中立型时滞系统的鲁棒控制

ZHONGLIXING SHIZHIXITONG DE LUBANGKONGZHI

李 明 刘 龙/著

東北林業大學出版社

中立型时滞系统的鲁棒控制

李明　刘龙　著

東北林業大學出版社

图书在版编目（CIP）数据

中立型时滞系统的鲁棒控制/李明，刘龙著．—哈尔滨：东北林业大学出版社，2009．3

ISBN 978－7－81131－405－2

Ⅰ．中…　Ⅱ．①李…②刘…　Ⅲ．时滞系统—鲁棒控制　Ⅳ．TP13

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2009）第 026239 号

内容简介

中立型时滞系统不仅在状态上而且在状态的时间导数上都含有时滞，这使得中立型时滞系统更难于稳定，因此也促使中立型时滞系统成为当前的研究热点。本书正是基于 LMI 技术，总结和归纳了现有方法的基础之上，对中立型时滞系统的稳定性分析、控制器综合和滤波器设计问题进行了深入的研究和分析。

本书可作为高等学校数学专业、自动控制专业高年级学生和研究生的教材，也可作为从事教学、科研的教师和工程技术人员的参考书。

责任编辑：倪乃华

封面设计：彭　宇

NEFUP

中立型时滞系统的鲁棒控制

Zhonglixing Shizhixitong De Lubangkongzhi

李　明　刘　龙　著

东北林业大学出版社出版发行

（哈尔滨市和兴路 26 号）

东北林业大学印刷厂印装

开本 850×1168　1/32　印张 5.25　字数 130 千字

2009 年 2 月第 1 版　2009 年 2 月第 1 次印刷

印数 1—1 000 册

ISBN 978-7-81131-405-2

TP·87　定价：15.00 元

前　言

由于动力学系统中普遍存在时滞现象,时滞常常是造成不稳定或性能变差的主要因素之一,因此对时滞系统的研究具有重要的理论意义和广泛的应用背景。中立型时滞系统不仅在状态上而且在状态的时间导数上都含有时滞,这使得中立型时滞系统更难于稳定,因此也促使中立型时滞系统成为当前的研究热点。近年来,有关中立型时滞系统的研究成果主要集中于稳定性分析方面,而在中立型时滞系统的控制器综合和滤波器设计方面,研究成果少之又少,且结果都相对保守。

基于 LMI 方法的不确定中立型时滞系统的时滞相关的鲁棒 H_∞ 滤波与鲁棒 H_∞ 控制主要包含了 LMI 技术、H_∞ 性能分析、中立型时滞系统的鲁棒 H_∞ 滤波与鲁棒 H_∞ 控制等多种技术。

本书主要包括以下研究内容。

(1) 不确定中立型时滞系统的时滞相关的鲁棒 H_∞ 控制

近年来,中立型时滞系统的控制问题得到了广泛关注,但所取得的结果或者是没有考虑时滞的影响或者是没有考虑系统的不确定性,因此具有一定的保守性。在本书的第三章中,我们研究了范数有界的时不变的不确定中立型时滞系统的时滞相关的鲁棒 H_∞ 控制问题。通过采用新的模型变换和改进 Lyapunov – Krasovskii 泛函,使得所得结果的保守性降低,并且通过仿真算例证明了这一点。

(2) 不确定中立型时滞系统的时滞相关的鲁棒镇定

本书的第四章分别讨论了带有满足某种扇形条件的非线性摄动的中立型时滞系统的绝对稳定性问题以及带有非线性摄动的一类中

立型时滞系统与带有离散与分布延时的不确定中立型时滞系统的鲁棒镇定问题。改进相应的 Lyapunov - Krasovskii 泛函,再结合系统等价的模型变换及 Leibniz - Newton 公式,使所得到的结果具有更多的自由加权矩阵,从而降低了所得结果的保守性,最后通过仿真算例证明了这一点。

(3) 不确定中立型时滞系统的时滞相关的耗散控制

本书的第五章处理了不确定中立型时滞系统的耗散控制问题。我们研究了耗散状态反馈控制器的设计方法,使得相应的闭环系统是鲁棒稳定的且是严格耗散的。基于 LMI 方法获得了二次型耗散控制器存在的充分条件,利用所得到的线性矩阵不等式的解构造出相应的控制器。

(4) 不确定非线性延时系统的鲁棒 H_∞ 滤波

引入单侧 Lipschitz 条件来估计非线性向量函数在滤波器上的影响,并基于单侧 Lipschitz 条件和 LMI 方法,得到了不确定非线性滞后型延时系统滤波器存在的充分条件,还在此基础上进一步讨论了不确定非线性中立型延时系统的鲁棒 H_∞ 滤波问题。由于中立型时滞系统中的状态导数也存在时滞,使得问题更加复杂化。非线性部分满足单侧 Lipschitz 条件,利用改进的 Lyapunov - Krasovskii 泛函技术并结合 LMI 技术,我们对此系统设计了一个鲁棒 H_∞ 滤波器,使得相应的闭环系统鲁棒稳定,并在滤波器存在的情况下得到了基于 LMI 方法的稳定性准则。最后,我们用仿真算例说明了本结论的低保守性。

(5) 不确定中立型时滞系统的鲁棒稳定性

在已有的一些时滞相关的稳定性的研究成果的基础之上,构造了一个新型的 Lyapunov - Krasovskii 泛函,从而引入了更多的自由加权矩阵,这些自由加权矩阵的出现,可以帮助提高所得结果中的最大允许时滞的上界,并基于线性矩阵不等式方法,得到了中立型时滞系统的时滞相关的新的稳定性法则。数值算例表明了我们的结论对于

某些已有结论来说保守性降低。

本书共分七章,其中第3,4,5,6,7章由哈尔滨工程大学李明撰写;第1,2章由黑龙江科技学院刘龙撰写。感谢在本书出版过程中众多关心和帮助过我们的人。

仓促之间编写了本书,不免有错误和不妥之处,恳请专家、学者和同仁多加批评指正。

著　者

2009年2月

目　录

1 绪 论

1.1 引言

无论是自然界还是人类社会,不确定性是一个普遍存在的因素。对于自动控制技术来讲也是这样。自动控制系统一般由两部分组成,即被控对象和控制器。其中,从控制的角度来讲,设计人员能够自由支配的只有控制器,而被控对象中存在的不确定因素是设计人员所无法剔除的。这意味着不确定性是自动控制系统设计人员不可避免地所要面对的,从而给自动控制技术提出了一个很重要的课题:在被控对象含有某种不确定性的假设前提下,如何设计控制器使系统尽可能接近理想的设计指标。

经典控制理论[1]的设计方法在现代自动化工业的发展过程中起到了非常重要的作用。但是,随着现代科学的发展,经典控制理论已经不能满足现代工程技术的要求。因此,自 20 世纪 60 年代起,以 R. Bellman 的著作《The Stability of Multivariable Systems》和 R. E. Kalman 的文章为基础,现代控制理论[2~4]得到迅速的发展。现代控制理论的建立和发展在很大程度上可以归功于 20 世纪 60 年代所提出的两个重要结论:一个是 Zames 于 1963 年提出的小增益定理;另一个是 Kalman 于 1964 年证明了单输入单输出系统线性二次型最优状态反馈控制律具有很好的鲁棒性。随着能控性、能观性、状态向量和状态空间等概念和方法的引入,现代控制理论日臻完善,但仍难于将其理论和方法应用到实际中去。这主要是因为现代控制理论完全依赖于被控对象的精确模型,这样所设计出的系统只保证数学模型

预期的性能指标，而这种性能指标在实际的被控对象上能否达到，则完全取决于用于设计的数学模型的精确程度。然而在实际工程中，不可避免地存在着各种各样的不满足理想条件的不确定性因素：所推导的数学模型不可能完全代替实际对象；控制系统运行中会出现环境变化、元件老化等一系列问题；被控对象的复杂性导致常常要用低阶的线性定常集中参数模型来代替实际的高阶非线性时变分布参数系统。以上诸多因素表明，想获得被控对象精确的数学模型几乎是不可能的。

而现代鲁棒控制，正是一种在这种意义上更加积极地处理系统中存在的不确定性，定量地分析综合系统的不确定性及鲁棒性的理论。

实际上，鲁棒控制问题在经典控制理论中就已经引起了重视。早在 1927 年，Black 在一项关于真空管放大器的专利中就涉及了不确定性因素对系统品质的影响[5]。在这篇被认为是研究鲁棒控制问题的最原始的文献里，Black 首次明确地提出了用高增益来抑制真空管特性变化对放大器精度的影响。但是，这种高增益有时会造成系统动态过程的不稳定。1932 年，Nyquist 在文献[6]中对系统的动态稳定型与高增益之间互不相容的特性做了详细的论述。以 Nyquist，Bode 和 Horowitz 等人的理论为代表的经典控制系统设计理论[7,8]，主要是以频域灵敏度函数的整形为主要手段，来克服系统中存在的不确定性对控制品质的影响。这种情况一直持续到 1960 年左右。现代鲁棒控制理论的研究始于 1975 年左右。第一次在论文中明确使用鲁棒控制这一术语的是 1971 年 Davision 论文[9]，而首先将这一术语写进论文标题的是 1974 年 Pearson 等人的论文[10]，并从此进行了广泛的研究[11~40]。控制系统的鲁棒性是指当系统存在一定的参数不确定性和一定限度的未建模动态时，控制系统仍能保持自身的稳定性并保证一定动态性能的能力。鲁棒性包括鲁棒稳定性和鲁棒性能。

自20世纪60年代以来,数学理论和工程实际问题的结合使鲁棒控制理论取得了令人瞩目的进展。以下几个方面的开创性工作大大推动了鲁棒控制的发展,具有代表性的有:Davision于1976年提出的鲁棒调节器设计方法,使得闭环系统稳定且达到输出渐近调节,对象的参数发生微小摄动时,仍能达到输出渐近调节;Youla等人针对一个特定对象给出了所有镇定补偿器的参数化表示,该参数化方法使得控制器自动产生一个闭环稳定系统;V. L. Kharritonov[13]于1978年提出的Huriwtz多项式四顶点定理给出了判别区间多项式族鲁棒稳定性的顶点判据,该定理用四个确定性系统的稳定性分析代替一个不确定性系统的稳定性分析,是以稳定性为基础的系统鲁棒性分析和设计。到了20世纪80年代,Safonov, Zames和Doyle等学者对鲁棒控制理论的发展作出了突出贡献:Safonov[41]把经典频域分析和设计方法与现代多变量控制方法联系起来,建立了一种新的分析系统稳定性和鲁棒性的方法,它可以对Lyapunov稳定性和输入输出稳定性的概念进行完全统一的处理;Doyle等人发展起来的结构奇异值分析(SSV, Structured Singular Value)方法[26,42]的基本思路是将一个具有多回路多点独立的有界范数摄动化为块对角摄动结构,然后给出判断系统鲁棒稳定的充要条件,因而在理论上是不保守的,这一概念同H_∞控制理论相结合形成了μ综合方法。1981年,加拿大学者Zames在其论文中引入H_∞范数作为目标函数,对系统进行优化设计,标志着H_∞范数控制理论的诞生,从而开创了H_∞最优控制理论[43]。

基于处理扰动与系统不确定性的数学基础,Zames进一步提出了H_∞最优设计方法,将最小灵敏度问题转化为H_∞最优问题来研究,这实际上是Wiener - Hopf理论和二次型最优控制的发展。H_∞最优控制就是用H_∞范数作为目标函数的度量进行优化设计。Zames首先提出了利用控制系统内某些信号间传递函数的H_∞范数作为优化指标的设计思想,主要针对LQG设计中干扰信号采用白噪

声的假设存在局限性和不可实现性而展开，考虑了这样的 SISO 系统的设计问题：对于有限能量的干扰信号，设计一控制器，使闭环系统稳定且干扰对系统期望输出影响最小。由于传递函数的 H_∞ 范数可以描述有限输入能量到输出能量的最大增益，因此用表示上述影响的传递函数的 H_∞ 范数作为目标函数进行设计，就可以使具有有限功率谱的干扰对系统期望输出影响最小。但随后的研究发现，这种 H_∞ 最优控制的求解实际上可以解决一系列鲁棒控制问题，这表明鲁棒控制与最优控制具有某种深刻联系。由于 Zames 的 H_∞ 控制思想是一种频域设计技术，这时的 H_∞ 控制理论研究方法集中在频域或者频域同时域结合的方法。寻求满足 H_∞ 范数指标解的早期方法，大都是基于输入输出系统框架并包含解析函数的 Nevanlinna - Pick 插值或算子理论的方法，这些方法在处理 MIMO 系统时，在数学和计算机上都显得无能为力。

直到 1984 年，Doyle，Glover 等人对当时的 H_∞ 控制理论进行了总结，形成了所谓的“84 年法”[44~46]，其主要思路是使闭环系统内稳定的控制器 K 参数化，即使用 Youla 参数化方法，把 K 表示为稳定的传递函数 Q 的函数，使问题转化为易于求解的无约束问题。参数化后，标准问题转化为模型匹配问题（Model - Matching Problem），再将模型匹配问题转化为广义距离问题（General Distance Problem），最后用 Hankle 范数逼近理论解决 Neharii 问题，并最终求得控制器 K，其特点是采用状态空间模型计算，计算量大，数学工具非常繁杂，而且在每一步的计算后都要增加状态，并不像控制问题本身那样具有明确的工程意义。

为了减少计算的复杂度和降低控制器的维数，许多学者继续进行了大量的研究。1989 年著名的 DGKF 法[24]的形成标志着 H_∞ 控制理论走向了成熟，至今，H_∞ 控制理论得到了迅速的发展、完善和推广，并在概念和算法上进一步简化，也有许多 H_∞ 理论及鲁棒控制专著面试，如 Zhou 等人的专著《Robust and Optimal Control》[47]已有中

文译本[48];Skogestad 等的专著《Multivariable Feedback Control》等。同时,随着计算机技术的发展,计算机软硬件水平大幅度提高,为研制 H_∞ 鲁棒控制器设计软件包提供了基本条件。像 Math Works 公司开发的 Matlab 软件中的鲁棒控制工具箱;Musyn 公司开发的 μ - Tools 软件包等。H_∞ 控制理论是鲁棒控制理论的一个重要分支[50,51],到目前为止,H_∞ 控制理论已经发展成为一种具有完整体系的鲁棒控制理论。

1.2 LMI 的发展历史

线性矩阵不等式[71,72]因其本身的优良性质,在近年来的控制系统分析和设计的诸多方面都得到了广泛的应用。许多系统和控制理论中的问题被简化为标准凸优化问题或二次凸优化问题。所谓 LMI 就是 Linear Matrix Inequality 的缩写(简称 LMI),译为线性矩阵不等式,它表示各元素与变量成线性依赖关系的矩阵不等式。控制理论中提到的 LMI 最早出现于 100 多年前的 Lyapunov 稳定性条件中,即用 $\dot{X}=AX$ 表示的系统的稳定性[任意的解 $x(t)$ 都在 $t\to\infty$ 时收敛到零]与满足

$$AX + XA^T < 0 \tag{1-1}$$

的正定对称矩阵 X 的存在性是等价的。式(1-1)称为 Lyapunov 不等式,是与变量 X 有关的 LMI。当时,Lyapunov 给出的一种解法是使用代数求解方法,是将线性矩阵不等式转化为线性方程组来求解,即对任意给定的正定对称阵 Q,求解 Lyapunov 方程 $AX + XA^T + Q = 0$,若方程有正定解则系统 $\dot{X}=AX$ 稳定。但对于给定的正定矩阵 Q,即使 Lyapunov 方程无解,也不能推出相应的 Lyapunov 不等式无可行解。因此,这种方法具有相当大的保守性与盲目性。

直到 20 世纪 40 年代,苏联科学家第一次将 Lyapunov 方法应用于控制工程中的一些典型系统,尤其是含有非线性环节的控制系统,

在分析其稳定性问题时，虽然没有明确地形成矩阵不等式，但是所提出的稳定性准则中已有了 LMI 的雏形。然而，由于这些 LMI 通过解析法求解，因此它们有很大的局限性，仅限于低阶系统。

到了 20 世纪 60 年代，LMI 的解法有了突破性的进展。Yakubovich，Popov 以及 Kalman 等人由正实（Positive Real）引理分别得到了 Lure 问题 LMI 解的图形准则，于是出现了著名的 Popov 准则、圆周准则和 Tsypkin 准则等，这些准则对于高阶系统非常有效，但是当处理含有较多非线性的问题时受到了局限，具有代表性的有 Yakubovich 在 1962 年和 1965 年的两篇论文。60 年代后期，正实引理及相关问题得到了深入的研究，许多研究表明正实引理与无源性、小增益定理以及二次型最优控制等概念都有联系。

20 世纪 70 年代，Willems[73] 首先将线性二次型最优控制问题转化为线性矩阵不等式的求解，建立了 LMI 与矩阵 Riccati 方程之间的关系，并注意到了 LMI 可能在数值算法方面的优势。许多学者研究发现，在系统和控制理论中的 LMI 可以形成适于计算机求解的凸优化问题。因为大部分凸优化问题为 p 类，即可以有多项式时间（polynominal time）算法，也就是可能在计算机上进行有效的求解。1982 年，Pyatnitskii 和 Skorodinsky 给出了求解 LMI 问题的一种最简单算法——椭圆算法（ellipsoid algorithm），该算法在思路上类似于整数规划中的分支定界法，首先算出包含最优点的一个椭圆，然后计算一个穿过这个椭圆中心的平面，使得解位于这个平面的一侧，重复上述过程直到算法收敛到最优解。该算法简单，但收敛速度慢。

1988 年，Nesterov 和 Nemirovsky[74] 将内点法直接引入到求解 LMI 的凸优化问题之中，使得利用计算机求解高维的 LMI 成为可能，而 H_∞ 控制问题的提出和研究也促进了线性矩阵不等式的研究和发展。内点法是用凸约束定义一闸函数，该函数在可行域中为凸的，在可行域外部则其值为无穷大。通过在目标函数中添加这样一个闸函数，使得原有约束的优化问题转变为一个可以由牛顿法求解的无约

束优化问题，是无约束优化问题最小的点被定义为解析中心，直到解析中心是原问题的最优解。Nesterov 和 Nemirovskii 证明了对于任意的凸优化问题，都存在一个势函数，因此所有的凸优化问题原则上都可以用内点法求解。内点法又分中心点法、投影法、原始—对偶法。从实验验证上看，目前最好的内点法是投影算法，它和其他算法相比具有不另需独立的算法对初始可行解进行求解，能扩展到求解拟凸问题以及利用有块对角结构的 LMI 问题的结构信息，并可以以清晰的几何图标进行说明等优点。目前的 Matlab 软件中的 LMI 工具箱采用的就是这种方法。

积极地利用计算机这一工具来求解基于凸规划方法的控制系统设计问题的是 Boyd[75]。1988 年他利用 Youla 的参数化镇定控制器，将各种设计模式都表示成为关于参数的凸函数，提出了用凸规划法求解控制系统设计问题的方法。该方法虽然还存在计算效率等问题，但它是以数值最优化为中心的控制理论的先驱。1990 年前后，Bernussou 等[76]提出基于变量变换将某种状态反馈鲁棒控制问题归结为通过 LMI 求解并使之成为可能。也就是说，若有限维凸规划问题可解，就可以进行控制系统设计，这是把 LMI 用于系统设计的最初理论。其后，Khargonekar[77] 利用这种思路，给出了对于混合 H_2/H_∞ 控制问题输出反馈情况的解，这时还没有称之为"LMI 方法"。Peterson[78] 以及 Scherer[79] 在研究奇异 H_∞ 控制过程中认识到有界实引理的重要作用，形成用线性矩阵不等式表达 H_∞ 约束求解奇异 H_∞ 控制的方法，由此得到 H_∞ 问题解的 LMI 形式。1991 年第 30 届国际控制与决策年会上，Doyle[80] 等人综述了 LMI，LFT 和 μ 方法在后现代控制理论中的核心地位，提出了"LMI 方法"是一种有用的方法；Packard[81] 等人收集了鲁棒控制中的 LMI 问题；Boyd 的论文也给出了将 LMI 作为控制领域的有效工具的观点，并被人们所接受。众多学者的工作加快了基于 LMI 的 H_∞ 控制理论及相关控制理论的研究，基于线性矩阵不等式的控制系统设计问题的研究成为控制界所

关注的热点。1993 年，日本学者 Iwasaki[82]和法国学者 Gahinet[83]分别以 LMI 的形式给出了 H_∞ 问题的解。与此同时，数学上完成了大量关于 LMI 约束的凸优化问题求解细节的研究[84~85]。Skelton[86]在 1995 年陈列了 17 个可以用 LMI 方法求解的控制问题，几乎所有的控制理论已经统一于基于 LMI 的线性代数方法。

随后 Gahinet[87]又给出了基于 LMI 的 H_∞ 控制器的显示解。这种基于 LMI 的 H_∞ 问题的求解方法具有许多比较好的特点[88]。首先，对控制对象没有过多的事先假设要求，即对于对象在无穷远处或者虚轴上的不变零点没有限制；其次，对于基于 Riccati 方程求解方法的可解条件，提供了一种简单和透彻的推导方法。另外，由于求解 LMI 的有效的凸优化算法[84]和相应的软件[89]的存在，给基于 LMI 的 H_∞ 设计方法带来了许多方便。LMI 方法给出了一个所有 H_∞ 控制器的有限维参数化形式，从而在自由参数和 Lyapunov 函数之间建立起一种明显的联系[90~91]。目前，已有几种求解 LMI 问题的软件包研制成功，Gahinet 和 Nemirovskii 编写的软件包 LMI - Lab 包含在 Matlab 软件的 LMI 控制工具箱中，它的问题描述采用高级数学形式，由投影内点法求解；Kojima，Shindoh 和 Hara 写了 SDPA（Semi - Definite Programming Algorithm），它是基于 Mehrotra 类预测—校正的原始—对偶内点法，不允许用户用高级语言描述 LMI 问题；Vandenberghe 和 Boyd 用 Nesterov 和 Todd 半定规划的原始—对偶势降法编写了 SP，在 Matlab 中可以调节 SP；为了增强实用性，Boyd 和 Wu 编写了 SP 的分析程序/求解器 SDPSOL。SDPSOL 的优点是可以用高级语言描述问题，并且可以脱离 Matlab 运行。LMITOOL 是另外一种用 SP 求解器计算的求解 LMI 问题的软件包。LMITOOL 与 Matlab 有接口，还有一个相关的图形用户接口 TKLMITOOL。诱导范数控制工具箱就是基于 LMITOOL 的 Matlab 的一个工具箱。总之，具有凸目标函数和 LMI 约束的优化问题都可以用现成的软件有效求解。

由于 LMI 实质上反映了对系统的约束，因此，凸二次不等式、矩

阵范数不等式以及控制理论中的 Lyapunov 和 Riccati 不等式约束都可以写为 LMIs。许多不能写为 LMI 的控制问题能够写成一种更一般的形式——双线性矩阵不等式 BMI（bilinear matrix inequality）[92~93]。BMI 允许不等式包含两个变量的乘积，如果其中一个变量固定，则对于另外一个变量就是 LMI。但求解具有 BMI 约束问题要比求解 LMI 约束问题困难得多，目前还没有求解 BMI 问题的现成解法。目前，基于 LMI 约束的凸优化问题在许多领域中都得到了应用，而且交叉学科的发展又进一步推进了 LMI 的发展。

1.3 系统不确定性的描述

在鲁棒滤波和控制领域，不确定动态系统的概念是相当重要的。由线性模型加上某个可能是非线性、甚至可能是时变的模型不确定性描述的一类动态系统，其中的线性模型称为系统的名义模型，即忽略了模型不确定性后得到的模型。对系统名义模型和模型不确定性的描述直接影响到系统可达到的性能，不确定性的变化范围越小，即名义模型越精确，则更可望得到好的系统性能。另外，对不确定性的信息了解得越多（例如相位、结构、时不变等），则可达到的系统性能也就越高。

模型不确定性主要有两类[151]。

（1）动态不确定性：动态不确定性又可分为加性不确定性、乘性不确定性、互质因子不确定性三种形式，如在线性模型中忽略的动态特性、由于慢时变特性的忽略、输入中的非线性等因素导致的动态行为的变化。

（2）参数不确定性：一些难于精确刻画的物理参数，或者在运行过程中发生变化但难以刻画其变化规律的参数。例如，机械系统中的阻尼系数和弹性系数、飞行装置中的空气动力学系数、电路中的电容和电感等。