辽宁省普通中等专业学校统编教材

数学

第1册

（财经类专业通用）

辽宁省中等专业学校数学教材编写组　编

修订版

辽宁大学出版社

辽宁省职业技术教育教学用书编审委员会审定　编号：0096

辽宁省普通中等专业学校统编教材

数　学

（第一册）

（财经类专业通用）

辽宁省中等专业学校数学教材编写组　编

辽宁大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

数学　第一册/辽宁中等专业学校数学教材编写组编.
-沈阳：辽宁大学出版社，1996.6
中等专业学校教材．财经类
ISBN　7-5610-3119-X

Ⅰ．数…　Ⅱ．辽…　Ⅲ．数学-专业学校-教材　Ⅳ．O12

中国版本图书馆 CIP 数据核字（96）第 02489 号

数学(第一册)
(财经类专业通用)
辽宁省中等专业学校数学教材编写组　编

辽宁大学出版社出版发行(沈阳市崇山中路 66 号)
丹东日报印刷厂印刷

开本：787×1092　1/32　　印张：5.875　　字数：125 千
1997 年 6 月第 2 版　　1999 年 6 月第 3 次印刷
印数：15001—21000

责任编辑：马　静　　封面设计：刘桂湘
责任校对：张素华

ISBN 7-5610-3119-x
G·1051　定价：7.00 元

编委会主任： 郭燕杰

编委会副主任： 王新民　马庆武　贾景华

王仁成　章雪冬　李大发

编　委： （以姓氏笔划为序）

马庆武　王仁成　王新民　李大发

杨松漠　张素华　邵义君　赵长骥

郭燕杰　高元钦　章雪冬　贾景华

主　编： 李大发　马庆武　赵长骥

副主编： 邵义君　张素华　高元钦

杨松漠

主　审： 赵广春

前　　言

数学课程是中专教学的一门重要基础课，高质量的教材是提高教学质量的基础。尽管现行中专数学教材版本较多，并且各具特色，但大都是根据 1987 年国家教委颁发的教学大纲编写的。随着近年来中等职业教育的迅速发展和教学改革的不断深入，这些教材在知识的深度广度、教学时数安排以及体现职教特色等方面都不能完全适应当前中专教学的需要；特别是 1993 年国家教委对九年义务教育初中数学教学内容进行了较大幅度的调整，现行教材无法衔接。鉴于这种情况，考虑到我省中专教育教学改革的实际和数学教材建设的基础，为满足当前中专数学教学的实际需要，在省教委职教处的指导下，根据 1993 年国家数学课程组关于修订财经类数学教学大纲会议的精神，由省中专数学课程组组织编写了这套教材。

本书编写中，本着保证基础，加强应用，简明精炼，难易适度的原则，力求突出职业教育特色，体现教育教学改革的精神。在保证教材内容科学、准确和知识的内在联系的基础上，对以往教材中过深、过多、过难的内容进行了精简和调整；在基本概念、定理、定律的表述和论证中，力求简炼、科学直观、通俗、实用；在例题、习题的选编上强调典型性和具有举一反三的功效。尤其是注意理论联系实际，侧重培养学生运用所学知识解决实际问题的能力。同时考虑到与目前初中数学课程相衔接，将原中专数学教材内容做了必要的删减或补充。

本教材适用于普通中专财经、管理科各专业，也可供其他

中等职业学校相应专业参照使用。本套教材分基础数学(第一、二、三册)和应用数学(第四册)两部分。招收初中毕业生的学校使用一至四册;招收高中毕业生的学校使用三至四册。文中带有※号部分为选学内容。

本套教材由李大发、马庆武、赵长骥统串书稿,编委会集体讨论定稿,经辽宁省职业技术教育教学用书审定委员会审定通过。

本册是基础数学的第一册,包括代数、三角函数等内容。参加本册各章编写的人员有:马向广、刘春华、李丽英等。本册统稿为邵义君。

在本教材的编写过程中,辽宁大学裴英潮研究员、车维毅教授、赵云桥副教授提出了许多有益的建议,赵红雨老师对本册的习题做了认真的核对,在这里一并表示感谢。

由于时间仓促,水平所限,不当之处敬请读者批评指正。

辽宁省中专数学教材编写组

一九九六年四月

目　　录

第一章　集合与函数

集合与函数是从实际问题中抽象出来的两个重要数学概念，它们不仅是今后学习数学的基础，而且广泛地应用于诸多领域。

本章将介绍集合概念及其运算，建立函数概念，并具体讨论幂函数、指数函数和对数函数。

§1—1　集　合

一、集合的概念

在研究问题时，我们经常把一些具有某种共同属性的对象看做一个整体。例如：

(1)某校某班的全体同学；

(2)辽宁省所有年利润超过 100 万元的企业；

(3)小于 4 的自然数；

(4)曲线 $y=x^2$ 上所有的点；

(5)所有正方体。

它们分别是由不同对象组成的整体，每一组里的对象都具有某种共同的属性。

一般地，把具有某种共同属性的对象的全体叫做集合(简称集)。将组成集合的每一个对象称为这个集合的元素。

例如，在上面的例子中，(2)是由辽宁省所有年利润超过100万元的企业组成的集合，辽宁省每个年利润超过100万元的企业都是这个集合的元素；(4)是由曲线 $y=x^2$ 上所有点组成的集合，曲线 $y=x^2$ 上每个点都是这个集合的元素。

习惯上，用大写字母 A、B、C 等表示集合，用小写字母 a、b、c 等表示集合中的元素。如果 a 是集合 A 中的元素，则记作"$a\in A$"，读作"a 属于 A"；如果 a 不是集合 A 中的元素，则记作"$a\ \overline{\in}\ A$"(或记作"$a\notin A$")，读作"a 不属于 A"。

如果用 A 表示引例中的(3)，

则 $$2\in A,\qquad 4\ \overline{\in}\ A.$$

由数组成的集合叫做**数集**。常用的几种数集及其使用符号如下：

由全体自然数组成的集合叫**自然数集**，记作 N；

由全体整数组成的集合叫**整数集**，记作 Z；

由全体有理数组成的集合叫**有理数集**，记作 Q；

由全体实数组成的集合叫**实数集**，记作 R。

若数集中的元素都是正数，就在集合记号的右上角标以"+"号；若数集中的元素都是负数，就在集合记号的右上角标以"−"号。例如，正实数集记作 R^+，负有理数集记作 Q^- 等等。

今后如无特殊说明，我们一般是在实数集上讨论问题。

注意 对于一个给定的集合，必须具有以下三种性质：

(1)确定性 集合中的元素必须是确定的。即对任何一个对象，由其特有的性质，都能判断它是这个集合中的元素，或不是这个集合中的元素，两者必居其一。如"所有效益较好的企业"就不能组成集合。

(2)互异性　集合中任何两个元素必须是不同的对象。当两个或两个以上相同元素归入一个集合时，只能算集合中的一个元素。

(3)无序性　集合中的元素没有顺序之分。

二、集合的种类

1. 有限集

若集合中所含的元素为有限个，则将此集合叫做有限集合，简称有限集。

例如，引例中的(1)，(2)，(3)都是有限集。特别是只含一个元素的集合，称为单元集。

2. 无限集

若集合中所含的元素为无限个，则将此集合叫做无限集合，简称无限集。

例如，引例中的(4)，(5)都是无限集。

3. 空集

不含任何元素的集合叫做空集，记作$\varnothing$.

例如，由方程　$x^2+1=0$ 的实根组成的集合就是空集。

三、集合的表示法

集合的表示方法主要有列举法和描述法。

1. 列举法

将集合所含元素全部列举出来，并写在大括号内，用这种形式表示集合的方法叫做列举法。

例如，"不大于 5 的自然数"所组成的集合可表示为$\{1,2,3,4,5\}$，也可表示为$\{2,1,4,3,5\}$等。

又如，仅含一个元素 a 的单元集可表示为$\{a\}$。

注意　$\varnothing$和$\{0\}$不同。$\varnothing$表示不含任何元素的空集；$\{0\}$表示含有一个元素零的单元集。

$\varnothing$和$\{\varnothing\}$不同。$\varnothing$的含义如上所述，而$\{\varnothing\}$却表示以空集为元素的单元集。

2. 描述法

将集合所含元素具有的共同属性描述出来，写在大括号内，用这种形式表示集合的方法叫做**描述法**。

它的一般形式为

{元素的共同属性}或

{元素的一般形式|元素的共同属性}。

如引例：

(1)可表示为　{某校某班的同学}；

(2)可表示为　{辽宁省年利润超过100万元的企业}；

(3)可表示为　$\{n \mid n<4, n\in N\}$；

(4)可表示为　$\{(x,y) \mid y=x^2\}$.

为研究方便，还常用平面上的封闭曲线所围的图形来表示一个集合，图形内的点表示该集合所含元素，如图1－1所示。

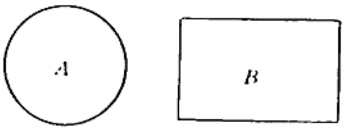

图1－1

例1　用适当的方法表示下列集合：

(1)由－1,2,3组成的集合；

(2)全体偶数组成的集合；

(3)不等式组 $\begin{cases} 2x+1<6 \\ x+1\geqslant 0 \end{cases}$

解的集合(通常称为解集)。

解 (1) 由 $-1,2,3$ 组成的集合可表示为 $\{-1,2,3\}$;

(2) 全体偶数组成的集合可表示为 $\{n \mid n=2k, k\in Z\}$;

(3) 不等式组解的集合可表示为 $\{x \mid -1\leqslant x<\frac{5}{2}\}$.

3. 区间

设 a、b 为两个不等的任意实数,且 $a<b$:

集合 $\{x \mid a\leqslant x\leqslant b\}$ 记作 $[a,b]$,叫做**闭区间**;

集合 $\{x \mid a<x<b\}$ 记作 (a,b),叫做**开区间**;

集合 $\{x \mid a<x\leqslant b\}$ 记作 $(a,b]$,叫做**左开区间**;

集合 $\{x \mid a\leqslant x<b\}$ 记作 $[a,b)$,叫做**右开区间**.

左开区间和右开区间统称为**半开区间**。

无论哪一种区间,a、b 都叫做区间的端点。

在数轴上,区间用一条以 a、b 为端点的线段来表示。包括在区间内的端点用实心点表示;不包括在区间内的端点用空心点表示,如图 1-2 所示。

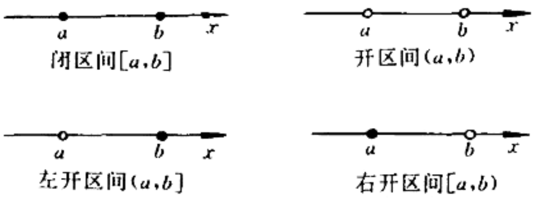

图 1-2

区间长为有限时,叫做**有限区间**。如上面所说的四个区间均为有限区间。区间长为无限时,称为无限区间。对无限区间,有如下规定:

(1)集合$\{x|x\geqslant a\}$,记作$[a,+\infty)$;

(2)集合$\{x|x>a\}$,记作$(a,+\infty)$;

(3)集合$\{x|x\leqslant b\}$,记作$(-\infty,b]$;

(4)集合$\{x|x<b\}$,记作$(-\infty,b)$;

(5)实数集R,记作$(-\infty,+\infty)$.

这里记号"∞",读作"无穷大"。"$+\infty$"读作"正无穷大","$-\infty$"读作"负无穷大"。

"∞"不表示某一确定的实数,只表明某个变量变化时,它的绝对值无限增大。"$+\infty$"表示某个变量沿正方向变化,"$-\infty$"表示某个变量沿负方向变化。

例 2 用区间表示下列集合:

(1)$\{x|-1\leqslant x\leqslant 6\}$; (2)$\{x|x\geqslant 5\}$;

(3)$\{x|1<x<2\}$; (4)$\{x|x\in R$ 且 $x\neq -1,x\neq 2\}$.

解 (1)$[-1,6]$; (2)$[5,+\infty)$; (3)$(1,2)$;

(4)$(-\infty,-1)\cup(-1,2)\cup(2,+\infty)$.

四、集合之间的关系

1. 集合相等

考察集合$A=\{1,2,3,4\}$和$B=\{4,3,2,1\}$,显然,集合A与集合B所含元素完全相同。

一般地,如果集合A与集合B所含元素完全相同,则叫集合A与集合B相等(简称A等于B).记作 $A=B$,读作"A等于B".

2. 子集

考察集合 $A=\{1,2,3\}$和 $B=\{0,1,2,3,4\}$,

显然,集合A中的元素都是集合B中的元素。

一般地，如果集合 A 中的元素都是集合 B 中的元素，则集合 A 叫做集合 B 的子集(简称 A 是 B 的子集)。记作 $A\subseteq B$ 或 $B\supseteq A$，读作“A 包含于 B”或“B 包含 A”.

由子集定义可知，对于任何一个集合 A，有 $A\subseteq A$. 我们还规定，空集是任何集合的子集，即

$$\varnothing\subseteq A(A\text{ 为任何集合}).$$

3. 真子集

如果 A 是 B 的子集，且 B 中至少有一个元素不属于 A，则集合 A 叫做集合 B 的真子集(简称 A 是 B 的真子集)。记作　$A\subset B$ 或 $B\supset A$.

例如，自然数集 N 是整数集 Z 的真子集，　$N\subset Z$.

同样　$Z\subset Q\subset R$.

显然，任何集合都不是自身的真子集，而空集是任何非空集合的真子集。

集合 A 是集合 B 的真子集可以用图 1—3 表示。

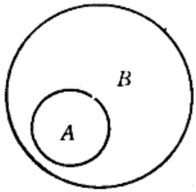

图 1—3

例 3　写出集合 $A=\{1,2,3\}$的所有子集、真子集。

解　集合 A 的所有子集是：$\varnothing,\{1\},\{2\},\{3\},\{1,2\},\{1,3\},\{2,3\},\{1,2,3\}$.

所有真子集是：$\varnothing,\{1\},\{2\},\{3\},\{1,2\},\{1,3\},\{2,3\}$.

例 4　说出以下集合之间的关系：

(1)$A=\{1,2,3,4\},B=\{2,3\}$；

(2)$C=\{\text{奇数}\},Z=\{\text{整数}\}$；

(3)$P=\{x\mid x^2-1=0\},F=\{-1,1\}$.

解　(1)$A\supset B$；　(2)$C\subset Z$；　(3)$P=F$.

五、集合的运算

集合运算主要有并、交、补等，下面逐一介绍。

1. 并集

设集合　$A=\{1,2,3,4\}$，$B=\{3,4,5,6\}$.

这两个集合所有的元素合在一起，并注意集合所含元素的互异性，就可组成一个新集合　$\{1,2,3,4,5,6\}$.

对于这样的集合，有如下定义：

定义　设 A 与 B 是两个集合，由属于 A 或属于 B 的所有元素组成的集合叫做 A 与 B 的并集。记作　$A\cup B$，读作"A 并 B". 即 $A\cup B=\{x \mid x\in A$ 或 $x\in B\}$，如图 1－4 阴影部分所示。

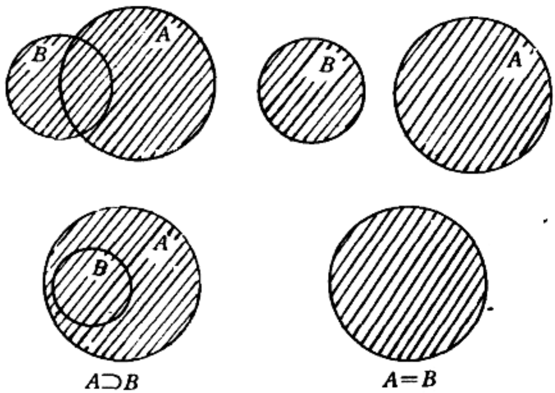

图 1－4

由并集定义，可知并集有下列性质：

(1)设 A 与 B 是任意两个集合，

则 $$A\cup B\supseteq A, A\cup B\supseteq B;$$

(2)对于任意集合 A,有

$$A\cup A=A, A\cup\varnothing=A.$$

求并集的运算叫做并运算.

例 5 设 $A=\{x|x<5\}$,$B=\{x|x\geqslant 4\}$,求 $A\cup B$.

解 $A\cup B=\{x|x<5\}\cup\{x|x\geqslant 4\}=R$.

用区间表示

$$(-\infty,5)\cup[4,+\infty)=(-\infty,+\infty).$$

例 6 设某产品的技术指标有两项,一是直径,二是高度。如果用 A 表示直径不合格产品的集合,B 表示高度不合格产品的集合,按技术要求,有一项指标不合格就定为不合格产品,求 $A\cup B$.

解 $A=\{$直径不合格产品$\}$,$B=\{$高度不合格产品$\}$,则

$A\cup B=\{$直径不合格产品$\}\cup\{$高度不合格产品$\}$

$=\{$不合格产品$\}$。

2. 交集

设集合

$$A=\{a,b,c,d\}, B=\{c,d,e,f\}.$$

这两个集合所有的公共元素可以组成一个新集合

$$\{c,d\}.$$

对于这样的集合,有如下定义:

定义 设 A 与 B 是两个集合,由属于 A 且属于 B 的所有元素组成的集合叫做 A 与 B 的交集。记作 $A\cap B$,读作"A 交 B".

即 $$A\cap B=\{x|x\in A \text{ 且 } x\in B\},$$

如图 1—5 阴影部分所示。