqslant 1$或$\dfrac{p-1}{2}\geqslant p$,即 $p\leqslant 3$或$p\leqslant -1$(舍),

因为定义域为$(1,p)$,故无最值.

综上所述，当 $p>3$ 时，$f(x)$ 的最大值为 $2\log_2(p+1)-2$.

例 4 已知函数 $f(x)=\log_2(1+x)+a\log_2(1-x)$ 为奇函数.

(1) 求 $f(x)$ 的解析式；

(2) 求 $f^{-1}(x)$；

(3) 求证：$y=f^{-1}(x)$ 的图像上不存在两点 $(x_1,y_1)(x_2,y_2)$，满足 $y_1=y_2$.

分析 (3)的证明等价于证明 $y=f^{-1}(x)$ 是单调函数.

解 (1) 由 $\begin{cases}1+x>0,\\1-x>0\end{cases}$ 解得定义域为 $(-1,1)$.

因为 $f(x)$ 是奇函数，故 $f(x)+f(-x)=0$.

即 $\log_2(1+x)+a\log_2(1-x)+\log_2(1-x)+a\log_2(1+x)=0$.

即 $(1+a)\log_2(1-x^2)=0$.

$\because$ $0<1-x^2<1$,

$\therefore$ $\log_2(1-x^2)\neq0$.

$\therefore$ $a=-1$；

(2) $f^{-1}(x)=\dfrac{2^x-1}{2^x+1}\quad(x\in\mathbf{R})$；

(3) $f^{-1}(x)=\dfrac{2^x-1}{2^x+1}$.

任取 $x_1>x_2$,

$$f(x_1)-f(x_2)=\frac{2^{x_1}-1}{2^{x_1}+1}-\frac{2^{x_2}-1}{2^{x_2}+1}$$

$$=\frac{2^{x_1+x_2}+2^{x_1}-2^{x_2}-1-(2^{x_1+x_2}-2^{x_1}+2^{x_2}-1)}{(2^{x_1}+1)(2^{x_2}+1)}$$

$$=\frac{2(2^{x_1}-2^{x_2})}{(2^{x_1}+1)(2^{x_2}+1)}>0,$$

$\therefore$ $f^{-1}(x)$ 单调递增.

所以其图像上不存在两点，其函数值相等.

思维误区

例 5 已知函数 $f(x)=\lg[(a^2-1)x^2+(a+1)x+1]$.

(1) 若 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$，求实数 a 的取值范围；

(2) 若 $f(x)$ 的值域为 $\mathbf{R}$，求实数 a 的取值范围.

错解 (1) $\begin{cases}a^2-1>0,\\\Delta=(a+1)^2-4(a^2-1)<0.\end{cases}$

$\therefore$ $\begin{cases}a>1\text{ 或 }a<-1,\\3a^2-2a-5>0.\end{cases}$

解不等式组，得 $a>\dfrac{5}{3}$ 或 $a<-1$；

(2) 同上.

分析 (1) 遗漏 $a^2-1=0$ 的讨论；

(2) 混淆定义域与值域，对(1)要求真数大于零恒成立，而问题(2)要求真数能取遍一切正实数.

正解 (1) ① 当 $a^2-1=0$ 时解得 $a=\pm 1$，其中，$a=-1$ 显然成立；

② 当 $a^2-1\neq 0$，此时 $\begin{cases}a^2-1>0,\\ \Delta<0.\end{cases}$

解不等式组，得 $a>\frac{5}{3}$ 或 $a<-1$，

综上所述，$a>\frac{5}{3}$ 或 $a\leqslant -1$；

(2) ① $a^2-1=0$. 解方程，得 $a=\pm 1$.

当 $a=-1$ 时不成立；当 $a=1$ 时，$f(x)=\lg(2x+1)$ 成立，

② $\begin{cases}a^2-1>0,\\ \Delta\geqslant 0,\end{cases}$

$\therefore \begin{cases}a>1 \text{ 或 } a<-1,\\ -1\leqslant a\leqslant \frac{5}{3},\end{cases}$

$\therefore 1<a\leqslant \frac{5}{3}$.

综上所述，$1<a\leqslant \frac{5}{3}$.

方法指导

1. 解对数型问题，讨论定义域是关键.

2. 与幂(指数)函数一样，采用变量代换，转化为两个常见函数的复合函数. 当然亦要关注图形，重视数形结合.

请你思考

阅读以下材料：已知 x_1, x_2 分别是方程 $\log_2 x+x-3=0$，$2^x+x-3=0$ 的根，求 x_1+x_2 的值.

解 在同一直角坐标系中分别作出 $y=2^x$，$y=\log_2 x$，$y=3-x$ 的图像如图 4-6 所示.

设点 A、B、M 的坐标分别为 $(x_1, 2^{x_1})$、$(x_2, \log_2 x_2)$、(x_0, y_0).

由于 $y=2^x$ 与 $y=\log_2 x$ 互为反函数，因此点 A、B 关于直线 $y=x$ 对称，即 M 是 A、B 的中点，而 M 点坐标可由 $\begin{cases}y=3-x,\\ y=x\end{cases}$ 解得 $M\left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right)$.

而 $x_1+x_2=2x_0$，$\therefore x_1+x_2=3$.

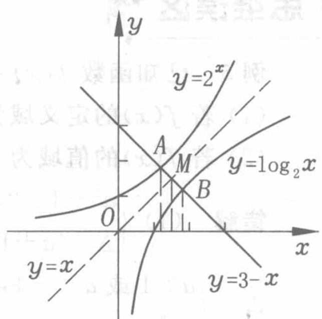


图 4-6

由上述材料中提供的解题思路，你是否能模仿着编两道类似的数学题呢？

随 堂 应 用

应用一　对数概念及其运算，对数的运算性质

1. 求证：$\log_{a^n}M=\frac{1}{n}\log_a M$.
2. 若 $12^x=2,12^y=3$，求 $2x+y$ 的值.
3. (1) 若 $\log_2[\log_3(\log_4 x)]=1$，求 x 的值；
   (2) 若 $\log_2 x^2=2$，求 x 的值.
4. 已知：$a^2+b^2-11ab=0(a>b>0)$，求证：$\log_2\frac{a-b}{3}=\frac{1}{2}(\log_2 a+\log_2 b)$.

应用二　换底公式

1. 已知 $\log_{18}9=a,18^b=5$，用 a、b 表示 $\log_{30}36$.
2. 已知 $\log_a x=2,\log_b x=3,\log_c x=6$，求 $\log_{abc}x$ 的值.
3. 已知 $\log_3 10=a,\log_6 25=b$，求 $\log_4 45$.
4. 在直角三角形 ABC 中，a、b 为直角边，c 为斜边.
   求证：$\log_{(c+b)}a+\log_{(c-b)}a=2\log_{(c+b)}a\cdot\log_{(c-b)}a$.

应用三　反函数

1. 求下列函数的反函数：
   (1) $y=x^2-2x+3(x<1)$；
   (2) $y=x|x|$；
   (3) $y=3^x-1(x\geqslant 0)$；
   (4) $y=3-\sqrt{x}$；
   (5) $y=\begin{cases}-x^2+2x+1, & 当\ x\geqslant 1\ 时；\\ x^2-2x+3, & 当\ x<1\ 时.\end{cases}$
2. 已知 $f(x)=\frac{3^x-1}{3^x+1}$，求 $f^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$的值.
3. (1) 函数 $y=f^{-1}(x)$的图像过点$(-2,0)$，函数 $y=f(x+5)$的图像一定过点 P，求点 P 的坐标；
   (2) 若点$(4,3)$既在函数 $y=1+\sqrt{ax+b}$的图像上，又在它的反函数的图像上，求函数解析式.
4. 设 $f(x)=\sqrt{x}-\frac{1}{\sqrt{x}}$.
   (1) 求 $f^{-1}(x)$的解析式；
   (2) 判断 $f(x)$的单调性并证明；
   (3) 解不等式：$f^{-1}(x)\leqslant 4$.
5. 已知函数 $f(x)=2^x-1$ 的反函数为 $f^{-1}(x)$，$g(x)=\log_4(3x+1)$. 设函数 $H(x)=g(x)-\frac{1}{2}f^{-1}(x)$，$x\in[0,1]$. 求：

$H(x)$的值域.

6. 已知函数 $f(x)=\left(\frac{x-1}{x+1}\right)^2 (x\geqslant 1)$, $f^{-1}(x)$是 $f(x)$的反函数.

(1) 求 $f^{-1}(x)$及其定义域;

(2) 若 $g(x)=\frac{a}{f^{-1}(x)}+\sqrt{x}+a+1 (a>0)$,求 $g(x)$的最小值.

应用四　对数函数的图像与性质(1)

1. 求函数 $f(x)=2^x+1(x>0)$的反函数 $f^{-1}(x)$.

2. 求下列函数的值域:

(1) $f(x)=\lg(2x-1)$;

(2) $f(x)=\log_{\frac{1}{2}}(x^2+4)+1$;

(3) $f(x)=\log_{\frac{1}{2}}(|x|-3)$;

(4) $f(x)=\log_3(-2x^2+9)+2$.

3. 求下列函数的单调区间:

(1) $f(x)=\log_2(x^2-3x)$;

(2) $f(x)=\log_{\frac{1}{2}}(4x-x^2)$;

(3) $f(x)=\log_2(|x-1|+|x+2|)$;

(4) $f(x)=|\log_2|x||$.

应用五　对数函数的图像与性质(2)

1. 设 $f(x)=\lg(10^x+1)+ax$ 是偶函数, $g(x)=\frac{4^x-b}{2^x}$是奇函数,求 $a+b$ 的值.

2. 函数 $f(x)=\lg|3x+m|$的图像关于直线 $x=-2$ 对称,求 m 的值.

3. 作出下列函数的图像:

(1) $f(x)=|\log_2|x-1||$;

(2) $f(x)=|\log_2(3x-1)|$.

4. 函数 $f(x)=\lg(ax^2+x+1)$.

(1) 若 $f(x)$的定义域为 $\mathbf{R}$,求 a 的取值范围;

(2) 若 $f(x)$的值域为 $\mathbf{R}$,求 a 的取值范围.

5. 设函数 $f(x)=\lg\left(x^2+\frac{4}{x^2}-2m\right)$.

(1) 若 $f(x)$的定义域为$\{x|x\in\mathbf{R}$ 且 $x\neq 0\}$,求 m 的取值范围;

(2) 若 $f(x)$的值域为 $\mathbf{R}$,求 m 的取值范围.

应用六　对数函数的图像与性质(3)

1. 若函数 $f(x)=\log_a x(a>0$ 且 $a\neq 1)$在区间$[a,2a]$上的最大值是最小值的 3 倍,求 a 的值.

2. 函数 $f(x)=\log_2\frac{x}{2}\cdot\log_{\sqrt{2}}\frac{\sqrt{x}}{2}, x\in[\sqrt{2},8]$.

求函数 $f(x)$ 的最大值和最小值.

3. 函数 $f(x)=\log_a(2-ax)$ 在 $x\in[0,1]$ 上是单调递减函数,求实数 a 的取值范围.

4. 函数 $f(x)=\log_2(x^2-ax+2)$ 在 $x\in[0,1]$ 上是单调递增函数,求实数 a 的取值范围.

应用七　对数函数(综合)

1. 设函数 $f(x)=\log_a(1-a^x)(a>0$ 且 $a\neq1)$.

(1) 求 $f(x)$ 的定义域和值域;

(2) 判断 $f(x)$ 的单调性;

(3) 证明 $y=f(x)$ 的图像关于直线 $y=x$ 对称.

2. 函数 $f(x)=\log_{\frac{1}{3}}[kx^2+(k+2)x+k+2]$ $(k\in\mathbf{R})$. 若 $f(x)$ 有最小值,求实数 k 的取值范围.

3. 已知 $a>0$ 且 $a\neq1$. 设 P:函数 $y=\log_a(x+1)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递减;Q:曲线 $y=x^2+(2a-3)x+1$ 与 x 轴交于不同的两点. 如果 P、Q 有且只有一个正确,求实数 a 的取值范围.

4. 已知函数 $g(x)$ 与 $f(x)=2^x$ 的图像关于直线 $y=x$ 对称,点 A、B、C 在 $g(x)$ 的图像上,它们的横坐标分别为 a、$a+4$、$a+8(a>1)$. 设 $\triangle ABC$ 的面积为 S.

(1) 求 $S=F(a)$ 的表达式;

(2) 求 $F(a)$ 的值域;

(3) 判别 $S=F(a)$ 的单调性并证明.

分 层 达 标

基础型

一、填空题

1. 函数 $f(x)=\log_2x(x>1)$ 的反函数 $f^{-1}(x)=$________________.

2. 函数 $f(x)=\lg(x^2-2x-3)$ 的定义域为________________________.

3. 若 $\log_{\frac{1}{2}}(x+1)>1$,则 x 的取值范围________________.

4. 若 $f(x)=\log_2x$ $x\in[2,8]$,则 $f(x)$ 的最大值与最小值的和等于____________.

5. 若 $\log_a\dfrac{2}{3}<1$,则实数 a 的取值范围是____________________.

6. 函数 $f(x)=\log_4(x^2-x)$ 的单调递增区间为________________.

7. 已知函数 $f(x)$,满足:对任意实数 x_1、$x_2\in\mathbf{R}^+$,当 $x_1<x_2$ 时,有 $f(x_1)<f(x_2)$ 且 $f(x_1)+f(x_2)=f(x_1\cdot x_2)$,写出一个满足上述条件的函数__________________.

8. 已知函数 $f(x)=\log_3x+3(0<x\leqslant1)$,那么 $f^{-1}(x)$ 的定义域是____________.

9. 方程 $\log_2(x+4)=\left(\dfrac{1}{3}\right)^{|x|}$ 的实根有________个.

10. 关于函数 $f(x)=\lg\dfrac{x^2+1}{|x|}(x\in\mathbf{R}$ 且 $x\neq0)$ 有下列命题:

① 函数 $y=f(x)$ 的图像关于 y 轴对称;

② 函数 $f(x)$ 的最小值是 $\lg2$;

③ 当 $x>0$ 时，$f(x)$ 是增函数，当 $x<0$ 时，$f(x)$ 是减函数；

④ $f(x)$ 在区间 $[-1,0)$，$[1,+\infty)$ 上是增函数；

⑤ $f(x)$ 无最大值，也无最小值.

其中正确命题的序号是__________________.

二、选择题*

11. 函数 $y=\lg|x|$（　　）.

（A）是偶函数，在区间 $(-\infty,0)$ 上单调递增

（B）是偶函数，在区间 $(-\infty,0)$ 上单调递减

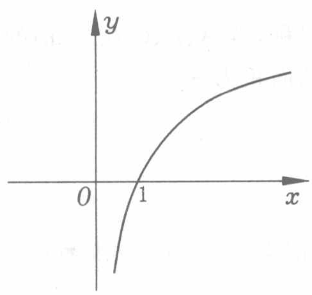
（C）是奇函数，在区间 $(0,+\infty)$ 上单调递增

（D）是奇函数，在区间 $(0,+\infty)$ 上单调递减

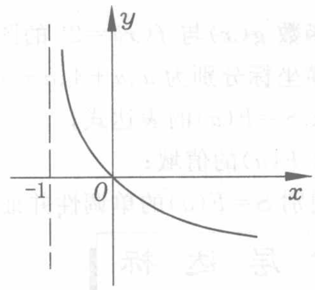
12. 若函数 $y=\log_a(x+b)$ $(a>0$ 且 $a\neq1)$ 的图像过两点 $(-1,0)$ 和 $(0,1)$，则（　　）.

（A）$a=b=2$　（B）$a=\sqrt{2},b=2$　（C）$a=2,b=1$　（D）$a=b=\sqrt{2}$

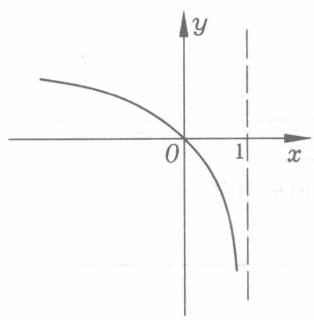
13. 函数 $y=\log_2(1-x)$ 的图像是（　　）.



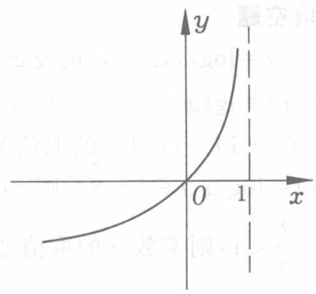
（A）



（B）



（C）



（D）

（第 13 题）

三、解答题

14. 已知函数 $f(x)=\frac{1}{2}(a^x-a^{-x})$ $(a>0$ 且 $a\neq1)$.

---

* 本书中的选择题，每个小题都给出了代号为 A、B、C、D 的四个结论，其中只有一个结论是正确的，把你认为正确结论的代号写在题后的括号内，下同.

(1) 求 $f(x)$ 的反函数 $f^{-1}(x)$；

(2) $f^{-1}(x)$ 图像是否关于原点成中心对称图形，为什么？

15. 已知 $2(\log_{\frac{1}{2}}x)^2+7\log_{\frac{1}{2}}x+3\leqslant 0$，求函数 $y=\left(\log_2\dfrac{x}{2}\right)\left(\log_2\dfrac{x}{4}\right)$ 的值域.

16. 若函数 $f(x)=\log_a[1-(2a-1)x]$ 在区间 $[2,4]$ 上为增函数，求实数 a 的取值范围.

17. 已知函数 $f(x)=2^{x+1}$，将函数 $y=f^{-1}(x)$ 的图像向左平移 2 个单位，再向上平移 1 个单位，得到函数 $y=g(x)$ 的图像.

(1) 写出 $y=g(x)$ 的解析式；

(2) 求出 $F(x)=g(x^2)-f^{-1}(x)$ 的最小值及取得最小值时 x 的值.

提高型

一、填空题

1. 若函数 $y=f(x)$ 的图像与函数 $y=\lg(x+1)$ 的图像关于直线 $y=x$ 对称，则 $f(x)=$____________________.

2. 已知 $A=\{5,\log_2(a+3)\}$，$B=\{a,b\}$，若 $A\cap B=\{2\}$，则 $A\cup B=$____________________.

3. 已知函数 $f(x)=\lg\dfrac{1-x}{1+x}$，若 $f(a)=b$，则 $f(-a)=$____________________.

4. 函数 $f(x)=\log_a(3x+5)$，无论 a 为何值，其图像恒过定点____________________.

5. 偶函数 $f(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 上是增函数，且 $f\left(\dfrac{1}{2}\right)=0$，则不等式 $f(\log_{\frac{1}{4}}x)>0$ 的解为____________________.

6. 方程 $\log_5(3x+2)=|x|$ 的所有解的和为__________(精确到 0.1).

7. 函数 $f(x)=x^{\lg x}$ 在 $x\in\left[\dfrac{1}{10},10\right]$ 上的最大值__________，最小值为__________.

8. 函数 $f(x)=\log_2\left(x-\dfrac{2}{x}+a\right)$ 在 $x\in[2,4]$ 单调递增，则 a 的取值范围____________________.

9. 对于函数 $f(x)$ 定义域中任意的 x_1、$x_2(x_1\neq x_2)$，有如下结论：

① $f(x_1+x_2)=f(x_1)\cdot f(x_2)$；

② $f(x_1\cdot x_2)=f(x_1)+f(x_2)$；

③ $\dfrac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}>0$；

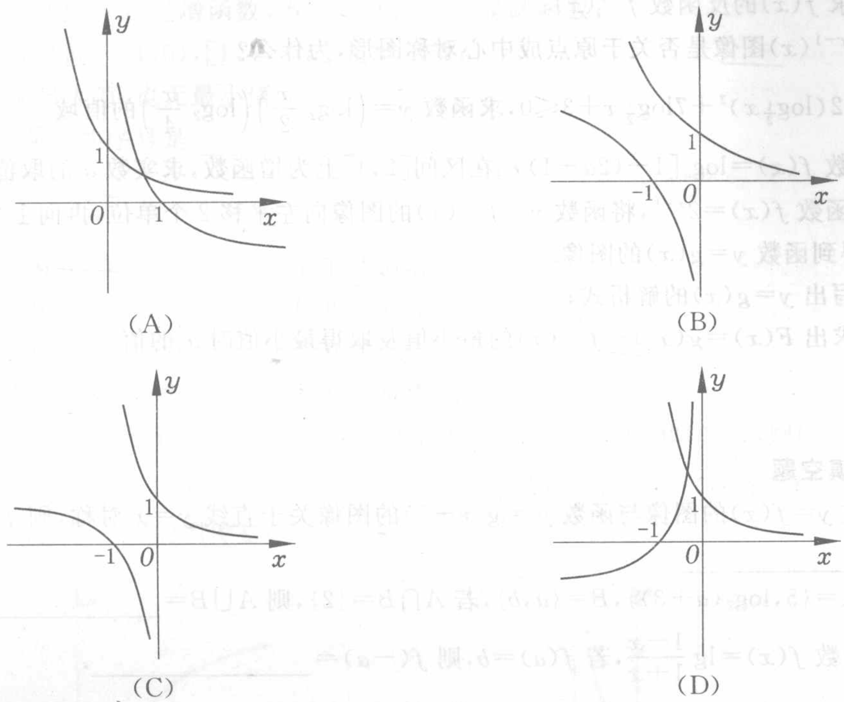
④ $f\left(\dfrac{x_1+x_2}{2}\right)<\dfrac{f(x_1)+f(x_2)}{2}$.

当 $f(x)=\lg x$ 时，上述结论中正确结论的序号是____________________.

10. 已知 $f(x)=\dfrac{\lg x}{x-1}$ $(x>0$ 且 $x\neq 1)$ 是单调递减函数，当 $0<a<1<b$ 时，试比较 a^{b-1}__________b^{a-1} 的大小.

二、选择题

11. 已知函数 $y=2^x$ 与 $y=\log_2(-x)$，它们在同一坐标系中的大致图像为(　　).



（第 11 题）

12. 设函数 $f(x)$ 为奇函数，且当 $x\in(0,+\infty)$ 时，有 $f(x)=\lg(x+1)$，则当 $x\in(-\infty,0)$ 时，$f(x)$ 的表达式为(　　).

(A) $-\lg(x+1)$　　(B) $\lg(1-x)$

(C) $-\lg(1-x)$　　(D) $\dfrac{1}{2}\lg(1-x)$

13. 若不等式 $x^2-\log_a x<0$，在区间 $\left(0,\dfrac{1}{2}\right)$ 内恒成立，则实数 a 的取值范围是(　　).

(A) $\left[\dfrac{1}{16},1\right)$　　(B) $(1,+\infty)$

(C) $\left(\dfrac{1}{16},1\right)$　　(D) $\left(\dfrac{1}{2},1\right)\cup(1,2)$

三、解答题

14. 已知函数 $f(x)=\log_a\dfrac{x+1}{x-1}$　$(a>0$ 且 $a\neq1)$.

(1) 判断函数 $f(x)$ 的奇偶性；

(2) 判断 $f(x)$ 在区间 $(1,+\infty)$ 上的单调性并加以证明.

15. 设 $s>1,t>1,m\in\mathbf{R},x=\log_s t+\log_t s,y=\log_s^4 t+\log_t^4 s+m(\log_s^2 t+\log_t^2 s)$.

(1) 将 y 表示为 x 的函数 $f(x)$，并求 $f(x)$ 的定义域；

(2) 若关于 x 的方程 $f(x)=0$ 有且仅有一个实根，求实数 m 的取值范围.

16. 已知函数 $f(x)$ 满足 $f(ax-1)=\lg\dfrac{x+2}{x-3}$　$(a\neq0)$.

(1) 求 $f(x)$ 的表达式；

(2) 求 $f(x)$ 的定义域；

(3) 是否存在实数 a，使 $f(x)$ 为奇函数或偶函数？若存在，求出实数 a 的值，否则说明不存在的理由.

17. 设 $a>0$ 且 $a\neq 1$，函数 $f(x)=\log_a\dfrac{x-3}{x+3}$，$g(x)=1+\log_a(x-1)$. 令 $f(x)$ 与 $g(x)$ 的定义域的公共部分为 D，当 $[m,n]\subsetneqq D$ 时，$f(x)$ 在 $[m,n]$ 上的值域为 $[g(n),g(m)]$，求 a 的取值范围.

第四单元　指数方程和对数方程

综合导学

知识要点

1. 掌握指数方程和对数方程的解法.
2. 掌握指数不等式和对数不等式的解法.
3. 掌握含字母的指数方程和不等式及对数方程和不等式的解法.

例题剖析

例 1　解下列方程：

(1) $3^{x+1}+3^{x+2}+3^{x-1}=2^{x+1}+2^{x-1}$；

(2) $4^x+6^x-9^x=0$.

分析　(1) 合并同类项后，化为形如 $a^{f(x)}=b^{g(x)}$；

(2) 方程两边同除 4^x 或 9^x，化为一个一元二次方程类型.

解　(1) $(3+3^2+3^{-1})3^x=(2+2^{-1})\cdot 2^x$.

即　$\dfrac{37}{3}\cdot 3^x=\dfrac{5}{2}\cdot 2^x$.

化简，整理，得　$\left(\dfrac{3}{2}\right)^x=\dfrac{15}{74}$.

解方程，得　$x=\log_{\frac{3}{2}}\dfrac{15}{74}$.

(2) $\left(\dfrac{2}{3}\right)^{2x}+\left(\dfrac{2}{3}\right)^x-1=0$.

解方程，得　$\left(\dfrac{2}{3}\right)^x=\dfrac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$（负舍），

$\therefore$　$x=\log_{\frac{2}{3}}\left(\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}\right)$.

例 2　解下列方程：

(1) $\log_2(4^x+4)=x+\log_2(2^{x+1}-3)$；