

初中生学习 · 复习 · 应试必备

新阳光TM专题攻略

New Sunshine



初中数学

圆



《新阳光专题攻略》编委会 编

以新课标为纲 以中考考纲为出发点
适合各种版本教材 统领初中知识复习

北京出版社出版集团
北京教育出版社

初中生学习 · 复习 · 应试必备

新阳光TM专题攻略

New Sunshine



初中数学

圆

《新阳光专题攻略》编委会 编

总主编：吕艳霞 张伟明

本册主编：韩 仲

编委：	丁乃福	川 页	方 昱	王 冰	王志强	王宝书	王 萍	王 泉	王鑫荣
	王光玉	王学智	王英英	王梦如	叶玉华	叶艳秀	卢晓玲	卢守富	孙 凤
	孙兆峰	包容芳	伊红凤	向 阳	刘 伟	吕艳霞	苏爱芝	苏 芳	苏岫云
	苏凝凯	张统林	张 帆	张 黎	张 霜	张兴发	李嘉明	李 俭	李光良
	李丹萍	吴鸾玉	严婷婷	吴曙光	宋兆兵	宋晓芝	汪慧涵	陈敏东	陈晶晶
	林 华	林 银	林伟莹	林光敏	林咏梅	林修愚	郑 勇	郑 桁	郑向华
	周丽萍	殷学峰	贺一新	郭 辉	施 恩	唐岱蒙	高 锐	高 岩	高淑红
	耿之雪	贾新华	梁文生	鹿 静	商玉刚	崔 杰	崔 岩	黄活东	韩 仲
	韩金祥	董恒江	傅仰波	曾丽清	蒋绍红	程晓春	谢敏敏	路晓东	詹鼎美
	管柏华	廖小燕							

北京出版社出版集团
北京教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

新阳光专题攻略. 初中数学. 圆/吕艳霞, 张伟明主编; 《新阳光专题攻略》
编委会 编. —北京: 北京教育出版社, 2009.3

ISBN 978-7-5303-6899-2

I.新… II.①吕…②张…③新… III.几何课—初中—教学参考资料 IV.G634
中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 022670 号

新阳光专题攻略

初中数学 圆

CHUZHONG SHUXUE YUAN

《新阳光专题攻略》编委会 编

*

北京出版社出版集团 出版
北京教育出版社
(北京北三环中路 6 号)
邮政编码: 100120

网 址: www.bph.com.cn
北京出版社出版集团总发行
新华书店经销
三河天利华印刷装订有限公司印刷

*

760×1 000 16 开本 11.25 印张 240 千字

2009 年 5 月第 1 版第 1 次印刷

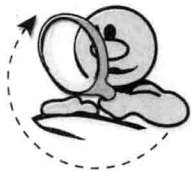
ISBN 978-7-5303-6899-2/G·6818

定价: 12.00 元

质量监督电话: 010-62380997 58572393



Qian Yan



为了使初中各年级的学生更好地掌握初中的各部分知识,为了帮助广大初中生最大限度地提升学习能力,正确地把握中考趋势,改变盲目被动的应考局面,我们组织具有丰富教学和研究经验的学科教育专家、一线骨干教师,针对新教纲、新课标和新考试说明,以及课改后突显模块学习的要求,精心编写了这套初中版《新阳光专题攻略》丛书。

丛书以初中阶段的语文、数学、英语、物理、化学等五门学科为面,以各门学科的专题为点,全面梳理知识脉络,跟踪强化训练,为学生学习、复习、应考指明“攻坚”方向。

为使学生们在最短的时间内掌握知识的精髓,本书编者将他们多年的教学经验进行总结和精选,取其精华,编成此书。学生们可以在最短的时间内掌握专题的知识,领悟到学习的乐趣。

本书具有如下的特点:

1. 紧扣新课标及中考考纲 新课标和中考考纲是所有教材的依据和出发点。本书紧扣新课标和中考考纲,列出的知识点、重点、难点就不会有任何遗漏和缺失。

2. 知识技能梳理 本书对各知识点和技巧进行梳理,使之形成系统,以使同学们更好地掌握知识,高效学习。

3. 重点难点易错点分析 本书对重点难点易错点进行了详尽的分析,因为这三个方面是每个人学习中的关键症结,解决了这三个方面,其他问题便迎刃



而解。

4. 规律、方法探究 本书对学习呈现出规律和方法进行了研究和分析。各个学科虽然不同,但是各科知识是有规律和方法可以学习和掌握的。掌握了规律和方法就掌握了这门学科的精髓。

5. 典例精析 本书各部分知识都精选了大量的典型例题,并对这部分典型例进行了精解精析。在分析的过程中,对例题的分析思路进行了点拨,使学生们拿到习题后能正确地思考并少走弯路。

6. 考点强化训练 选取大量习题,对中考考纲要求的考点进行强化训练。所选习题为近年来中考考题,训练有针对性。

7. 思维拓展训练 选取大量近年来中考中有一定难度的习题,对各知识点进行有针对性的训练。

8. 答案 各训练的习题均给出答案,较难的习题给出思路及解题过程,这可以使同学们检测自己对知识掌握的情况,找出不足之处。

本书严格遵循新课标三维知识方法情感体系,全面系统地讲解知识要点,点拨中考考点,精析重点难点。通过剖析教材,讲解典型例题,讲解解题思路,总结学习的方法,并对所有知识点进行延伸与拓展。

我们相信,本书编者所花的大量心血,肯定有助于同学们学习知识,在中考中取得骄人的成绩!



目

录

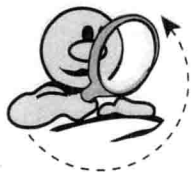
Contents

第一讲 圆

一、新课标要求及中考考纲要求	1
二、知识技能梳理	2
三、重点、难点、易错点分析	4
四、规律、方法探索	5
五、典例精析	6
考点强化训练(一)	18
答案与提示	21
考点强化训练(二)	23
答案与提示	26
考点强化训练(三)	28
答案与提示	31
考点强化训练(四)	34
答案与提示	37
思维拓展训练(一)	39
答案与提示	41
思维拓展训练(二)	42
答案与提示	45
思维拓展训练(三)	46
答案与提示	49

第二讲 与圆有关的位置关系

一、新课标要求及中考考纲要求	50
二、知识技能梳理	50
三、重点、难点、易错点分析	54
四、规律、方法探索	66
五、典例精析	66
考点强化训练(一)	73
答案与提示	74
考点强化训练(二)	76
答案与提示	78
考点强化训练(三)	79
答案与提示	81
考点强化训练(四)	83
答案与提示	85
考点强化训练(五)	86
答案与提示	89
思维拓展训练(一)	90
答案与提示	92
思维拓展训练(二)	93
答案与提示	95



思维拓展训练(三) 96

答案与提示 98

第三讲 正多边形和圆

一、新课标要求及中考考纲要求
..... 100

二、知识技能梳理 100

三、重点、难点、易错点分析 102

四、规律、方法探索 103

五、典例精析 103

 考点强化训练(一) 105

 答案与提示 106

 考点强化训练(二) 108

 答案与提示 109

 考点强化训练(三) 110

 答案与提示 111

 思维拓展训练(一) 112

 答案与提示 114

 思维拓展训练(二) 115

 答案与提示 117

第四讲 弧长和扇形面积

一、新课标要求及中考考纲要求
..... 118

二、知识技能梳理 118

三、重点、难点、易错点分析 121

四、规律、方法探索 122

五、典例精析 122

 考点强化训练(一) 127

 答案与提示 128

 考点强化训练(二) 129

 答案与提示 129

 考点强化训练(三) 130

 答案与提示 131

 思维拓展训练(一) 132

 答案与提示 134

 思维拓展训练(二) 136

 答案与提示 137

第五讲 中考实战模拟训练

中考实战模拟试卷(一) 140

 答案与提示 143

中考实战模拟试卷(二) 145

 答案与提示 148

中考实战模拟试卷(三) 150

 答案与提示 153

中考实战模拟试卷(四) 155

 答案与提示 158

中考实战模拟试卷(五) 160

 答案与提示 162

中考实战模拟试卷(六) 163

 答案与提示 167



圆是一种“完美”的图形,古希腊的数学家就认为“一切立体图形中最美的是球体,一切平面图形中最美的是圆形”.它的完美性不仅体现在它既是轴对称图形又是中心对称图形,而且体现在它的旋转不变性,所以古今中外的建筑物、装饰品等都有圆形的痕迹.

圆在初中几何中占有重要的地位,在中考中所占比重较大,约占总分的15%.本章作为几何知识的总结,题型灵活多样,突出能力,强调基础运用的知识具有综合性,如圆与方程、三角形、三角函数、四边形、不等式相结合的综合题常被用作中考的压轴题.本章以新课标和中考考纲为依据,分四讲详细讲解圆、与圆有关的性质及其应用.

一、新课标要求及中考考纲要求

	新课标要求	考纲要求
识记	<ol style="list-style-type: none"> 1. 了解圆、圆心、半径的概念及圆的表示. 2. 了解三角形外心的概念. 3. 了解圆心角、圆周角的概念. 	<ol style="list-style-type: none"> 1. 本节为中考的重点内容. 2. 主要内容有圆及其有关的概念:圆的对称性,三角形的外心,圆心角、弧、弦、弦心距之间的关系,圆周角定理等. 3. 综合运用垂径定理及有关推论进行计算和证明.
理解	<ol style="list-style-type: none"> 1. 理解圆及圆的对称性. 2. 理解等圆、等弧的概念. 3. 理解垂径定理及其逆定理. 4. 理解圆心角、弧、弦、弦心距及圆周角之间的主要关系. 	
运用	<ol style="list-style-type: none"> 1. 灵活运用垂径定理及其逆定理进行计算与证明. 2. 灵活运用三角形的外心的概念进行计算求解. 3. 灵活运用圆心角、弧、弦、弦心距、圆周角之间的关系进行论证、计算和求解. 4. 灵活运用圆内接四边形的性质进行计算和证明. 5. 能灵活运用反证法解决问题. 	

二、知识技能梳理

1 圆的定义:圆是到定点的距离等于定长的点的集合.其中定点叫做圆心,定长就叫做半径.

要理解圆的概念,须明确确定一个圆需要两个要素,一是位置,二是大小.圆心确定位置,半径确定大小.只知圆心但不知道半径的长短,虽然圆的位置固定,但其大小不确定,因而圆不确定;只知半径但不知道圆心的位置,虽然圆的大小确定,但圆的位置不确定,因而圆也不确定.圆的表示:如图 1-1 所示,圆的圆心为 O ,半径为线段 OA 的长(定长),这个圆,记作 $\odot O$.

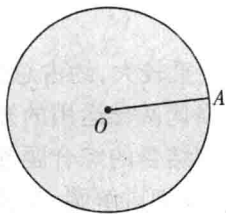


图 1-1

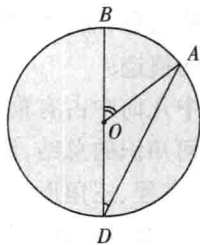


图 1-2

2 圆的有关概念

(1) 弧:圆上任意两点间的部分叫做圆弧,简称弧,用符号“ \frown ”表示.

(2) 弦:连结圆上任意两点的线段叫做弦,圆中最长的弦是直径.

(3) 弓形:由弦及其所对的弧组成的图形叫做弓形.

(4) 等弧:在同圆或等圆中,能够互相重合的弧叫做等弧.

(5) 圆心角:顶点在圆心的角叫做圆心角.

圆周角:顶点在圆上,并且两边都和圆相交的角,叫做圆周角.

如图 1-2, $\odot O$ 中, $\angle AOB$ 是圆心角, $\angle ADB$ 是圆周角.

3 对称性

(1) 圆是轴对称图形,其对称轴是过圆心的直线.

(2) 圆是中心对称图形,对称中心为圆心.

4 三角形的外心:三角形的外心是三角形三条边的垂直平分线的交点,它到三角形三个顶点的距离相等.

外心的位置:(1) 锐角三角形的外心在三角形的内部.

(2) 直角三角形的外心是斜边的中点,即外接圆的半径等于斜边长的一半.

(3) 钝角三角形的外心在三角形的外部.

5 垂径定理及推论

垂径定理:垂直于弦的直径平分这条弦,并且平分弦所对的两条弧.

推论 1: (1) 平分弦(不是直径)的直径垂直于弦,并且平分弦所对的两条弧.



(2) 弦的垂直平分线经过圆心,并且平分弦所对的两条弧.

(3) 平分弦所对的一条弧的直径,垂直平分弦,并且平分弦所对的另一条弧.

推论 2: 圆的两条平行弦所夹的弧相等.

注意 垂径定理及其推论中,要注意被平分的弦不是直径这一重要条件,因为圆的任意两条直径都互相平分,但不一定垂直.

如图 1-3 所示, $\odot O$ 中, (1) 若 $MN \perp AB$, MN 是直径, 则 $AF = FB$, $\widehat{AM} = \widehat{MB}$, $\widehat{AN} = \widehat{NB}$.

(2) 若 $AF = FB$, MN 是直径(注: AB 不是直径), 则 $MN \perp AB$, $\widehat{AM} = \widehat{MB}$, $\widehat{AN} = \widehat{NB}$.

(3) 若 $MN \perp AB$ 且 $AF = FB$, 则 MN 是直径, 即过圆心, $\widehat{AM} = \widehat{MB}$, $\widehat{AN} = \widehat{NB}$.

(4) 若 MN 是直径, $\widehat{AM} = \widehat{MB}$, 则 $MN \perp AB$, $\widehat{AN} = \widehat{NB}$.

(5) 若 $AB \parallel CD$, 则 $\widehat{AC} = \widehat{BD}$.

6 圆心角、弧、弦、弦心距之间的关系定理及其推论.

定理: 在同圆或等圆中, 相等的圆心角所对的弧相等, 所对的弦相等, 所对的弦的弦心距相等.

推论: 在同圆或等圆中, 如果两个圆心角、两条弧、两条弦或两条弦的弦心距中有一组量相等, 那么它们所对应的其余各组量都分别相等.

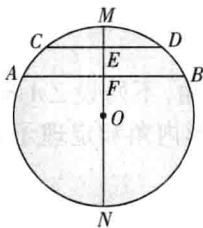


图 1-3

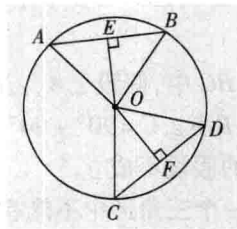


图 1-4

如图 1-4 所示, AB 、 CD 是 $\odot O$ 的两条弦, OE 、 OF 分别为 AB 、 CD 的弦心距, 根据圆心角、弧、弦、弦心距之间的关系定理可得如下关系.

(1) 如果 $AB = CD$, 那么 $\widehat{AB} = \widehat{CD}$, $OE = OF$, $\angle BOA = \angle DOC$.

(2) 如果 $OE = OF$, 那么 $\widehat{AB} = \widehat{CD}$, $\angle BOA = \angle DOC$, $AB = CD$.

(3) 如果 $\widehat{AB} = \widehat{CD}$, 那么 $AB = CD$, $OE = OF$, $\angle BOA = \angle DOC$.

(4) 如果 $\angle AOB = \angle COD$, 那么 $OE = OF$, $\widehat{AB} = \widehat{CD}$, $AB = CD$.

7 圆周角和圆心角的关系定理: 一条弧所对的圆周角等于它所对的圆心角的一半.

(1) 如图 1-2 所示: $2\angle ADB = \angle AOB$.

(2) 推论: ① 同弧或等弧所对的圆周角相等; 在同圆或等圆中, 相等的圆周角所



对的弧也相等.

②半圆(或直径)所对的圆周角是直角;90°的圆周角所对的弦是直径.

③如果三角形一边上的中线等于这边的一半,那么这个三角形是直角三角形.

8 圆内接四边形的性质定理:圆的内接四边形的对角互补,并且任何一个外角都等于它的内对角.

如图 1-5 所示,四边形 $ABCD$ 叫做 $\odot O$ 的内接四边形, $\odot O$ 叫做四边形 $ABCD$ 的外接圆, $\angle DCE$ 是四边形 $ABCD$ 的一外角,则 $\angle A + \angle DCB = 180^\circ$,

$$\angle B + \angle D = 180^\circ,$$

$$\angle A = \angle DCE.$$

9 用反证法证明命题一般有下面三个步骤:

(1) 假设命题的结论不成立;

(2) 从这个假设出发,经过推理论证,得出矛盾;

(3) 由矛盾判定假设不正确,从而肯定命题的结论正确.

例 如用反证法证明:一个三角形中不能有两个角是直角.

已知: $\triangle ABC$.

求证: $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 中不能有两个角是直角.

证明

在 $\triangle ABC$ 中,假设 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 中有两个角是直角,不妨设 $\angle A = \angle B = 90^\circ$,则 $\angle A + \angle B + \angle C = 90^\circ + 90^\circ + \angle C > 180^\circ$. 这与三角形内角和定理矛盾,故 $\angle A = \angle B = 90^\circ$ 的假设不成立.

所以一个三角形中不能有两个角是直角.

三、重点、难点、易错点分析

1 圆、圆心、半径的概念及圆的表示是重点,是深入学习圆的有关性质的基础,详见知识技能梳理 1.

例 1 (1) 确定一个圆的两个要素是 _____ 和 _____.

(2) 与已知点 P 的距离是 8 cm 的所有点组成的图形是 _____.

解

(1) 圆心;半径.

(2) 以 P 点为圆心,以 8 cm 长为半径的圆.

2 易错点(也是本节的难点):(1) 正确理解圆弧、弦、直径和半圆的概念及其

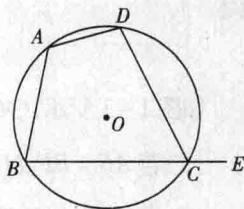
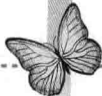


图 1-5

分析

例 1 考查了圆的基本概念. 对于圆,只有圆心和半径都确定,圆才被唯一确定. 若对此理解深刻,则第(2)题只填写“圆”,有失其准确性.



含义,并能借助图形来识别它们.如图1-6所示,①连结 $\odot O$ 上任意两点 A 、 B 的线段 AB 叫做弦, AC 也是;②圆上任意两点间的曲线部分叫做圆弧,简称弧,如以 A 、 C 为端点的弧记作 \widehat{AC} ,读作“弧 AC ”;③经过圆心的弦叫做直径,如直径 AB ;④圆的任意一条直径的两个端点把圆分成两条弧,每一条弧都叫做半圆.大于半圆的弧叫做优弧,如 \widehat{ABC} ,读作“弧 ABC ”,是优弧.小于半圆的弧叫做劣弧,如 \widehat{AC} .

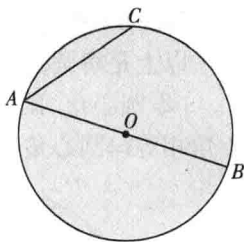


图 1-6

注意 弧与半圆的区别,半圆是弧,但是弧不一定是半圆,弧有劣弧、优弧之分.直径是圆中最长的弦,它是线段,不是直线.

(2) 正确区分等弧与长度相等的弧:等弧的长度一定相等,但长度相等的弧不一定是等弧.见知识技能梳理2,等弧的定义.

(3) 正确区分等圆和同心圆:等圆是半径相等圆心不同的圆,而同心圆是半径不等圆心相同的圆.

3. 垂径定理及推论中要注意“被平分的弦”不是直径这一重要条件,这是易错点,也是重点,见知识技能梳理5.

4. 圆内接四边形各顶点在同一圆上,其中四边形任一个外角等于其内对角,外角和四边形中的相邻的内角互补.

5. 注意区分圆内角与圆外角的概念和相应图形,在解题过程中常用到.圆周角定理及其推论的应用是重点也是难点.

6. 利用圆心角、弧、弦、弦心距的概念及它们之间的关系定理解决数学问题是重难点.

四、规律、方法探索

1. 垂径定理及推论的解题规律及方法:

(1) 如图1-7,直线 CD 满足的条件是:①过圆心;②垂直于弦;③平分弦;④平分弦所对的优弧;⑤平分弦所对的劣弧.对于上述五条只要其中的任意两条成立,那么其余的三条也成立.特别注意,当①③两条成立时,必须增加“被平分的弦,不是直径”这个限制条件.

(2) 如图1-7,直径 CD 与弦 AB 构成两个直角三角形,即 $\text{Rt}\triangle OMB$ 和 $\text{Rt}\triangle DMB$,若设 $OB = r$, $OM = d$, $MD = h$, $AB = a$,则根据勾股定理有① $r^2 = d^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$;② $BD^2 = h^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$,体现了垂径定理与勾股定理的完美结合.

(3) 如图1-7, $\triangle ODB$ 构成等腰三角形, $\angle ODB = \angle OBD$,若设 $\angle ODB = \alpha$, $\angle OBM = \beta$,则得 α 、 β 的关系式:



$$2\alpha - \beta = 90^\circ.$$

以上是解圆的有关题目的重要方法.

2. 圆心角、弧、弦、弦心距之间的关系在解题中常常用到: 在同圆或等圆中, 圆心角相等 \Leftrightarrow 圆心角所对的弧相等 \Leftrightarrow 圆心角所对的弦相等 \Leftrightarrow 弦心距相等.

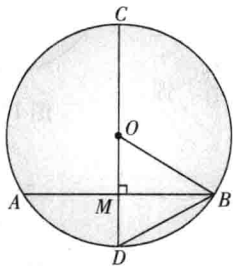


图 1-7

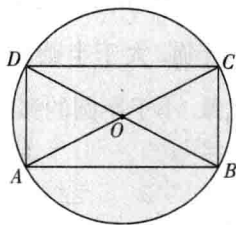


图 1-8

3. 圆周角定理提供了与圆有关的角的转化方法, 在解题时, 要与圆内的直角三角形相结合, 灵活应用.

4. 在解圆的有关问题时, 常常需要添加辅助线, 构造直径所对的圆周角, 以便利用直径所对的圆周角是直角的性质.

五、典例精析

例 1 求证: 矩形的四个顶点在以对角线的交点为圆心的同一个圆上.

已知: 如图 1-8, 矩形 $ABCD$ 的对角线 AC 和 BD 相交于点 O .

求证: A, B, C, D 四个点在以点 O 为圆心的圆上.

证明

\because 四边形 $ABCD$ 是矩形.

\therefore 有 $AC = BD, OA = OC, OD = OB$.

\therefore 有 $OA = OC = OD = OB$.

$\therefore A, B, C, D$ 四个点在以点 O 为圆心的圆上.

解析

确定一个圆有两个要素: 圆心和半径, 只要找到一个点, 并且这个点到各点的距离都相等, 即可说明各点都在以这个点为圆心的圆上. 这是利用圆的概念, 解决多点共圆问题的理论依据. 因为矩形的两条对角线相等, 且互相平分, 所以对角线的交点到四个顶点的距离相等, 所以矩形的四个顶点, 在以对角线的交点为圆心的同一个圆上.

例 2 如图 1-9, 若 AD, BE 都是 $\triangle ABC$ 的高, 求证: A, B, D, E 四点共圆.



证明

取 AB 的中点为 O , 连结 OD 、 OE , 如图 1-9 所示.

因为 $AD \perp BC$, $BE \perp AC$, O 为 AB 的中点, 所以 OD 、 OE 分别是 $\text{Rt}\triangle ABD$ 和 $\text{Rt}\triangle ABE$ 的共有的斜边 AB 上的中线, 所以 $OD = OE = \frac{1}{2}AB = OA = OB$.

所以 A 、 B 、 D 、 E 四点共圆.

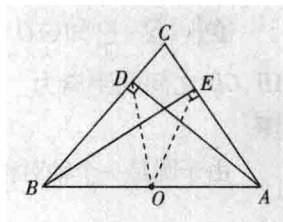


图 1-9

解析

由图 1-9 可知 $\triangle ABD$ 、 $\triangle ABE$ 都是以 AB 为斜边的直角三角形, 可以想到直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半, 所以取 AB 的中点 O , 连结 OD 、 OE , 即可得到点 O 到 A 、 B 、 D 、 E 四点的距离相等.

例 3 已知一条弦分圆周为 1:2 两部分, 则这条弦所对的圆心角是多少度?

解

因为弦分圆周为 1:2 两部分, 那么弦所对的劣弧的度数为 $360^\circ \times \frac{1}{3} = 120^\circ$, 所以这条弦所对的圆心角是 120° .

解析

本题应用弦、弧、圆心角、弧度的概念来解题. 解题的关键是注意整个圆周是 360° 以及弦所对的圆心角的度数就是其所对的劣弧的度数. 弦所对的弧有优弧和劣弧之分, 解题时要注意分类讨论, 才能使解答全面.

例 4 如图 1-10, P 为半径是 5 的 $\odot O$ 内一点, 且 $OP = 3$, 在过点 P 的所有弦中长为整数的弦有多少条?

解

如图 1-10, 因为过点 P 的最长弦为 10 (即直径), 过点 P 的最短弦为 8 (即过点 P 垂直于直径的弦), 过点 P 的长为整数的弦还有 $EF = 9$, 由于圆是轴对称图形, 故还有另一条 $E'F' = 9$, 所以过点 P 的长为整数的弦共有 4 条, 分别长 10, 9, 8, 9.

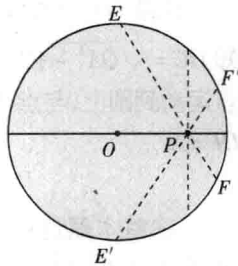


图 1-10

解析

因为圆是轴对称图形, 所以过点 P 的长为 9 的弦有两条 EF 和 $E'F'$, 它们关于直线 OP 对称. 直径是圆中最长的弦.



例 5 已知 $\odot O$ 的半径等于5 cm,弦 $AB=6$ cm, $CD=8$ cm,且 $AB \parallel CD$,则 AB, CD 之间的距离为_____.

解

由于圆是一个轴对称图形,弦 AB 与 CD 的位置有两种情况,如图1-11(1)、(2).

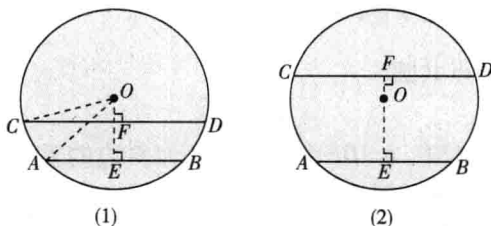


图 1-11

在图1-11(1)中,过 O 作 $OF \perp CD$ 于 F ,交 AB 于 E ,连结 OA, OC ,则 $CF = \frac{1}{2}CD = 4$, $AE = \frac{1}{2}AB = 3$,由勾股定理得 $OF = \sqrt{OC^2 - CF^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$,

$OE = \sqrt{OA^2 - AE^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$,所以 $EF = OE - OF = 4 - 3 = 1$ (cm).

同理,在图1-11(2)中, $EF = OE + OF = 4 + 3 = 7$ (cm),所以 AB, CD 之间的距离为1 cm或7 cm.

解析

由于圆是轴对称图形,一定长度的,相互平行的弦有两种位置,本题又没有图,要注意这点,这是解本题的关键.

例 6 如图1-12, $\odot O$ 的直径为10,弦 $AB=8$, P 是弦 AB 上的一个动点,那么 OP 长的取值范围是_____.

解

连结 OA ,由垂线段最短,过 O 作 $OC \perp AB$,交 AB 于 C 点,则 $AC=BC$,由勾股定理可知 $OC = \sqrt{OA^2 - AC^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$.可知 OP 最短为3.又因为 P 是 AB 上的动点,当 P 点运动到圆上,与点 A 或 B 重合时, OP (或 OB)最长,为半径,故 OP 的取值范围是 $3 \leq OP \leq 5$.

解析

在解本题过程中用到垂径定理的有关知识.注意 OP 的最大取值包括5,即 P 在端点 A 或 B 时,不要将答案写成 $3 \leq OP < 5$.

例 7 (1)(南通中考题)如图1-13,已知 AD 是 $\triangle ABC$ 的外接圆的直径, $AD=13$ cm, $\cos B = \frac{5}{13}$,则 AC 的长等于 ()



A 5 cm

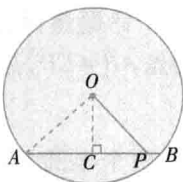


图 1-12

B 6 cm

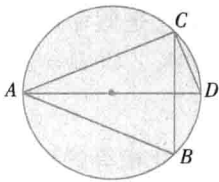


图 1-13

D 12 cm

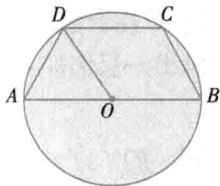


图 1-14

(2) (茂名中考题) 如图 1-14, 梯形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$, $AB \parallel CD$, AB 为直径, DO 平分 $\angle ADC$, 则 $\angle DAO$ 的度数是 ()

A 90°

B 80°

C 70°

D 60°

解

(1) D (2) D

解析

圆中圆周角、圆心角是考查的重点.

例 8 下列命题中, 真命题是 ()

A 圆周角等于圆心角的一半

B 等弧所对的圆周角相等

C 垂直于半径的直线是圆的切线

D 过弦的中点的直线经过圆心

解

B

解析

选 B. 本题考查了有关圆的基础知识. 有关概念和定理在理解时要注意其成立的前提条件, 要思考周密, 不能疏忽, 否则易错, 见例 9.

例 9 (茂名中考题) 下列三个命题: ①圆既是轴对称图形又是中心对称图形; ②垂直于弦的直径平分这条弦; ③相等的圆心角所对的弦相等.

其中是真命题的是 ()

A ①②

B ②③

C ①③

D ①②③

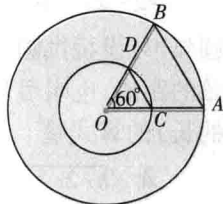


图 1-15

解

A



〈解析〉

选 A. 在命题①、②、③中, 只有③是假命题. 其实要说明一个命题是假命题, 只要举出一反例即可. 如在同圆中, $\angle COD = \angle AOB = 60^\circ$, 但是 $AB \neq CD$, 见图 1-15.

例 10 (1) 有下列说法: ①长度相等的两条弧是等弧; ②两个半圆是等弧; ③圆的半径是 R , 则弦长的取值范围是大于 0 且不大于 $2R$. 其中正确的说法有 ()

- A 1 个 B 2 个 C 3 个 D 0 个

(2) 下列说法中, 正确的个数有 ()

①直径是弦, 但弦不一定是直径; ②半圆是弧, 但弧不一定是半圆; ③半径相等的两个半圆是等弧; ④一条弦把圆分成的两段弧中, 至少有一段是优弧.

- A 1 个 B 2 个 C 3 个 D 4 个

解

(1) A (2) C

〈解析〉

正确理解与圆有关的概念, 分清它们之间的区别与联系是解答此类题的关键. 在(1)中, 只有在等圆或同圆的条件下才有等弧, 大小不等的圆中没有等弧, 等弧的长度相等, 但长度相等的弧不一定能够重合, 即不一定是等弧, 故①②错误; 半径为 R 的圆中, 弦长的取值范围是大于 0、小于或等于直径, 故③对. 在(2)中, 我们知道直径是过圆心的特殊的弦, 而弦不一定是直径, 故①正确; 半圆是特殊的弧, 故②正确; 半径相等的两个半圆是在等圆中, 故能够重合, 所以是等弧, 故③正确; 直径把圆分成的两段弧, 既不是优弧, 也不是劣弧, 故④错误.

例 11 我国隋朝建造的赵州石拱桥的桥拱是圆弧形, 设桥拱圆弧的半径为 r , 拱高为 h (弧的中点到弦的距离, 也叫弓形高), 则计算桥跨度 (弧所对的弦的长) 的算式是 ()

- A $\sqrt{h(2r-h)}$ B $2\sqrt{h(2r-h)}$
 C $2\sqrt{h(r-h)}$ D $\sqrt{h(h-2r)}$

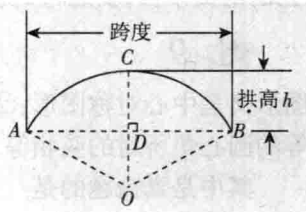


图 1-16

解

如图 1-16, 用 \widehat{AB} 表示桥拱, \widehat{AB} 所在圆的圆心为 O , 半径为 r . 经过圆心 O 作弦 AB 的垂线 OD , 交 \widehat{AB} 于 C , D 为垂足. 则 $CD = h$, 根据垂径定理得: $AD^2 = OA^2 - OD^2$