应用高等数学

YINGYONG GAODENG SHUXUE

主　编　汪国强　钟学军
副主编　彭如海　刘广平
　　　　彭　刚　付德刚

广东高等教育出版社

应用高等数学

主　编　汪国强　钟学军

副主编　彭如海　刘广平　彭　刚　付德刚

编　委　汪国强　钟学军　彭如海　刘广平

彭　刚　付德刚　陈敏娜　顾　洁

广东高等教育出版社

·广州·

图书在版编目（CIP）数据

应用高等数学/汪国强，钟学军主编．—广州：广东高等教育出版社，2008.8

ISBN 978-7-5361-3676-2

Ⅰ．应…　Ⅱ．①汪…　②钟…　Ⅲ．高等数学-高等学校：技术学校-教材　Ⅳ．O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2008）第 128412 号

广东高等教育出版社出版发行

地址：广州市天河区林和西横路

邮编：510500　电话：87551597

河源市天才印务有限公司印刷

787 毫米×1 092 毫米　16 开本　19.25 印张　367 千字

2008 年 8 月第 1 版　2008 年 8 月第 1 次印刷

印数：0 001～3 000 册

定价：34.00 元

前　言

本书是高职高专院校工科类与经济类教学用书，是根据教育部提出的《高职高专教育基础课程教学基本要求》及教育部〔2006〕16号文件关于高职高专学生具备“高素质、高技能”的目标，充分保持本书主编汪国强教授主编过的国家“十五”、“十一五”规划教材《高职高专数学教程》等教学用书的特色，并结合编者们多年从事高职高专教学的经验编写而成的.

本教材具有如下几个主要特点：

1. 进一步贯彻以应用为目的，以必需、够用为度的原则，加强高等数学基础知识的应用，注重基本概念的实际背景及基本知识的实用性.

2. 在注意教材的科学性和逻辑性的前提下，更注意培养学生科学的、良好的思维习惯，提高学生的学习素质. 全书力求做到语言准确、条理清楚.

3. 本书的选材在符合系统性的基础上，恰当地把握了内容的广度和深度，不追求完全形式化的严格叙述，而是尽可能地用通俗的语言让学生方便地理解其真正意义.

4. 引入案例教学和启发式教学方法，便于提高学生的学习兴趣. 本书的编写思路与传统教材的编写思路不同：先提出问题，然后介绍解决问题的方法，最后归纳总结出一般规律或概念.

全书内容包括：一元微积分、多元微积分、微分方程、线性代数、概率与数理统计等. 每章都附有习题，便于学生及时巩固所学知识.

本书可作为高等职业学校、高等专科学校、成人院校及民办高校各专业高等数学教材，也可作为工程技术人员的参考资料.

在本书的编写过程中，编者参考了一些相关的书籍和资料，吸取了部分同仁的宝贵经验，在此谨表谢意.

由于时间仓促及编写者水平有限，书中错误和不足之处在所难免，恳请广大读者及时批评指正，我们将不胜感激.

编　者

2008年6月

目　　录

第一章　函数、极限与连续

函数描述了客观世界中量与量之间的依赖关系，是高等数学研究的主要对象，其研究的基本方法是极限方法．本章将在复习和加深函数有关知识的基础上着重讨论函数的极限，并介绍函数的连续性．

1.1　函　数

函数是微积分学研究的对象，在中学里我们已经学习过函数概念，在这里不是简单的重复，而是要从全新的视角来对它进行描述并重新分类．

一、函数的概念

1. 常量与变量

在日常生活、生产活动和经济活动中，经常会遇到各种不同的量．例如身高、气温、收入、产量、成本等．这些量可以分为两类．一类量在考察的过程中不发生变化，只取一个固定的值，我们把它们称为常量．例如：圆周率 π 是个永远不变的量，某个班的学生人数在某一段时间内保持不变，这些量都是常量．另一类量在所考察的过程中是变化的，可以取不同数值，我们把它们称为变量．例如：一天中的气温、生产过程中的产量等都是在不断变化的，它们都是变量．

常量习惯用字母 a，b，c，d 等表示，变量习惯用 x，y，z 等表示．

2. 函数的概念及表示法

在某个变化过程中，往往出现多个变量，这些变量不是彼此孤立的，而是相互影响和相互制约的，如果这些影响是确定的，一个量或一些量的变化会引起另一个量的变化而且又依照某一规则的，那么我们说这些变量之间存在着函数关系．

例如，圆的面积 S 与半径 r 之间的关系由 $S=\pi r^2$ 表示．这里 S 与 r 都是变量，当半径 r 变化时，圆的面积 S 作相应的变化．

［定义 1.1.1］ 设 x 和 y 是两个变量，当变量 x 在非空集 D 内任取一数

值时，变量 y 依照某一规则 f 总有唯一确定的数值与之对应，则称变量 y 为变量 x 的函数，记作 $y=f(x)$. 这里 x 称为自变量，y 称为因变量或函数，f 是函数符号，它表示 y 与 x 的对应规则. 有时函数符号也可以用其他字母来表示，如 $y=g(x)$ 或 $y=\psi(x)$ 等.

集合 D 称为函数的定义域，相应地，y 值的集合则称为函数的值域. 当自变量 x 在函数的定义域内取一个确定值 x_0 时，因变量 y 按照所给函数关系 $y=f(x)$ 求出对应值 y_0，则 y_0 叫做当 $x=x_0$ 时的函数值，记作 $y\big|_{x=x_0}$ 或 $f(x_0)$.

例 1.1.1 设函数 $f(x)=x^4+x^2+1$，求 $f(0)$，$f(x^2)$，$f\left(\frac{1}{x}\right)$.

解：

$$f(0)=0^4+0^2+1=1,$$

$$f(x^2)=(x^2)^4+(x^2)^2+1=x^8+x^4+1,$$

$$f\left(\frac{1}{x}\right)=\left(\frac{1}{x}\right)^4+\left(\frac{1}{x}\right)^2+1=\frac{1+x^2+x^4}{x^4}.$$

例 1.1.2 求下列函数的定义域：

(1) $f(x)=\dfrac{1}{x^2+2x}$；　　(2) $f(x)=\sqrt{4-x^2}$；

(3) $f(x)=\lg(4x-3)$；　　(4) $f(x)=\arcsin(2x-1)$.

解：(1) 在分式 $f(x)=\dfrac{1}{x^2+2x}$ 中，分母不能为零，所以 $x^2+2x\neq0$，解得 $x\neq-2$，且 $x\neq0$，即定义域为 $(-\infty,-2)\cup(-2,0)\cup(0,+\infty)$.

(2) 在偶次根式中，被开方式必须大于等于零，所以有 $4-x^2\geqslant0$，解得 $-2\leqslant x\leqslant2$，即定义域为 $[-2,2]$.

(3) 在对数式中，真数必须大于零，所以有 $4x-3>0$，解得 $x>\dfrac{3}{4}$，即定义域为 $\left(\dfrac{3}{4},+\infty\right)$.

(4) 反正弦或反余弦中的式子的绝对值必须小于等于 1，所以有 $-1\leqslant 2x-1\leqslant1$，解得 $0\leqslant x\leqslant1$，即定义域为 $[0,1]$.

应当指出，在实际应用问题中，除了要根据解析式子本身来确定自变量的取值范围以外，还要考虑到变量的实际意义.

函数 $f(x)$ 的具体表达方式是不尽相同的，这就产生了函数的不同表示法. 函数的表示法通常有 3 种：公式法、表格法和图示法.

（1）以数学式子表示函数的方法叫做函数的公式法．上述例子中的函数都是以公式表示的．公式法的优点是便于理论推导和计算．

（2）以表格形式表示函数的方法叫做函数的表格法．它是将自变量的值与对应的函数值列为表格，如三角函数表、对数表、企业历年产值表等，都是以这种方法表示的函数．表格法的优点是所示的函数值容易查得．

（3）以图形表示函数的方法叫做函数的图示法．这种方法在工程技术上应用较普遍．图示法的优点是直观形象，且可看到函数的变化趋势．

3．**分段函数**

把定义域分成若干部分，函数关系由不同的式子分段表达的函数称为分段函数．分段函数是微积分中常见的一种函数．例如在中学数学课出现过的绝对值函数可以表示成

$$y=|x|=\begin{cases} x & x\geqslant 0, \\ -x & x<0. \end{cases}$$

例 1.1.3　设函数

$$y=f(x)=\begin{cases} x^2+1 & x>0, \\ 2 & x=0, \\ 3x & x<0. \end{cases}$$

当 x 取 $(0,\ +\infty)$ 内的值时，y 的值由关系式 $y=x^2+1$ 来计算；当 $x=0$ 时，$y=2$；当 x 取 $(-\infty,\ 0)$ 内的值时，y 的值由关系式 $y=3x$ 来计算．例如 $f(3)=10$，$f(-5)=-15$．它的图象如图 1－1 所示．

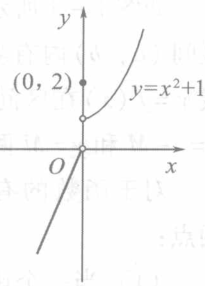

图 1－1

注意：分段函数是由几个关系式合起来表示一个函数，而不是几个函数对于自变量 x 在定义域内的某个值，分段函数 y 只能确定唯一的值．分段函数的定义域是各段自变量取值集合的并集．

例 1.1.4　设函数

$$f(x)=\begin{cases} \sin x & -4\leqslant x<1, \\ 1 & 1\leqslant x<3, \\ 5x-1 & x\geqslant 3, \end{cases}$$

求 $f(-\pi)$，$f(1)$，$f(4)$ 及函数的定义域．

解：因为 $-\pi\in[-4, 1)$，所以 $f(-\pi)=\sin(-\pi)=0$；因为 $1\in[1, 3)$，所以 $f(1)=1$；因为 $4\in[3, +\infty)$，所以 $f(4)=5\times4-1=19$. 函数的定义域为 $[-4, +\infty)$.

例 1.1.5　用分段函数表示函数 $y=3-|2-x|$，并画出图象.

解：根据绝对值定义可知：当 $x\leqslant2$ 时，$|2-x|=2-x$；当 $x>2$ 时，$|2-x|=x-2$. 于是有

$$y=\begin{cases}3-(2-x) & x\leqslant2,\\ 3-(x-2) & x>2,\end{cases}$$

即

$$y=\begin{cases}1+x & x\leqslant2,\\ 5-x & x>2.\end{cases}$$

其图象如图 1-2 所示.

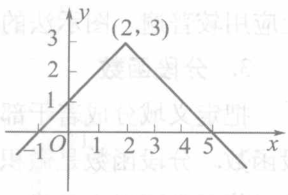

图 1-2

二、函数的几种特性

1. 函数的有界性

[定义 1.1.2]　设函数 $y=f(x)$ 在集合 D 上有定义，如果存在一个正数 M，对于所有的 $x\in D$，恒有 $|f(x)|\leqslant M$，则称函数 $f(x)$ 在 D 上是有界的. 如果不存在这样的正数 M，则称 $f(x)$ 在 D 上是无界的.

如图 1-3 所示，函数 $y=f(x)$ 在区间 (a, b) 内有界的几何意义是：曲线 $y=f(x)$ 在区间 (a, b) 内被限制在 $y=-M$ 和 $y=M$ 两条直线之间.

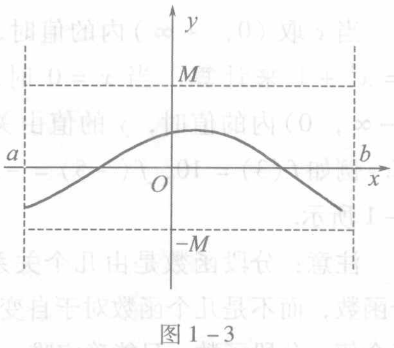

图 1-3

对于函数的有界性，要注意以下两点：

(1) 当一个函数 $y=f(x)$ 在区间 (a, b) 内有界时，正数 M 的取法不是唯一的. 例如 $y=\sin x$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内是有界的，有 $|\sin x|\leqslant1$，但也可以取 $M=2$，即 $|\sin x|<2$ 总是成立的，实际上 M 可以取任何大于 1 的数.

(2) 有界性是依赖于区间的. 例如 $y=\dfrac{1}{x}$ 在区间 $(1, 2)$ 内是有界的，但在区间 $(0, 1)$ 内则无界.

2. 函数的奇偶性

[定义 1.1.3]　设函数 $y=f(x)$ 在集合 D 上有定义，如果对任意的 $x\in$

D，恒有$f(-x)=f(x)$，则称$f(x)$为偶函数. 如果对任意的$x\in D$，恒有$f(-x)=-f(x)$，则称$f(x)$为奇函数.

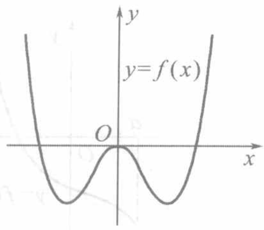

图 1－4

偶函数的图象是对称于y轴的，如图 1－4 所示.

奇函数的图象是对称于原点的.

例 1.1.6　判断下列函数的奇偶性：

(1) $f(x)=x^4-5x^2+1$；

(2) $f(x)=x^2+\sin x$；

(3) $f(x)=\frac{1}{2}(a^{-x}-a^{x})\quad(a>0,\ a\neq1)$.

解：由函数的奇偶性的定义可知：

(1) 因为$f(-x)=(-x)^4-5(-x)^2+1=x^4-5x^2+1=f(x)$，所以$f(x)=x^4-5x^2+1$是偶函数.

(2) 因为$f(-x)=(-x)^2+\sin(-x)=x^2-\sin x\neq f(x)$，同样可以得到$f(-x)\neq -f(x)$，所以$f(x)=x^2+\sin x$既非奇函数，也非偶函数.

(3) 因为$f(-x)=\frac{1}{2}(a^{-(-x)}-a^{-x})=\frac{1}{2}(a^{x}-a^{-x})=-\frac{1}{2}(a^{-x}-a^{x})=-f(x)$，所以$f(x)=\frac{1}{2}(a^{-x}-a^{x})\quad(a>0,\ a\neq1)$是奇函数.

3. **函数的单调性**

［**定义 1.1.4**］　设函数$y=f(x)$在区间$(a,\ b)$内有定义，如果对于$(a,\ b)$内的任意两点x_1和x_2，当$x_1<x_2$时，有$f(x_1)<f(x_2)$，则称函数$f(x)$在$(a,\ b)$内是单调增加的；如果对于$(a,\ b)$内的任意两点x_1和x_2，当$x_1<x_2$时，$f(x_1)>f(x_2)$，则称函数$f(x)$在$(a,\ b)$内是单调减少的.

单调增加函数与单调减少函数统称为单调函数. 单调增加的函数的图象是沿x轴正向逐渐上升的，如图 1－5 所示；单调减少的函数的图象是沿x轴正向逐渐下降的，如图 1－6 所示.

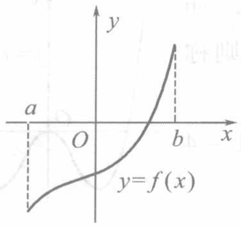

图 1－5

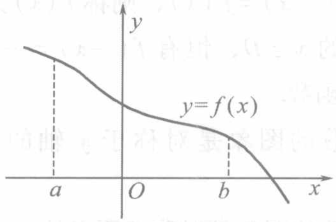

图 1－6

4. **函数的周期性**

［**定义** 1.1.5］　对于函数 $y=f(x)$，如果存在正数 a，对于任意的 $x\in D$，使 $f(x)=f(x+a)$ 恒成立，则称此函数为周期函数. 满足这个等式的正数 a 称为函数的周期. 例如 $y=\sin x$ 是周期函数，周期为 2π.

三、反函数

［**定义** 1.1.6］　设 $y=f(x)$ 为定义在 D 上的函数，其值域为 A. 若对于数集 A 中的每个数 y，数集 D 中都有唯一的一个数 x 使 $f(x)=y$，这就是说变量 x 是变量 y 的函数，这个函数称为函数 $y=f(x)$ 的反函数，记为 $x=f^{-1}(y)$. 其定义域为 A，值域为 D. 函数 $y=f(x)$ 与 $x=f^{-1}(y)$ 的图形是相同的.

由于人们习惯于用 x 表示自变量，用 y 表示因变量，为了照顾习惯，我们将函数 $y=f(x)$ 的反函数 $x=f^{-1}(y)$ 用 $y=f^{-1}(x)$ 表示. 注意，这时两者的图形关于直线 $y=x$ 对称.

由函数 $y=f(x)$ 求它的反函数的步骤是：由方程 $y=f(x)$ 解出 x，得到 $x=f^{-1}(y)$；将函数 $x=f^{-1}(y)$ 中的 x 和 y 分别换为 y 和 x，这样，得到反函数 $y=f^{-1}(x)$.

例 1.1.7　求函数 $y=\sqrt{2x-1}$ 的反函数.

解：由 $y=\sqrt{2x-1}$ 得定义域为 $\left[\frac{1}{2},\ +\infty\right)$，值域为 $[0,\ +\infty)$，且有 $x=\frac{y^2+1}{2}$，互换 x，y 得反函数 $y=\frac{x^2+1}{2}$，其定义域为 $[0,\ +\infty)$，值域为 $\left[\frac{1}{2},\ +\infty\right)$.

四、基本初等函数

幂函数 $y=x^{\alpha}$（α 为任意实数）；指数函数 $y=a^{x}$（$a>0$，$a\neq1$）；对数函数$y=\log_{a}x$（$a>0$，$a\neq1$）；三角函数 $y=\sin x$，$y=\cos x$，$y=\tan x$，$y=\cot x$，$y=\sec x$，$y=\csc x$；反三角函数 $y=\arcsin x$，$y=\arccos x$，$y=\arctan x$，$y=\operatorname{arccot} x$. 这五类函数统称为基本初等函数.

五、复合函数

［定义 1.1.7］　若函数 $y=F(u)$，定义域为 U_1，函数 $u=\varphi(x)$的值域为 U_2，其中 $U_1\cap U_2\neq\varnothing$，则 y 通过变量 u 成为 x 的函数，这个函数称为由函数 $y=F(u)$和函数 $u=\varphi(x)$构成的复合函数，记为 $y=F[\varphi(x)]$，其中变量 u 称为中间变量.

例 1.1.8　试求函数 $y=u^2$ 与 $u=\sin x$ 构成的复合函数.

解：将 $u=\sin x$ 代入 $y=u^2$ 中，即为所求的复合函数 $y=\sin^2 x$，其定义域为（$-\infty$，$+\infty$）.

例 1.1.9　试求函数 $y=\sqrt{u}$ 与 $u=1-x^2$ 构成的复合函数.

解：仿例 1.1.8 的解法，容易得到该复合函数 $y=\sqrt{1-x^2}$，其定义域为［-1，1］.

例 1.1.10　设 $f(x)=\dfrac{1}{1+x}$，$\varphi(x)=\sqrt{\sin x}$，求 $f[\varphi(x)]$，$\varphi[f(x)]$.

解：（1）求 $f[\varphi(x)]$时，应将 $f(x)$中的 x 视为 $\varphi(x)$，因此

$$f[\varphi(x)]=\frac{1}{1+\sqrt{\sin x}}.$$

（2）求 $\varphi[f(x)]$时，应将 $\varphi(x)$中的 x 视为 $f(x)$，因此

$$\varphi[f(x)]=\sqrt{\sin\frac{1}{1+x}}.$$

例 1.1.11　设 $f(x-1)=x^2$，求 $f(2x+1)$.

解法一：令 $u=x-1$，得 $f(u)=(u+1)^2$. 再将 $u=2x+1$ 代入，即得复合函数 $f(2x+1)=[(2x+1)+1]^2=4(x+1)^2$.

解法二：因为 $f(x-1)=x^2=[(x-1)+1]^2$，于是问题转化为求 $y=f(x)=(x+1)^2$ 与 $\varphi(x)=2x+1$ 的复合函数 $f[\varphi(x)]$，因此 $f(2x+1)=$

$[(2x+1)+1]^2=4(x+1)^2$.

有时，一个复合函数可能由 3 个或更多的函数构成. 比如，由函数 $y=\ln u$，$u=\sin v$ 和 $v=x^2+1$ 可以构成复合函数 $y=\ln\sin(x^2+1)$，其中 u 和 v 都是中间变量.

与此同时，我们还应掌握复合函数的复合过程，即“分解”复合函数，这对后面的学习有帮助，读者对此应予以重视.

例 1.1.12 指出 $y=(3x+5)^{10}$，$y=\sqrt{1+x^2}$ 是由哪些简单函数复合而成的.

解：$y=(3x+5)^{10}$ 是由 $y=u^{10}$ 和 $u=3x+5$ 复合而成的.

$y=\sqrt{1+x^2}$ 是 $y=\sqrt{u}$ 和 $u=1+x^2$ 复合而成的.

六、初等函数

由基本初等函数及常数经过有限次四则运算和有限次复合构成，并且可以用一个数学式子表示的函数叫做初等函数. 例如

$$y=e^{-x^2},\quad y=\sqrt{\ln 5x-3^x+\sin^2 x},$$

等等，都是初等函数.

七、建立函数关系

在解决工程技术问题、经济问题等实际应用中，经常需要先找出问题中变量之间的函数关系，然后再利用有关的数学知识、数学方法去分析、研究、解决这些问题. 由于客观世界中变量之间的函数关系是多种多样的，往往要涉及几何、物理、经济等各门学科的知识，因此建立函数关系式没有一般规律可循，只能具体问题具体分析. 不过，一般可以这样着手解决：

第一步：应先把题意分析清楚，有时也可以画出草图，借助草图帮助分析和理解题意.

第二步：应根据题意确定哪个是自变量，哪个是因变量. 如果总体变量多于两个，还要进一步分析，找出除因变量以外的其他若干变量之间的关系. 因为我们在这里建立的是一元函数的关系式，最终应归结为一个自变量和一个因变量（即函数）的关系式.

下面举几个较简单的实例来说明建立函数关系式的方法.

例 1.1.13 已知一有盖的圆柱形铁桶容积为 V，试建立圆柱形铁桶的表

面积 S 与底面半径 r 之间的函数关系式.

解： 由题意知，圆柱形铁桶的容积 V 是一个常数，表面积 S 与底面半径 r 和桶高 h 都有关. 因为铁桶的容积不变，由圆柱体的体积公式 $V=\pi r^2 h$，得 $h=\dfrac{V}{\pi r^2}$，于是，通过中间变量 h，可建立铁桶的表面积 S 与底面半径 r 的关系，其关系式为

$$S=2\pi rh+2\pi r^2=2\pi r\cdot\frac{V}{\pi r^2}+2\pi r^2,$$

即
$$S=\frac{2V}{r}+2\pi r^2\quad(0<r<+\infty).$$

例 1.1.14　将直径为 d 的圆木料锯成截面为矩形的木材（图 1－7），建立矩形截面两条边长之间的函数式.

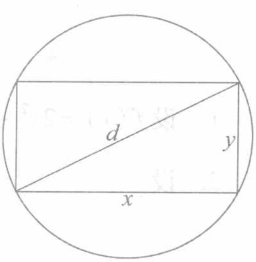

图 1－7

解： 设矩形截面的一条边长为 x，另一条边长为 y，由勾股定理，得

$$x^2+y^2=d^2,$$

解出 y，得

$$y=\pm\sqrt{d^2-x^2},$$

由于 y 只能取正值，所以

$$y=\sqrt{d^2-x^2}.$$

这就是矩形截面的两条边长之间的函数式，它的定义域为 $(0, d)$.

例 1.1.15　电路上某一点的电压等速下降，开始时刻电压为 12 V，5 s 后下降到 9 V，试建立该点电压 U 与时间 t 的函数关系式.

解： 由题设条件知，电路上某一点在时刻 t 时的电压 $U=U_0+at$，则有

$$9=12+at,$$

解得 $a=-0.6$，于是电压 U 与时间 t 的函数关系式为

$$U=12-0.6t\ (0\leqslant t\leqslant 20).$$

例 1.1.16　某地对某项经营按累进制征税，规定年收入 8 000 元以下免税，8 000 元到 15 000 元的部分按 15% 的税率征税，15 000 元到 20 000 元的部分按 18% 的税率征税. 试求税金与年收入（假定不超过 20 000 元）的函数式.

解： 设税金为 y，年收入为 x，

当 $0<x\leqslant 8\,000$ 时，$y=0$；

当 $8\,000<x\leqslant 15\,000$ 时，

$$y=(x-8\,000)\cdot 15\%=15\%\cdot x-1\,200;$$

当 $15\,000<x\leqslant 20\,000$ 时，

$$y=(x-15\,000)\cdot 18\%+(15\,000-8\,000)\cdot 15\%=18\%\cdot x-1\,650.$$

综上所述，可得税金 y 与年收入 x 的分段函数式

$$y=\begin{cases}0 & 0<x\leqslant 8\,000,\\ 15\%\cdot x-1\,200 & 8\,000<x\leqslant 15\,000,\\ 18\%\cdot x-1\,650 & 15\,000<x\leqslant 20\,000.\end{cases}$$

习题 1－1

1. 设 $f(x)=2x^2-x+1$，求 $f(0)$，$f(4)$，$f\left(-\dfrac{1}{2}\right)$，$f(a)$，$f(x+1)$.

2. 设

$$f(x)=\begin{cases}1+x & -\infty<x\leqslant 0,\\ 2^x & 0<x<+\infty,\end{cases}$$

求 $f(-2)$，$f(-1)$，$f(0)$，$f(1)$，$f(2)$.

3. 设 $f(x)=ax+b$，若 $f(0)=-2$，$f(3)=5$，求 a 和 b.

4. 求下列函数的定义域：

(1) $y=\dfrac{1}{x^2+4}$；　(2) $y=\dfrac{1}{x}-\sqrt{1-x^2}$；

(3) $y=\log_3\dfrac{1}{1-x}+\sqrt{x+2}$；　(4) $y=\log_3(\log_2 x)$；

(5) $y=\arcsin\dfrac{x-1}{2}$；　(6) $y=\lg(3-x)$.

5. 指出下列函数中哪些是奇函数，哪些是偶函数：

(1) $y=2x^3-7\sin x$；　(2) $y=x+\dfrac{1}{x}$；

(3) $y=\dfrac{1-x^2}{1+x^2}$；　(4) $y=x(x+1)(x-1)$；

(5) $y=2+5\cos x$；　(6) $y=\lg\left(x+\sqrt{1+x^2}\right)$；

(7) $y=x\mathrm{e}^x$；　(8) $y=\lg\dfrac{1-x}{1+x}$.