

探索者的足迹

—— 课例、课题分册 ——

KE LI KE TI FEN CE

主编：王海平 傅洪海

新课程理念下数学课堂教学
改革的理论探索与实践研究



上海科学普及出版社

探索者的足迹

——新课程理念下数学课堂教学改革的

理论探索 与 实践研究

课例、课题分册

主编：王海平 傅洪海

编者：李青 许国华 张爱军

上海科学普及出版社

图书在版编目(CIP)数据

探索者的足迹:新课程理念下数学课堂教学改革的理论探索与实践研究. 课例、课题分册/王海平,傅洪海主编. —上海:上海科学普及出版社,2008.12

ISBN 978-7-5427-4184-4

I. 探… II. ①王…②傅… III. 数学课—课堂教学—教学研究—中文—文集 IV. G633.602

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 209833 号

序 —>>>

在实践中学习,在反思中提高

三年如流星,宇宙一瞬间。南汇区教育系统首轮名师工作室至年底将告一段落。回首三年来走过的历程,感慨万千。虽然不能说我区名师工作室的建设历经坎坷,但也不能说我们的道路一马平川。记得2004年4月,上海市教委、《上海教育》杂志社联合举办了由各区县教育局局长参加的“名师工作室”圆桌论坛。在那次“圆桌论坛”上,我们才发现大多数兄弟区县已经成立了“名师工作室”,而且,取得了不俗的成绩。我们落后了!于是,经党政两套班子的讨论,决定请上海市语文特级教师、原区教师进修学院副院长陆新全同志,先行建立中学语文工作室,摸索工作室建设的经验。经过将近两年探索性的准备,于2006年3月,我们组建了中学语文、小学语文、中学数学、中学历史等4个工作室,并在区教师进修学院举行了“南汇区‘名师工作室’成立大会暨‘名师工作室’揭牌仪式”,由此拉开了我区名师工作室建设的序幕。2007年1月又增建了“高中数学、中小学体育、中小幼教研”三个工作室;并于2007年3月,制订了《南汇区教育局“名师工作室”工作规则》,从指导思想、工作目标、工作内容、工作要求、保障机制、考核评价等六个方面,对工作室的建设作出科学规范。在科学发展观思想指导下,南汇区教育局“名师工作室”的建设由此走上了一个崭新的历史发展阶段。

在近三年的时间里,我区名师工作室通过努力的工作,达到了原先确定的目标——“以科学发展观为指导,围绕南汇区基础教育改革与发展目标,充分发挥名教师的人格魅力和专业引领作用,努力打造一支师德高尚、理论功底扎实、学科知识宽厚、教学业务精湛、具有较强创新意识和实践操作能力的、在区内外有较高知名度的骨干教师队伍。”名师工作室已逐渐成为全区优秀教师的孵化地。在近三年的时间里,我区名师工作室的建设也有了自己的特色:

❖ 第一、形成了分层施教的工作机制。

目前我区的名师工作室已经形成了“两级带教、三级辐射”分层施教的工作机制。两级带教——导师指导核心学员,核心学员带教基础学员,使导师的资源获得了最大化;三级辐射——工作室研究的成果向学员所在的学校辐射,向教研组长辐射,由教研组长及时向全区各中小学相关学科教师辐射,研究的成果还可以通过名师工作室网站向全区教师辐射,使工作室研究成果的作用也获得最大化。“两级带教、三级辐射”是工作方式转变的一条重要经验,要加以发扬。

❖ 第二、形成了主题明确的培养机制。

每个名师工作室都有一个研究的主题。这个主题来自于这个学科、这个条线改革与发展最前沿的、代表着它发展方向的内容,以及我区这个学科发展过程中的主要问题。通过这个主题的研究,有效提升了学员的学科素养。

❖ 第三、形成了简洁高效的指导机制。

各个名师工作室都遵循“在行动中学习,在学习中行动”的培养原则,以课堂教学为载体,围绕研究的主题组织学员有针对性地学习知识,学习理论,学习已经被实践所证明了的成功经验;通过学习到的知识、理论、经验,用以破解实践中的教学难题,改进自己的教育教学行为,推进学科建设。实践证明,基于“行动”的指导机制简洁、高效,我们要继续发扬推广。

❖ 第四、形成了平等和谐的师生关系。

导师是学员中的首席,“弟子不必不如师,师不必贤于弟子”。导师与学员互相尊重,相互学习,“导师助学员成长,学员逼导师成长;你、我、他,共同成长”的氛围已经形成。

❖ 第五、创设了公平均衡的发展环境。

在过去的一段时间里,我区农村学校优秀教师留不住,优秀人才引不进,这些学校的师资队伍相对薄弱,在很大程度上影响了我区基础教育的整体发展。名师工作室充分发挥导师和工作室骨干学员的指导作用,积极扶持帮教农村薄弱学校的薄弱教研组和薄弱教师。这对于促进我区教育的均衡发展具有非常重要的意义。

❖ 第六、形成了科学的评价与奖惩制度。

经过一年的时间与总结,我们于2007年3月制订了《南汇区教育局“名师工作室”工作规则》,对工作室的建设做出科学的规范,对工作室导师和学员的权利和义务做出了严格的规定。在首轮名师工作室建设行将结束之际,我们成立了名师工作室考核评价小组,根据工作规则提出的要求,采取现场观摩、问卷调查、个别访谈和阅看资料等途径,对名师工作室的各项工作做了定量与定性的分析和评价,这为下一轮名师工作室的建设积累了比较丰富的经验。

经过三年的运行,名师工作室学员的综合素养有了较大的提高。据粗略统计,学员中间,共有19人在市教学评选中获奖,有9个课题在市里立项;在省市级刊物上公开发表学术论文140余篇,市级获奖90余篇,还有未发表的论文、课例500余篇。在南汇区第一、第二轮“优教工程”的评选中,学员中共有8人获得首席教师的光荣称号,30人获学科带头人称号,28人获区骨干教师称号。另有8人获得上海市园丁奖,9人获得区园丁奖,7人被评为区优秀党员,2人被评为

上海市农村优秀教师,1人被评为全国优秀教师。可谓成绩斐然!

导师在指导学员的实践中,自身也获得了巨大的成功。据统计,7位导师在市级及以上杂志共发表论文70余篇,出版供教师用的理论专著10余本,出版学生训练用书、乡土教材30余本,举办学术讲座20多个。还有两位导师分别被市教育评估院、市教育考试院聘为三个项目的专家和大学兼职教授等,他们在市内外享有较高的知名度。

作为名师工作室的优秀代表,傅洪海同志和王海平同志依托名师工作室平台,共同编著的《探索者的足迹——新课程理念下数学课堂教学改革的理论探索与实践研究》一书,记录了他们及其学员在数学教育上的思考与实践,这既是两位名师辛勤劳动的成果,也是他们智慧的结晶,该书的出版必将对南汇数学教育的发展起到积极的推动作用。

中共中央政治局委员、上海市委书记俞正声同志最近在深入学习实践科学发展观动员大会上语重心长地指出:“上海的发展靠什么,靠土地没有土地,靠资源没有资源,靠的是大量的优秀人才。”南汇区的教育靠什么,靠的是大量优秀教师的引进和培养。名师工作室承担起了培养优秀教师的任务。

回首昨天,我们无怨无悔;展望明天,我们信心百倍。新一轮名师工作室的建设,将会比昨天更加精彩,更加辉煌!

南汇区教育局党委书记 陈勇

2008年12月16日

序 二》》》

过程性变式与数学课例研究^{*}

□ 顾泠沅 杨玉东

一、我国数学教育的亮点:过程性变式

1. 中国人数学学习的悖论

20世纪80年代以来,凡是有中国中小學生参加的有關数学成就的国际比较研究一直重复着一个看似矛盾的结果。一方面,就数学教学的弊端而言,西方研究者认为中国学生的数学学习环境存在许多缺陷,尤其在数学课堂教学方式上,具体表现在如下几个方面:

- 单一讲授的上课方式,教师灌输,学生被动接受。
- 班级规模大,一般超过40人,多至50人以上。
- 低认知水平的频繁考试和高度竞争,造成教师、学生负担沉重。
- Ginsberg(1992)发表报告认为,中国的教学特点是“一个受尊敬的长者传输知识给处于服从地位的年少者”。

另一方面,从学生学业成就评价的角度来看,中国中小学数学教学具有明显的优势,而且大量的研究表明:

- 海外的中国学生一般取得比其实际智商预期更好的成就。
- IEA(1992)的研究数据表明,中国获得第一。
- IMO(国际数学奥林匹克竞赛)中,中国队一贯名列前茅。
- Stevenson(1992)在《学习的差距》中揭示,美国学生的学习成绩明显低于中国甚至东亚学生,从1~11年级,这种差异明显存在。

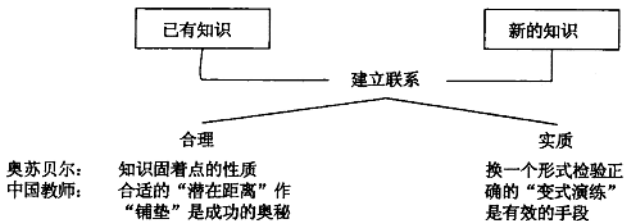
近年来,一些学者把中国中小學生在不太好的教育条件下取得良好的国际测试成绩这一现象称为“悖论”,这引发了学者们深层次地思考中国数学教学优劣之所在,中国的基础教育已经引起了国际教育界的关注。

2. 有意义学习的判据

同样地,上述“悖论”也引起了我们自己重新反思中国的数学课堂教学,是否学生真的是在被动的机械灌输中获得了良好的学习效果?其实奥苏贝尔在其认知同化理论中早就指出,接受式的学习未必是无意义的和机械的,关键在于能否在新旧知识之间建立起合理的、实质的联系。在奥苏贝尔看来,“合理的联系”就是要寻找可以关联新旧知识的“知识固着点”,而中国教师将其解释为找到合适

* 本文发表于2007年《上海中学数学》1—2期合刊。

的“潜在距离”做铺垫；所谓“实质的联系”，奥苏贝尔认为可以通过“换一个形式来检验”，而中国教师认为通过正确的“变式演练”是掌握实质的关键。西方研究者发展出了“脚手架理论”来解释“用合适的潜在距离做铺垫”，而中国教师在多年教学改革实验过程中，形成了富有中国特色的变式理论，深化了对于奥苏贝尔“有意义学习”的理论认识(如图)。



3. 聚焦变式教学

顾冷沅与澳门大学的黄荣金、瑞典哥德堡大学的 Marton 在《华人如何学数学》一书中，曾系统总结了中国的变式教学，把它视为“促进有效的数学学习的中国方式”，可以说是对上述悖论的局内人的深刻洞察。

变式教学被分为两种，概念性变式和过程性变式。概念性变式被论述为“在教学中使学生确切掌握概念的重要方法之一，即在教学中用不同形式的直观材料或事例说明事物的本质属性，或变换同类事物的非本质特征以突出事物的本质特征。目的在于使学生理解哪些是事物的本质特征，哪些是事物的非本质特征，从而对一事物形成科学概念”。数学教学包括两种类型的活动：一种是陈述性知识(如概念)，一种是程序性知识(如问题解决)。程序性知识是动态的，采用静止的概念性变式不能促进学生的学习过程，而过程性变式可以使学生形成概念和命题之间的层级关系或在问题解决中获得多种方法。

数学活动过程的基本特征是层次性。这种层次性既可以表现为一系列的台阶；也可以表现为某种活动策略或经验。过程性变式的主要教学含义是在数学活动过程中，通过有层次的推进，使学生分步解决问题，积累多种活动经验。因此，概念性变式关注的是数学学习对象静态的、整体的、相对稳定的内涵与外延特征；而过程性变式关注的是数学学习对象动态的、内在的、层次性递进的过程。因此，对于数学概念、命题推演和问题解决等每一类数学学习对象，均存在着概念性变式和过程性变式。本文重点介绍的是在概念教学、命题教学和问题解决中，中国教师如何运用过程性变式改进数学教学的课例。

二、过程性变式的数学课例研究

1. 数学概念学习——“除法就是分豆子!”

(1) 选题背景

Freudenthal 研究所的达朗其(Jan de Lange, 1996) 在 ICME-8 的大会报告中介绍了荷兰的一堂课:81 名家长出席学校家长会, 每张桌子可坐 6 人, 需要布置多少张桌子? 第一类学生具体地摆桌子; 第二类学生经历了从摆桌子到形式计算的抽象; 第三类学生套用现成算式去做。实际上, 三类学生中只有第二类才真正体验到了“数学化”的含义。实际上达朗其介绍的正是小学“有余数除法”的一堂课。

(2) 教师的原教学行为

我们也在小学观察了“有余数除法”这节课, 发现教师的教学存在以下问题:

- ① 纠缠于区分等分除、包含除等枝节, 未突出“有余数”这个要点。
- ② 习惯于计算准确性的训练, 让学生大量练习类似 $3 \times (\quad) < 7$, “括号里最大能填几”的题目, 未能关注试商的实际意义。

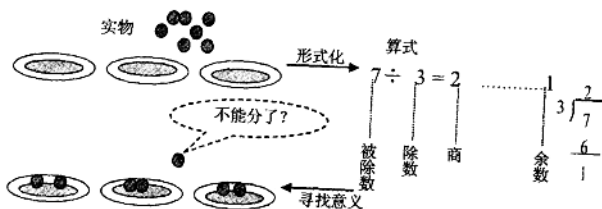
③ 让学生根据下面一组算式表面地寻找规律, 学生都说“不知道”

$$\left. \begin{array}{l} 16 \div 5 = 3 \dots\dots 1 \\ 17 \div 5 = 3 \dots\dots 2 \\ 18 \div 5 = 3 \dots\dots 3 \\ 19 \div 5 = 3 \dots\dots 4 \end{array} \right\} \text{余数}(1, 2, 3, 4) \text{与除数}(5) \text{比较大小, 得出余数小于除数}$$

在这堂课里, 教师把重点放在程式化训练, 忘记了对小学生来说“数学就是生活”, 学生未能理解“余数”概念和“余数比除数小”的真正含义。

(3) 新设计阶段

在改进后的课堂教学中, 教师引进了“分豆子”的活动, 实物和算式之间建立了联系, 使得学生的活动经验和数学概念、过程、规律建立了对应关系, 深刻理解“余数”概念。



“分豆子”与“有余数除法”

- 余下的豆子数 概念: 余数
 盘子里试着放几颗 过程: 试商
 余下的豆子数比盘子数少 规律: 余数小于除数

但是, 新的教学设计也面临了现实中的困难。如果学生做除法一定要“拿豆

子来”，那么他们“只会动手做、不会动脑想”，课堂热热闹闹，却陷入了数学教学的浅薄与贫乏。针对这个新难点，教师创造性地在实物与算式间设置一个中介——拿掉豆子和盘子，让学生在脑中分豆子，终于帮助学生越过了从实物到算式的形式化难关。

实际上，教师采用了“动手分豆子——脑中分豆子——算式运算”这样一个非常重要的教学策略，它符合布鲁纳“三个操作”的认知理论（如图）。

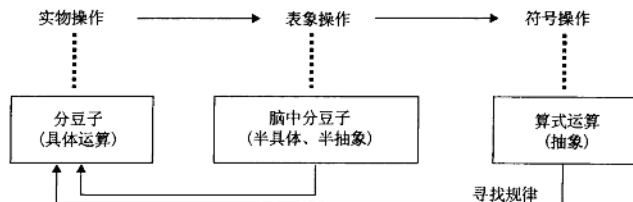


图 “脑中分豆子”与布鲁纳的认知理论

脑中分豆子的方法是一种“表象操作”，它是从“实物操作”到“符号操作”的中介。这样，儿童学习数学“就是在具体、半具体、半抽象、抽象之间的铺排，是穿行于实物与算式之间的形式化过渡”^[8]。

(4) 课堂理念与行为发生了变化

教学改进后师生语言行为也有了很大变化，例如我们使用“弗兰德师生语言互动分类”方法对“余数比除数小”这一教学片段所做的比较（表1与图）。

表1 让学生发现“余数比除数小”期间师生语言互动时间的分布

弗兰德师生语言互动分类			改进前(423")			改进后(410")		
			时间(")	百分比(%)	合计	时间(")	百分比(%)	合计
教师讲	回应	①接纳学生感觉	5	1.2	166" 39.2%	16	3.9	147" 35.9%
		②赞许学生行为	22	5.2		23	5.6	
		③接受学生观点	12	2.8		11	2.7	
	中立	④问学生问题	23	5.4		72	17.6	
	自发	⑤教师演讲	48	11.3		25	6.1	
		⑥指示或命令	31	7.3		0	0	
		⑦批评或辩护权威行为	25	5.9		0	0	
学生讲		回应	⑧按老师要求表述	66	15.6	109"	33	8.1
	自发	⑨主动表达自己的观点或向老师提出问题	43	10.2	25.8%	95	23.2	31.2%
静中立	⑩静止或疑惑，暂时停顿或不理解	33	7.8	7.8%	0	0	0%	

注：学生小组讨论，改进前为115"，27.2%；改进后为135"，32.9%。

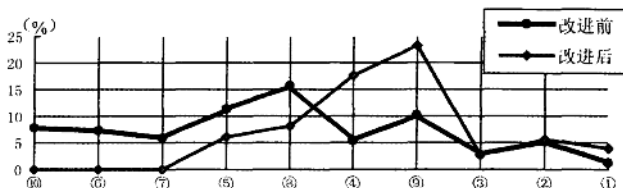


图 师生语言互动状况的变化

表 1 和上图表明,改进后师生语言互动出现了下述情况:(1)“课堂静止或不理解⑩、指示或命令⑨、批评或辩护权威行为⑦”的时间下降为零,“教师演讲⑤、按老师要求表述⑧”的时间明显减少;(2)“问学生问题④、主动表达自己的观点或向老师提出问题③”的时间在明显增加,教师“接纳学生感觉①”的时间也有上升。从“余数比除数小”这个片段可见,改进后的课堂教学由以前的教师讲授为主变化为学生的活动和表达为主,教师的教学理念与行为发生了明显的改变。

2. 数学命题学习——等腰三角形的判定

(1) 选题背景

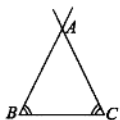
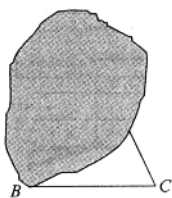
在数学教学中,学生要学习大量的性质定理、判定定理和公式等。以往的数学学习常常是老师“告诉”定理、公式,给出证明,然后通过练习做机械训练,学生感到枯燥乏味。正如斯根普所言:“(数学)早已广泛被人们承认为科学、工艺、商业和晋升各种专业的基础工具。这种目标会导致成人热衷于数学;但对于初步接触数学的幼龄学生,却是遥不可及”。如何激发学生提出和论证命题的兴趣、如何让从简单到复杂的变式练习成为学生解题能力的练兵场,是日常数学教学中值得关注的问题。

(2) 原教学行为

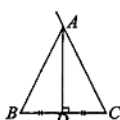
我们观察到,教师在本课的教学中一般会采取四个步骤:首先,复习性质定理(等腰三角形的两个底角相等)、给出判定命题(有两个角相等的三角形是等腰三角形);其次,写成“已知、求证”的形式,师生共同进行思路分析;然后,把论证过程严格板书出来,命题被证明为定理;最后,应用定理做练习。这种模式化的定理教学虽然简便易行,但忽视了来自学生的想法,更不用说激发他们的兴趣,让他们体验证明的不同策略和层次。

(3) 新设计阶段

教师通过这样一个情境问题激发学生的兴趣:“如何复原一个被墨迹浸渍的等腰三角形(只剩一个底角和一条底边)?”学生的思维非常活跃,给出了三种“补出”原来三角形的办法:



①量出 $\angle C$ 度数,画出 $\angle B = \angle C$, $\angle B$ 与 $\angle C$ 的边相交得到顶点A

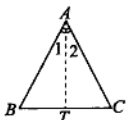


②作BC边上的中垂线,与 $\angle C$ 的一边相交得到顶点A

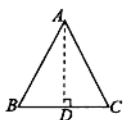


③“对折”

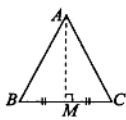
教师接着提问:“画出的是否为等腰三角形呢?”由此引发了判定定理的证明。学生的思维异常活跃,竟然给出了五种证明方法,其中三种是教师预料中的“常规”办法,如下图:



①作 $\angle A$ 的平分线,利用“角角边”

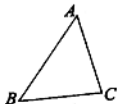


②过A作BC边的垂线,利用“角角边”

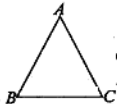


③作BC边上的中线,“边角角”(不能证明)

令教师没有想到的是另外两种具有一定创造性的证明方法:



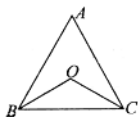
④假定 $AB > AC$,由“大边对大角”得出矛盾



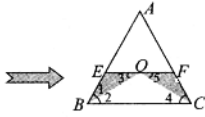
⑤ $\triangle ABC \cong \triangle ACB$,应用“角角边”

(4)用变式练习分步解决问题

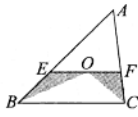
在学生学习了判定定理后,教师出示了一道练习题,通过不断变换题目的条件,让学生在不同水平上运用判定定理。



$\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = \angle ACB$, BO 平分 $\angle B$, CO 平分 $\angle C$.能得出什么结论?



过O作直线 $EF \parallel BC$. ①图中有几个等腰三角形?为什么?
②线段EF与线段BE、FC之间有何关系?(学生编题)



若 $\angle B$ 与 $\angle C$ 不相等. ①图中有没有等腰三角形?为什么?
②线段EF与线段BE、FC之间还有没有关系?(学生讨论)

上述变式练习实际上经历了三步:第一个图中,学生直观看到一个等腰三角形,只需简单应用判定定理(直观水平);第二个图中,直观看到三个,但两个阴影三角形必须应用判定定理进行推理论证(简单推理水平);第三个图中,必须综合应用判定定理和性质定理,才能得出线段间的关系(综合应用定理水平)。通过有层次的推进,使学生分步解决问题,积累了数学论证的活动经验和策略。

(5)变式教学效果的试验研究

一位在现场听课的专家曾提出质疑,上述最后一题是“总复习”中的难题,在

“等腰三角形的判定”第一节课中作为练习,是否超越了学生的学习能力?事实上,运用变式作铺垫,可以明显提高练习的效率。后来有老师在普通学生的班中做了教学试验,同样取得很好的效果。我们曾对利用变式图形提高几何教学效果的经验,开展重复试验或轮换试验,结果差别具有显著意义。

3. 数学问题解决学习——勾股定理能够被学生探究出来吗

(1) 选题背景

勾股定理是数学教改的晴雨表:20世纪50~60年代数学课程中的严格论证,后来提倡的“量一量、算一算”,之后的“告诉结论”,“做中学”,直到现在的探究式等。数学教学要培养学生的数学计算、数学论证乃至数学决策等三大能力,勾股定理教学正是一个恰当的例子。甚至有数学家说:如果没有时间看一个国家的数学教学,只要看他们勾股定理是如何教学的,就可略知一二。

(2) 回顾原教学行为

中国以往教学中,重点是对给出的勾股定理进行严格的形式化证明,也即采用欧几里德的等积变形推导进行证明。在这个证明中,首先要至少做出三条辅助线,然后找到三对图形的面积等量关系做出推导,其构思的精妙令人折服,可是技巧难度太高。

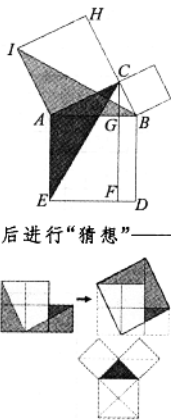
从20世纪90年代一直到近来的勾股定理教学中,教师试图设置一个动手情境,让学生“做中学”。在提出猜想阶段,通过学生对直角三角形三边的测量,得出一组数据,然后进行“猜想”——这叫做“量一量、算一算”;但是这样“量、算”的办法,既受到数据测量精确性的制约,又局限于数据的数量,学生得不出“ $a^2 + b^2 = c^2$ ”的结论。在证明猜想阶段,通过学生对两个直角三角形的裁剪,试图拼凑成一个大的正方形——这叫做“剪一剪、拼一拼”。但是,教师头脑中设计的“剪、拼”实验,在实际活动中并不能为学生所操作、实现。

于是,“量一量、算一算”的办法演化为教师直接提供勾股数组,让学生进行“猜想”;“剪一剪、拼一拼”的证明方法,被简化为等腰直角三角形的“铺地砖”。这样以来,教师提供的排列整齐的勾股数组,直接向学生暗示着把数字换为字母的结论;而“铺地砖”中等腰直角三角形的特殊性,则使“证明”失去了一般性的意义。

在我们视野所及的范围内,多数教师仍基本采用讲解的方式,即使有个别教师力图实施探究性教学,也常常停留于形式,缺少实质意义上的探究。

(3) 新教学行为阶段

在查阅了TIMSS重复录像研究项目提供的12个勾股定理教学录像后,没有获得满意的结果。于是我们尝试新的教学设计,要点是:①目标在于体现“猜

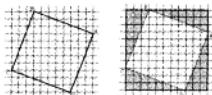


想—证明”这种数学思想方法的本原性意义。②探究需要“铺垫”(有层次推进的策略)。就像学游泳,不能让所有学生都直接跳到海里,要有一定的背景知识和带关键性的技能、策略作铺垫。铺垫也称“脚手架”,为学生提供一种教学协助,帮助学生完成在现有能力下向高认知学习任务的难度攀升。

● 情境铺垫出猜想

首先,教师提问,“直角三角形三边有什么大小关系?”使学生注意力集中于三边关系: $a, b < c < a + b$ 。教师进而提问,“平方上面的式子会怎么样?”得出 $a^2, b^2 < c^2 < a^2 + 2ab + b^2$,并指出 a^2, b^2, c^2 的几何意义。

然后,教师做了铺垫:在方格纸内斜放一个正方形 $ABCD$,每个小方格的边长为单位1,怎样计算正方形 $ABCD$ 的面积?借助横平竖直的方格背景,学生发现可以用割补法求得斜放正方形的面积。



接着,教师呈现工作单上的小方格背景上的图形,要求学生通过计算、填数据表等小组活动来研究直角三角形三边的数量关系。

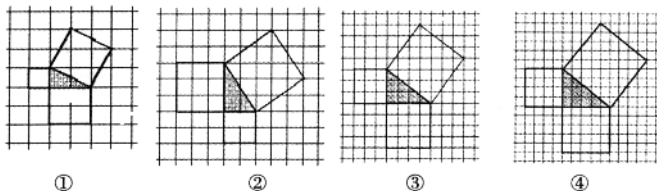


图 小方格背景上的图形面积计算

	①	②	③	④	...
a^2	1	4	9	16	
b^2	4	9	16	25	
$2ab$	4	12	24	40	
c^2	5	13	25	41	

注:数据是后来填上去的

在计算过程中,学生通过数单位小方格的办法,可以独立地顺利计算出 $a^2, 2ab, b^2$,对于 c^2 则无法求出;教师鼓励学生小组内部讨论 c^2 的计算办法,则可以借助前面计算斜放正方形面积铺垫的方法求出。

● 反驳与证明的过程

学生根据数据表提出了很多猜想,尤其是 $2ab + 1 = c^2$,这是数学专业出身的教师从来没有学过的“定理”。它是错误的吗?可是,数据表中的每组数据的验证都表明它是正确的。那么,也许学生真的发现了一个“定理”?这是发生在教师与学生之间的一段“反驳与证明”的对话:

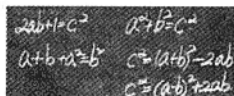


图 学生的发现

T: 哦, 王*, 你来说说看。

S1: 老师我做过 $a=2, b=4$ 的例子, 这时 $2ab=16$, 而 $c^2=20$, 所以 $c^2 \neq 2ab+1$ 。

T: 请坐。王* 同学用具体的举例来“反驳”, 看来很有说服力的, 看来 $c^2 = 2ab+1$ 这一结论不成立。哦, 还有, 你还有话要说?

S2: 老师, 我刚才通过例子得出, 当 a 与 b 差是 1 的时候, $2ab+1=c^2$ 这个结论还是成立的。

T: 请坐。这个想法还是有道理的, 看来 $c^2=2ab+1$ 是一个有条件的结论。好, 下面我们再来看一下 $c^2=a^2+b^2$ 呢? 你来说说看!

S3: 这个结论对, 对于前面已举过的图例来说都是成立的, 但是我想, 如果它举例子, 即使 100 个例子都是成立, 但是如果到了 101 个例子, 它不成立了呢? 如果要知道它是一个定理, 就是要知道它所有的例子都是成立, 才是定理, 只要有一个例子不成立还是有个有条件的结论。

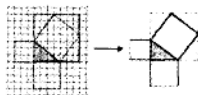
T: 请坐, 看来 $a^2+b^2=c^2$ 是否是个定理, 光靠几个例子说明是不够的, 那么我们应该怎么办呢?

S 众: 证——明——

这段师生对话体现了数学学习中反驳与证明的思想方法。在数学活动中, 对于一个假命题, 只要举出一个反例就可以把它反驳掉; 但对于一个可能为真的命题, 无论多少个支持它的正例都无法使人信服, 只是增加了这个命题正确的可能性(合情推理)。所以, 对于一个可能为真的命题就必须进行一般化的证明——这反映了“为什么要证明”的必要性。这段对话, 它正好反映了数学学习过程中, 从数据归纳出一些猜想, 然后通过反驳与证明, 直到得出一个定理的这样一个深层次思维过程, 它反映了数学学习的本质。

● 拆除铺垫引导论证

通过反驳与证明的对话, 学生体验到了进行证明的必要性。把图中的小方格背景撤去, 并且隐去 a, b 的具体数值, 在一般的直角三角形中, 学生顺利地证明了 $a^2+b^2=c^2$ 的正确性。



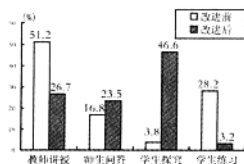
(4) 学生后续活动做扩充

为了检验这种探究发现的思想(数据——观察——猜想——证明)能否产生正迁移, 以及学生的一般探究知识的能力对于问题解决的能力影响, 我们布置三个方面的课外活动: ①用“数据表出猜想”的办法探索格点多边形面积与内点及边点的关系(数学思想方法的应用); ②上网学习勾股定理的史料与多种证明(扩充视野); ③收集、编拟勾股定理的应用题(发展解题能力)。这里不再展开。

(5) 课堂价值取向与行为类型的变化

改进前后课的价值取向可以从课堂行为结构的变化进行比较, 为简要起见, 这里仅用 4 种课堂行为的时间占比做说明: ①教师讲授时间从 51.2% 减少到

26.7%，学生探索时间从3.8%明显地增加到46.6%，这表明改进后教学的价值取向正向能力取向移动。②由于探索时间增加，学生课堂练习从28.2%减少到3.2%。可见，致力于改变学生学习方式的理念，在改进后的课堂教学中得到了有效的体现。



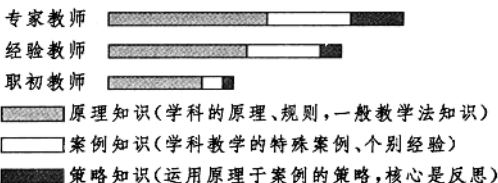
4. 中国教师运用过程性变式的基本特征

过程性变式的主要教学含义在于数学活动过程中，通过有层次的推进，使学生逐步形成概念、推演命题或解决问题，从而形成多层次的活动经验系统。这种教学方式并不是一种“机械训练”，而是促进有意义学习的教学手段。过程性变式的功能有四个方面：一是用于概念的形成过程；二是用于数学对象和背景的转换过程；三是用于数学命题的形成过程；四是用于数学问题的解决过程。

三、课例为载体的教师专业发展

1. 基于课例的教师学习

从职初教师到经验教师、到专家教师的成长过程中，教师的课例积累具有突出的贡献。专家教师的知识结构区别于一般教师的显著特征是其案例知识和运用案例的策略知识增长最快，而案例是联结教学实践而理论的纽带。所以说“基本课程+案例教学+实践反思”是造就有经验教师和专家教师的必由之路。



(1) 新教师走向成熟：案例积累是关键一步

1999~2000年，美国密歇根州立大学教育学院彭恩霖等，全球范围开展新教师入职教育的多国案例研究。结果表明：内容涉及学科教学、教学管理、职业责任与道德的新教师入职教育对教师成长有关键性的意义。上海案例进一步说明：新教师从导师那里学做人、学处事，受益匪浅，与导师共同工作，使他们加速了案例学习的进程；融入公开性的交流及对教学的审视，让新教师的课例获得公众评论其教学优缺点的机会，使他们从教学的边缘参与到中心活动，是新教师走向成熟的重要途径。

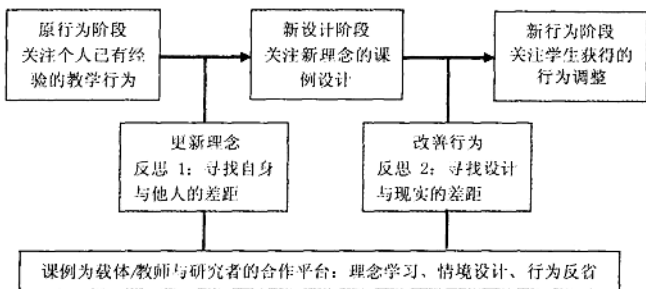
(2) 经验教师追求卓越：课例研究的动态过程至关重要

2000~2001年，香港大学课程学系主任徐碧美教授，在一所学校跟踪四位教师，采用对教师工作、生活的人种学案例研究的方法，结果发现别人提出的“卓越”理论，尽管把握了专家教师的静态特征，但并未把握专家与非专家教师的关

键差异(动态形成过程)。应用到课例研究中,专家教师具有组织结构良好的基础知识以及思考和反思的知识技能;专家教师能够通过课例研究把实践知识理论化、理论知识实践化;专家教师能够对教学活动不断探索和实验,质疑看似“没有问题”的问题和积极回应挑战。

2. 教师在教育行动中成长

优秀教师往往“在课堂拼搏中学会教学”,在访谈 120 位优秀教师的过程中,我们发现一位语文特级教师“一篇课文,三次备课”的原型经验。第一次备课——摆进自我,不看任何参考书与文献,全按个人见解准备方案;第二次备课——广泛涉猎,分类处理各种文献的不同见解(我有他有,我无他有,我有他无)后修改方案;第三次备课——边教边改,在设想与上课的不同细节中,区别顺利与困难之处,课后再“备课”。其中反映了三个关注(自我、同行、学生)和两个反思支架(理念、行为)的课堂改进经验,是教师成长的捷径。这种原型经验可以用行动教育的理论模型概括:



3. 来自八国“课例研究年会”的启示

2005 年 12 月和 2006 年 12 月,香港教育学院组织了第一届和第二届课例研究年会,来自美国、英国、日本、瑞典、澳大利亚、新加坡、伊朗和中国(上海、北京及主办方香港)等八个国家参加了会议,英国东英格兰大学 John Elliott、瑞典哥德堡大学 Ference Marton、日本名古屋大学 Masami Matoba、澳大利亚科汀大学 Colin Marsh 等著名学者与会。第一届大会只有 300 多人参加,第二届大会则激增到近 2000 人,在中小学教育界影响很大。

在第二届课例研究年会上有两点特别值得关注:第一,成立了“世界课例研究协会”(World Association of Lesson Study),香港教育学院卢敏玲教授为首位主席,上海教科院顾冷沅教授为中国地区总负责人。这标志着自 1999 年 TIMSS 研究中日本的授业研究(Lesson Study,也译为课例研究)受到西方国家广泛关注以来,课例研究同其他国际学术组织一样,将逐步走向国际化的学术殿堂并最终形成一个专门的研究领域。第二,除了七个大会主报告,美国、瑞典、新加坡、日本、伊朗以及中国香港和上海的一线教师在两个半天的时间里专场展示