



普通高等教育“十一五”国家级规划教材



数字电子技术基础

(第二版)

杨颂华 冯毛官 孙万蓉 编著
初秀琴 胡力山



西安电子科技大学出版社
<http://www.xduph.com>

普通高等教育“十一五”国家级规划教材

数字电子技术基础

(第二版)

杨颂华 冯毛官 孙万蓉

初秀琴 胡力山

编著

西安电子科技大学出版社

2009

内 容 简 介

此书为普通高等教育“十一五”国家级规划教材。

本书共分 11 章, 主要包括: 数制与编码、逻辑代数基础、集成逻辑门、组合逻辑电路、触发器、时序逻辑电路的分析和设计、脉冲波形的产生与整形、存储器和可编程逻辑器件、数/模和模/数转换器、VHDL 硬件描述语言简介、VHDL 数字系统设计实例等。各章均选用了较多的典型实例, 并配有相当数量的习题, 便于读者联系实际, 灵活运用。

本书可作为高等学校通信、电子工程、自动控制、工业自动化、检测技术及电子技术应用等相关专业本科和专科生“数字电路”课程的基本教材和教学参考书, 也可作为相关工程技术人员参考书。

★本书配有电子教案, 需要者可登录出版社网站, 免费下载。

图书在版编目(CIP)数据

数字电子技术基础/杨颂华等编著. —2 版. —西安: 西安电子科技大学出版社, 2009. 2

普通高等教育“十一五”国家级规划教材

ISBN 978 - 7 - 5606 - 2178 - 4

I. 数… II. 杨… III. 数字电路—电子技术—高等学校—教材 IV. TN79

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 209486 号

策 划 云立实

责任编辑 许青青 云立实

出版发行 西安电子科技大学出版社(西安市太白南路 2 号)

电 话 (029)88242885 88201467 邮 编 710071

网 址 www.xduph.com 电子信箱 xdupfb001@163.com

经 销 新华书店

印刷单位 陕西华沐印刷科技有限责任公司

版 次 2009 年 2 月第 2 版 2009 年 2 月第 12 次印刷

开 本 787 毫米×1092 毫米 1/16 印 张 20.875

字 数 493 千字

印 数 64 001~68 000 册

定 价 30.00 元

ISBN 978 - 7 - 5606 - 2178 - 4/TN • 0479

XDUP 2470002 - 12

* * * 如有印装问题可调换 * * *

本社图书封面为激光防伪覆膜, 谨防盗版。

第二版前言

本书是在原《数字电子技术基础》(西安电子科技大学出版社 2000 年 7 月出版)的基础上,根据教学改革的需要,结合作者多年电子技术基础课程的教学经验重新修订而成的。

随着集成电路技术和计算机技术的迅速发展,数字技术领域中的新概念、新器件和新方法不断涌现,特别是可编程逻辑器件和电子设计自动化(EDA)技术的普遍应用,对数字电路和系统的设计思想、设计方法产生了很大的影响,其中一个重要的变化是设计者更加注重对描述方法的理解,而不是把重点放在具体器件的结构上。硬件描述语言是数字技术领域一种新的描述方法,把它作为数字电子技术基础的内容之一是现代数字电子技术发展的必然趋势,因此本书新增加了 VHDL 硬件描述语言简介和 VHDL 数字系统设计实例两章内容。

为了保证基础,并将 EDA 设计思想和实践教学与理论基础教学有机地结合在一起,我们总结了 EDA 教学实践经验,并认真吸取国外同类教材的优点,对原书进行了修改和补充。本书的基本编写思想如下:

(1) 在讲清基本分析和设计方法的前提下,对规模逻辑器件部分,淡化了其内部电路的分析,着重讲述典型器件的逻辑功能、描述方法、控制端的作用以及器件的应用,主要为硬件描述语言的学习打下坚实的基础。

(2) 每种标准硬件描述语言都有一套完整的语法体系,为了使初学者便于阅读和在教学中便于实施,本书将“VHDL 硬件描述语言简介”单独列为一章介绍,在教学中可以根据需要选择相关内容与前面的章节融合在一起讲解,也可以单独讲解。

为了使学生有效地把握 VHDL 硬件描述语言的主干和核心内容,本书主要通过介绍典型单元电路和典型数字系统的设计实例来帮助学生理解硬件描述语言的语法含义。本书所有实例都经过上机调试,并给出了仿真波形,便于读者自学。

(3) 为了便于使用 EDA 软件工具和阅读国外技术资料,本书采用了国际上流行的图形逻辑符号。其中,门电路采用了 IEEE/ANSI(the Institute of Electrical and Electronics Engineers/American National Standards Institute,电气与电子工程师协会/美国国家标准化组织)规定的特定外形图形符号,它与 IEC(the International Electrotechnical Commission,国际电工协会)的标准是兼容的。对于触发器和中、大规模集成电路的逻辑符号,为了便于教学仍采用了传统的习惯画法。

本书第 2、8 章由杨颂华编写，第 5、6、9 章由冯毛官编写，第 1、7 章及附录由孙万蓉编写，第 10、11 章由初秀琴编写，第 3、4 章由胡力山编写。杨颂华、冯毛官、孙万蓉负责全书的策划、修改和定稿工作。哈尔滨工业大学蔡惟铮教授审阅了全书，并提出了许多宝贵的修改意见，在此表示衷心的感谢。本书在编写过程中得到了孙肖子教授、石光明教授、任爱峰副教授的大力支持和帮助，云立实副编审和许青青编辑为本书的出版付出了辛勤的劳动，在此也一并表示诚挚的谢意。

由于作者水平和时间有限，书中疏漏之处在所难免，敬请同行及广大读者批评指正。

作 者
2008 年 10 月

第一版前言

本书是根据国家教委工科电工课程教学指导委员会审订通过的高等学校“电子线路”课程基本要求,并结合我们多年来的教学经验而编写的专业技术基础课教材。

数字技术是当前发展最快的学科之一。随着集成电路工艺的发展,数字集成器件已经历了从小规模集成电路(SSI)、中规模集成电路(MSI)到大规模集成电路(LSI)、超大规模集成电路(VLSI)的发展过程。相应地,数字电路和数字系统的设计方法及设计手段也在不断演变和发展,因而对“数字电路”课程的教学内容、教学方法、教学手段及其教材也提出了新的要求。为此,本书在编写时注意了以下几点:① 在内容的选取上,首先立足打好基础,在确保基本理论、基本概念和基本方法的前提下,力求反映当前数字技术的新发展,介绍目前已普遍应用的新器件和已趋于成熟的新技术和新方法;② 在内容的次序安排上,注意既要使教师便于组织教学,又要便于学生阅读和自学,编写时力求做到深入浅出,突出重点,并前后照应;③ 为了便于联系工程实际,编者结合多年科研实践体会,选择了较多的例题及系统实例,并介绍了一些工程实践中常用的分析和设计方法,以便帮助读者提高解决问题的能力。

本书共分 11 章。第 1、2 章介绍了数制编码和逻辑代数的基础知识。第 3 章和第 5 章分别介绍了基本数字器件集成逻辑门和触发器的基本外特性,对其内部结构和内部电路的分析计算做了许多精简。第 4、6、7 章分别介绍了组合逻辑电路、时序逻辑电路的分析方法和设计方法。这部分内容是数字电路逻辑设计的理论基础。这里除了介绍传统的分析方法和设计方法外,重点介绍了常见的各种中规模集成数字器件的基本功能和应用,以及以中规模器件为核心的组合逻辑电路和时序逻辑电路的分析、设计方法,从而为系统中的模块化设计打下基础。第 8 章简要介绍了脉冲信号的产生与整形。第 9 章介绍了半导体存储器和可编程逻辑器件。可编程逻辑器件是近期迅速发展起来的新型逻辑器件,并使数字系统的设计方法发生了崭新的变化。这里简要介绍了可编程逻辑器件的发展过程及可编程逻辑器件的电路结构特点、基本工作原理和开发过程,主要为今后应用这些器件打下基础。有关开发可编程逻辑器件的软件系统及硬件描述语言(VHDL 或 Verlog HDL)等内容,另有课程介绍,读者可参考有关资料。第 10 章介绍 D/A 和 A/D 转换。第 11 章介绍了数字系统设计实例。这一章主要通过几个常用小型数字系统的设计举例,使读者了解数字系统的设计方法和设计过程,并从系统的角度对学过的知识进一步加深理解。

本书是我校国家电工电子教学基地规划教材之一，由西安电子科技大学通信工程学院和电子工程学院的老师共同编写完成。其中第 7、8、9 章由杨颂华编写，第 6、10 章由冯毛官编写，第 1、5、11 章由孙万蓉编写，第 2、3、4 章由胡力山编写，最后由杨颂华、冯毛官负责全书的修改和统稿工作。

侯伯亨教授审阅了本书，并提出了许多宝贵的修改意见，在此表示衷心的感谢。

本书在编写过程中自始至终得到了孙肖子教授的大力支持和帮助，西安电子科技大学出版社云立实、孙雪妹编辑为此书的出版付出了辛勤的劳动，在此一并表示衷心的感谢。

由于我们水平有限，书中难免存在错误和不妥之处，敬请各位老师、同学和读者批评指正。

编 者

2000 年 5 月

目 录

第 1 章 数制与编码	1	习题 2	37
1.1 数字逻辑电路概述	1	第 3 章 集成逻辑门	41
1.2 数制	2	3.1 数字集成电路的分类	41
1.2.1 进位计数制	2	3.2 TTL 集成逻辑门	42
1.2.2 进位计数制之间的转换	4	3.2.1 TTL 与非门的工作原理	42
1.3 编码	7	3.2.2 TTL 与非门的特性与参数	44
1.3.1 带符号数的编码	7	3.2.3 TTL 集成电路系列	48
1.3.2 二-十进制编码(BCD 码)	9	3.2.4 集电极开路门和三态门	50
1.3.3 可靠性编码	10	3.3 CMOS 集成逻辑门	53
1.3.4 字符代码	11	3.3.1 CMOS 反相器	54
本章小结	12	3.3.2 CMOS 逻辑门	55
习题 1	12	3.3.3 CMOS 传输门	56
第 2 章 逻辑代数基础	14	3.3.4 CMOS 集成电路系列	56
2.1 逻辑代数的基本运算	14	3.4 集成门电路在使用中的实际问题	57
2.1.1 逻辑函数的基本概念	14	3.4.1 TTL 电路与 CMOS 电路的接口	57
2.1.2 三种基本逻辑运算	14	3.4.2 CMOS 电路的使用注意事项	59
2.2 逻辑代数的基本定律和运算规则	16	本章小结	59
2.2.1 基本定律	16	习题 3	59
2.2.2 三个重要规则	17	第 4 章 组合逻辑电路	63
2.2.3 若干常用公式	18	4.1 组合逻辑电路的分析	63
2.3 复合逻辑和常用逻辑门	19	4.2 组合逻辑电路的设计	65
2.3.1 复合逻辑运算和复合门	19	4.3 常用中规模组合逻辑器件及应用	68
2.3.2 常用逻辑门及逻辑函数表达式的 常用形式	21	4.3.1 编码器	68
2.3.3 常用逻辑门的等效符号及有效 电平	23	4.3.2 译码器	71
2.4 逻辑函数的两种标准形式	24	4.3.3 数据选择器	78
2.4.1 最小项和标准与或式	25	4.3.4 数据分配器	82
2.4.2 最大项和标准或与式	26	4.3.5 数值比较器	83
2.5 逻辑函数的化简方法	27	4.3.6 加法器	85
2.5.1 代数化简法	27	4.4 组合逻辑电路中的竞争与冒险	88
2.5.2 卡诺图化简法	28	本章小结	91
2.5.3 具有无关项的逻辑函数及其 化简	35	习题 4	91
本章小结	36	第 5 章 触发器	97
		5.1 基本 RS 触发器	97
		5.1.1 基本 RS 触发器的电路结构和 工作原理	97

5.1.2 基本 RS 触发器的功能描述	98	7.2.2 555 定时器的典型应用	182
5.2 时钟控制的触发器	99	7.3 集成单稳态触发器	187
5.2.1 钟控 RS 触发器	100	7.4 石英晶体振荡器	190
5.2.2 钟控 D 触发器(数据锁存器)	101	7.4.1 石英晶体	190
5.2.3 钟控 JK 触发器	102	7.4.2 石英晶体多谐振荡器	191
5.2.4 钟控 T 触发器和 T' 触发器	103	7.4.3 石英晶体振荡器	193
5.2.5 电平触发方式的工作特点	104	本章小结	195
5.3 集成触发器	104	习题 7	196
5.3.1 主从 JK 触发器	104	第 8 章 存储器和可编程逻辑器件	200
5.3.2 边沿触发器	107	8.1 半导体存储器概述	200
5.4 触发器的逻辑符号及时序图	109	8.2 只读存储器(ROM)	201
5.4.1 触发器的逻辑符号	109	8.2.1 ROM 的结构	201
5.4.2 时序图	110	8.2.2 ROM 的类型	202
本章小结	112	8.2.3 ROM 的应用	205
习题 5	113	8.3 随机存取存储器(RAM)	208
第 6 章 时序逻辑电路的分析和设计	115	8.3.1 RAM 的基本结构	208
6.1 时序逻辑电路概述	115	8.3.2 RAM 的存储单元	209
6.1.1 时序逻辑电路的特点	115	8.4 存储器容量的扩展	210
6.1.2 时序逻辑电路的分类	116	8.5 可编程逻辑器件简介	212
6.1.3 时序逻辑电路的功能描述	117	8.5.1 概述	212
6.2 同步时序逻辑电路的分析	119	8.5.2 PLD 电路的表示方法	213
6.2.1 同步时序逻辑电路的一般分析方法	119	8.5.3 低密度可编程逻辑器件	214
6.2.2 典型时序逻辑电路的分析	122	8.5.4 高密度可编程逻辑器件	220
6.3 异步时序逻辑电路的分析方法	132	8.5.5 可编程逻辑器件的开发	228
6.4 同步时序逻辑电路的设计方法	134	本章小结	231
6.4.1 建立原始状态图和状态表	134	习题 8	232
6.4.2 状态化简	137	第 9 章 数/模和模/数转换器	235
6.4.3 状态分配	140	9.1 概述	235
6.4.4 同步时序逻辑电路的设计举例	141	9.2 D/A 转换器	235
6.5 常用集成时序逻辑器件及应用	147	9.2.1 D/A 转换器的基本工作原理	235
6.5.1 集成计数器	147	9.2.2 D/A 转换器的主要电路形式	236
6.5.2 集成寄存器和移位寄存器	158	9.2.3 D/A 转换器的主要技术指标	238
6.5.3 序列信号发生器	165	9.2.4 八位集成 D/A 转换器 DAC0832	239
本章小结	171	9.3 A/D 转换器	241
习题 6	172	9.3.1 A/D 转换器的基本工作原理	241
第 7 章 脉冲波形的产生与整形	180	9.3.2 A/D 转换器的主要电路形式	243
7.1 概述	180	9.3.3 A/D 转换器的主要技术指标	249
7.1.1 脉冲产生电路和整形电路的特点	180	9.3.4 八位集成 A/D 转换器 ADC0809	250
7.1.2 脉冲电路的基本分析方法	180	本章小结	252
7.2 555 定时器及其应用	181	习题 9	252
7.2.1 555 定时器的组成与功能	181		

第 10 章 VHDL 硬件描述语言简介	254	习题 10	295
10.1 概述	254	第 11 章 VHDL 数字系统设计实例	296
10.2 VHDL 程序的基本结构	255	11.1 数字系统设计简介	296
10.2.1 实体	255	11.1.1 数字系统的基本结构	296
10.2.2 结构体	256	11.1.2 数字系统的基本设计方法	296
10.2.3 库和程序包	257	11.2 数字系统设计实例	297
10.2.4 配置	258	11.2.1 简易电子琴	297
10.3 VHDL 的基本语法	259	11.2.2 用状态机设计的交通信号 控制系统	301
10.3.1 数据对象	259	11.2.3 函数信号发生器	308
10.3.2 数据类型	260	11.2.4 基于 DDS 的正弦信号发生器	311
10.3.3 运算操作符	262	附录一 常用逻辑符号对照表	316
10.4 VHDL 的主要描述语句	263	附录二 各章专用名词英汉对照	317
10.4.1 顺序描述语句	263	附录三 数字集成电路的型号命名法	321
10.4.2 并行描述语句	268	附录四 常用数字集成电路功能分类 索引表	322
10.5 有限状态机的设计	271	参考文献	324
10.6 VHDL 语言描述实例	275		
10.6.1 组合电路的描述	275		
10.6.2 时序电路的描述	282		
本章小结	294		

第1章 数制与编码

数字系统的基本功能是对数字信息进行加工和处理,如数的运算、传输和变换等,因此我们首先要对数的基本特征有所了解。

本章从常用的十进制数开始,分析推导各种不同数制的表示方法以及各种数制之间的转换方法,并着重讨论数字计算机和其他数字设备中广泛采用的二进制数,最后介绍几种常用的编码。

1.1 数字逻辑电路概述

自然界的各种物理量可分为模拟量和数字量两大类。模拟量在时间上是连续取值,在幅值上也是连续变化的。表示模拟量的信号称为模拟信号。处理模拟信号电子电路称为模拟电路。数字量是一系列离散的时刻取值,数值的大小和每次的增减都是量化单位的整数倍,即它们是一系列时间离散、数值也离散的信号。表示数字量的信号称为数字信号。处理数字信号电子电路称为数字电路。

数字电路的一般框图如图 1.1.1 所示,它有 n 个输入 $X_1, X_2, \dots, X_n$ 和 m 个输出 $F_1, F_2, \dots, F_m$,此外还有一个定时信号,即时钟脉冲信号(Clock)。每一个输入 X_i 和输出 F_j 都是时间和数值上离散的二值信号,用数字 0 和 1 来表示。在数字电路和系统中,可以用 0 和 1 组成的二进制数码表示数量的大小,也可以用 0 和 1 表示两种不同的逻辑状态。当用 0 和 1 表示客观事物的两种对立状态时,它不表示数值,而表示逻辑 0 和逻辑 1,这两种对立的逻辑状态称为二值数字逻辑或简称为数字逻辑。数字电路的输出与输入之间满足一定的逻辑关系,因而数字电路也称为逻辑电路。

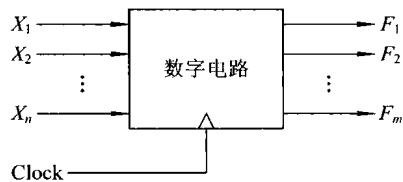


图 1.1.1 数字电路的一般框图

数字电路中的电子器件都工作在开关状态,电路的输出只有高、低两个电平,因而很容易实现二值数字逻辑。在分析实际电路时,逻辑高电平和逻辑低电平都对应一定的电压范围,不同系列的数字集成电路其输入、输出为高电平或低电平时所对应的电压范围是不同的(参考第 3 章)。一般用逻辑高电平(或接电源电压)表示逻辑 1 和二进制数的 1,用逻辑低电平(或接地)表示逻辑 0 和二进制数的 0。在数字电路中,当用高电平表示逻辑 1,用低电平表示逻辑 0 时称为正逻辑;当用低电平表示逻辑 1,用高电平表示逻辑 0 时称为负逻辑。通常情况下数字电路使用正逻辑。

数字电路的输入、输出逻辑电平随时间变化的波形称为数字波形。数字波形有两种类型:一种是电位型(或称非归零型),另一种是脉冲型(或称归零型)。在波形图中,一定的时间间隔 T 称为 1 位(1 bit)或一拍。电位型的数字波形在一拍时间内用高电平表示 1,用

低电平表示 0；脉冲型的数字波形则在一拍时间内以脉冲有无来表示 1 和 0。图 1.1.2 所示为 01001101100 序列信号的两种数字波形，其中图(a)为电位型的波形，图(b)是脉冲型的波形。

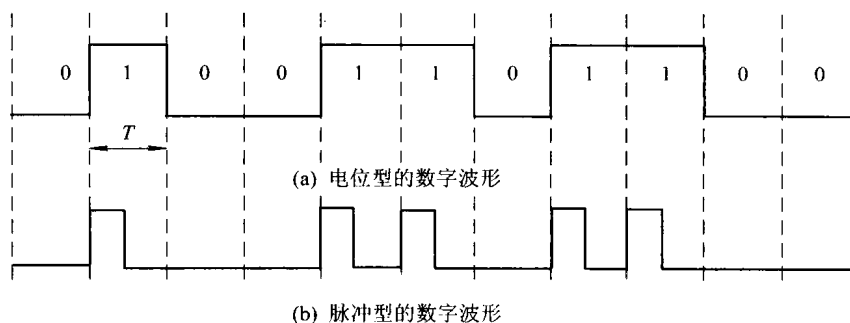


图 1.1.2 序列信号的两种数字波形

数字电路和系统的输入、输出逻辑关系(功能或行为)通常可以用文字、真值表、逻辑函数表达式、逻辑电路图、时序图、状态图、状态表等多种形式进行描述。此外，还可以采用硬件描述语言进行描述。各种描述形式将在后续章节介绍。

数字电路系统只能处理用二进制数表示的数字信号，而人们习惯用的十进制数不能被数字电路系统接收。因此，在人与数字电路系统交换信息时，需要把十进制数转换成二进制数，当数字系统运行结束时，为了便于人们阅读，又需要将二进制数转换成十进制数。所以为了便于信息交换和传输，我们需要研究各种数制之间的转换及不同的编码方式。

1.2 数 制

1.2.1 进位计数制

按进位原则进行计数，称为进位计数制。每一种进位计数制都有一组特定的数字、符号，例如十进制数有 10 个数符，二进制数只有 2 个数符，而十六进制数有 16 个数符。每种进位计数制中允许使用的数符总数称为基数或底数。

在进位计数制中，任何一个数都由整数和小数两部分组成，并且具有两种书写形式：位置计数法和多项式表示法。

1. 十进制数 (Decimal)

十进制数具有以下特点：

- (1) 采用 10 个不同的数符 0、1、2、……、9 和一个小数点(.)。
- (2) 进位规则是“逢十进一”。

若干个数符并列在一起可以表示一个十进制数。例如在 435.86 这个数中，小数点左边第一位 5 代表个位，它的数值为 5；小数点左边第二位 3 代表十位，它的数值为 3×10^1 ；小数点左边第三位 4 代表百位，它的数值为 4×10^2 ；小数点右边第一位的值为 8×10^{-1} ；小数点右边第二位的值为 6×10^{-2} 。可见，数符处于不同的数位，代表的数值是不同的。这里

10^2 、 10^1 、 10^0 、 10^{-1} 、 10^{-2} 称为权或位权，即十进制数中各位的权是10的幂，因此435.86可表示为

$$435.86 = 4 \times 10^2 + 3 \times 10^1 + 5 \times 10^0 + 8 \times 10^{-1} + 6 \times 10^{-2}$$

上式左边称为位置计数法或并列表示法，右边称为多项式表示法或按权展开法。

通常对于任何一个十进制数 N ，都可以用位置计数法和多项式表示法写为

$$\begin{aligned}(N)_{10} &= a_{n-1}a_{n-2}\cdots a_1a_0.a_{-1}a_{-2}\cdots a_{-m} \\ &= a_{n-1} \times 10^{n-1} + a_{n-2} \times 10^{n-2} + \cdots + a_1 \times 10^1 + a_0 \times 10^0 + a_{-1} \times 10^{-1} \\ &\quad + a_{-2} \times 10^{-2} + \cdots + a_{-m} \times 10^{-m} \\ &= \sum_{i=-m}^{n-1} a_i \times 10^i\end{aligned}$$

式中， n 代表整数位数； m 代表小数位数； a_i ($-m \leq i \leq n-1$)表示第 i 位数符，它可以是0、1、2、3、 $\cdots$ 、9中的任意一个； 10^i 为第 i 位数符的权值。

上述十进制数的表示方法也可以推广到任意进制数。对于一个基数为 R ($R \geq 2$)的 R 进制计数制，数 N 可以写为

$$\begin{aligned}(N)_R &= a_{n-1}a_{n-2}\cdots a_1a_0.a_{-1}a_{-2}\cdots a_{-m} \\ &= a_{n-1} \times R^{n-1} + a_{n-2} \times R^{n-2} + \cdots + a_1 \times R^1 + a_0 \times R^0 + a_{-1} \times R^{-1} \\ &\quad + a_{-2} \times R^{-2} + \cdots + a_{-m} \times R^{-m} \\ &= \sum_{i=-m}^{n-1} a_i R^i\end{aligned}$$

式中， n 代表整数位数； m 代表小数位数； a_i 为第 i 位数符，它可以是0、1、 $\cdots$ 、 $R-1$ 个不同数符中的任何一个； R^i 为第 i 位数符的权值。

2. 二进制数(Binary)

二进制数的进位规则是“逢二进一”，其进位基数 $R=2$ ，每位数符的取值只能是0或1，每位的权是2的幂。表1.2.1列出了二进制位数、权和十进制数的对应关系。

表 1.2.1 二进制位数、权和十进制数的对应关系

二进制整数位	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
权	2^{12}	2^{11}	2^{10}	2^9	2^8	2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
(十进制表示)	4096	2048	1024	512	256	128	64	32	16	8	4	2	1
二进制小数位	-1		-2		-3		-4		-5		-6		
权	2^{-1}		2^{-2}		2^{-3}		2^{-4}		2^{-5}		2^{-6}		
(十进制表示)	0.5		0.25		0.125		0.0625		0.031 25		0.015 625		

任何一个二进制数可表示为

$$\begin{aligned}(N)_2 &= a_{n-1}a_{n-2}\cdots a_1a_0.a_{-1}a_{-2}\cdots a_{-m} \\ &= a_{n-1} \times 2^{n-1} + a_{n-2} \times 2^{n-2} + \cdots + a_1 \times 2^1 + a_0 \times 2^0 + a_{-1} \times 2^{-1} \\ &\quad + a_{-2} \times 2^{-2} + \cdots + a_{-m} \times 2^{-m} \\ &= \sum_{i=-m}^{n-1} a_i 2^i\end{aligned}$$

例如：

$$(1011.011)_2 = 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 + 0 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2} + 1 \times 2^{-3} \\ = (11.375)_{10}$$

二进制数具有以下特点：

(1) 二进制数只有 0、1 两个数符，在数字电路中利用一个开关器件就可以表示一位二进制数，其电路容易实现，且工作稳定可靠。

(2) 二进制数的算术运算和十进制数的算术运算规则相似，不同的是二进制数是“逢二进一”和“借一当二”，而不是“逢十进一”和“借一当十”。例如：

加法运算	减法运算	乘法运算	除法运算
$\begin{array}{r} 1101.01 \\ + 1001.11 \\ \hline 10111.00 \end{array}$	$\begin{array}{r} 1101.01 \\ - 1001.11 \\ \hline 0011.10 \end{array}$	$\begin{array}{r} 1101 \\ \times 110 \\ \hline 0000 \\ 1101 \\ 1101 \\ \hline 1001110 \end{array}$	$\begin{array}{r} 101 \overline{) 11011} \quad \cdots \cdots \text{商} \\ \underline{101} \\ 111 \\ \underline{101} \\ 10 \quad \cdots \cdots \text{余数} \end{array}$

从运算过程可看出，二进制乘法运算由左移被乘数与加法运算组成，而除法运算由右移被除数与减法运算组成。

3. 八进制数(Octal)

八进制数的进位规则是“逢八进一”，其基数 $R=8$ ，采用的数符是 0、1、2、3、4、5、6、7，每位的权是 8 的幂。任何一个八进制数可以表示为

$$(N)_8 = \sum_{i=-m}^{n-1} a_i 8^i$$

例如：

$$(376.4)_8 = 3 \times 8^2 + 7 \times 8^1 + 6 \times 8^0 + 4 \times 8^{-1} = 3 \times 64 + 7 \times 8 + 6 + 0.5 = (254.5)_{10}$$

4. 十六进制数(Hexadecimal)

十六进制数的特点如下：

(1) 采用的 16 个数符为 0、1、2、3、4、5、6、7、8、9、A、B、C、D、E、F。符号 A~F 分别代表十进制数的 10~15。

(2) 进位规则是“逢十六进一”，基数 $R=16$ ，每位的权是 16 的幂。

任何一个十六进制数也可以表示为

$$(N)_{16} = \sum_{i=-m}^{n-1} a_i 16^i$$

例如：

$$(3AB.11)_{16} = 3 \times 16^2 + 10 \times 16^1 + 11 \times 16^0 + 1 \times 16^{-1} + 1 \times 16^{-2} \approx (939.0664)_{10}$$

1.2.2 进位计数制之间的转换

1. 二进制数与十进制数之间的转换

1) 二进制数转换成十进制数——按权展开法

二进制数转换成十进制数时，只要将二进制数写成按权展开的多项式，然后按十进制数规则进行运算，所得结果便为相应的十进制数。例如：

$$(10110.11)_2 = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2} = (22.75)_{10}$$

同理, 若将任意进制数转换为十进制数, 则只需将数 $(N)_R$ 写成按权展开的多项式表达式, 并按十进制规则进行运算, 便可求得相应的十进制数 $(N)_{10}$ 。

2) 十进制数转换成二进制数

十进制数转换为二进制数时, 需要对其整数部分和小数部分分别进行转换。

(1) 整数转换——除 2 取余法。若将十进制整数 $(N)_{10}$ 转换为二进制整数 $(N)_2$, 则按照转换前后相等的原则, 可写成

$$\begin{aligned}(N)_{10} &= a_{n-1} \times 2^{n-1} + a_{n-2} \times 2^{n-2} + \cdots + a_1 \times 2^1 + a_0 \times 2^0 \\ &= 2(a_{n-1} \times 2^{n-2} + a_{n-2} \times 2^{n-3} + \cdots + a_2 \times 2^1 + a_1) + a_0 \\ &= 2Q_1 + a_0\end{aligned}$$

将上式两边同除以 2, 所得的商为

$$Q_1 = a_{n-1} \times 2^{n-2} + a_{n-2} \times 2^{n-3} + \cdots + a_2 \times 2^1 + a_1 \quad \text{余数为 } a_0$$

同理, 将上式两边同除以 2, 得到的新商为

$$Q_2 = a_{n-1} \times 2^{n-3} + a_{n-2} \times 2^{n-4} + \cdots + a_2 \quad \text{余数为 } a_1$$

重复上述过程, 直至得到的商为 $Q_n = 0$, 余数为 a_{n-1} , 于是可得二进制整数的数符 $a_0, a_1, \cdots, a_{n-1}$ 。

例如, 将 $(57)_{10}$ 转换为二进制数:

2	57		余数
2	28		$1=a_0$
2	14		$0=a_1$
2	7		$0=a_2$
2	3		$1=a_3$
2	1		$1=a_4$
	0		$1=a_5$

故

$$(57)_{10} \approx (111001)_2$$

(2) 小数转换——乘 2 取整法。若将十进制数小数 $(N)_{10}$ 转换为二进制小数 $(N)_2$, 则可写成

$$(N)_{10} = a_{-1} \times 2^{-1} + a_{-2} \times 2^{-2} + \cdots + a_{-m} \times 2^{-m}$$

将上式两边同时乘以 2, 便得到

$$\begin{aligned}2(N)_{10} &= a_{-1} + (a_{-2} \times 2^{-1} + \cdots + a_{-m} \times 2^{-m+1}) \\ &= a_{-1} + F_1\end{aligned}$$

可见, $2(N)_{10}$ 乘积的整数部分就是 a_{-1} , 小数部分就是 F_1 。若将 $2(N)_{10}$ 乘积的小数部分 F_1 再乘以 2, 则有

$$\begin{aligned}2F_1 &= a_{-2} + (a_{-3} \times 2^{-1} + a_{-4} \times 2^{-2} + \cdots + a_{-m} \times 2^{-m+2}) \\ &= a_{-2} + F_2\end{aligned}$$

所得乘积整数部分就是 a_{-2} , 小数部分为 F_2 。显然, 重复上述过程, 便可求出二进制小数的各位数符 $a_{-1}, a_{-2}, \cdots, a_{-m}$ 。

例如, 将 $(0.724)_{10}$ 转换成二进制小数:

$$\begin{array}{rcl}
 & 0.724 & \\
 \times & 2 & \text{整数} \\
 \hline
 & 1.448 & \cdots \cdots 1=a_{-1} \\
 & 0.448 & \\
 \times & 2 & \\
 \hline
 & 0.896 & \cdots \cdots 0=a_{-2} \\
 \times & 2 & \\
 \hline
 & 1.792 & \cdots \cdots 1=a_{-3} \\
 & 0.792 & \\
 \times & 2 & \\
 \hline
 & 1.584 & \cdots \cdots 1=a_{-4}
 \end{array}$$

故

$$(0.724)_{10} \approx (0.1011)_2$$

应指出, 小数部分乘 2 取整的过程不一定能使最后乘积为 0, 因此转换值存在一定的误差。通常在二进制小数的精度已达到预定的要求时, 运算便可结束。

将一个带有整数和小数的十进制数转换成二进制数时, 必须将整数部分和小数部分分别按除 2 取余法和乘 2 取整法进行计算, 然后将两者的转换结果合并起来。

同理, 若将十进制数转换成任意 R 进制 $(N)_R$, 则整数部分转换采用除 R 取余法, 小数部分采用乘 R 取整法。

2. 二进制数与八进制数、十六进制数之间的相互转换

八进制数和十六进制数的基数分别为 $8=2^3$, $16=2^4$, 所以三位二进制数恰好相当于一位八进制数, 四位二进制数恰好相当于一位十六进制数, 它们之间的相互转换是很方便的。

二进制数转换成八进制数的方法是从小数点开始, 分别向左、向右将二进制数按每三位一组分组(不足三位的补 0), 然后写出每一组等值的八进制数。

例如, 求 $(01101111010.1011)_2$ 的等值八进制数:

$$\begin{array}{rcl}
 \text{二进制} & \underline{001} \ \underline{101} \ \underline{111} \ \underline{010} \ \underline{101} \ \underline{100} & \\
 \text{八进制} & 1 \quad 5 \quad 7 \quad 2 \quad 5 \quad 4 &
 \end{array}$$

所以

$$(01101111010.1011)_2 = (1572.54)_8$$

二进制数转换成十六进制数的方法和二进制数转换成八进制数的方法相似, 从小数点开始分别向左、向右将二进制数按每四位一组分组(不足四位补 0), 然后写出每一组等值的十六进制数。

例如, 将 $(1101101011.101)_2$ 转换为十六进制数:

$$\begin{array}{rcl}
 \underline{0011} \ \underline{0110} \ \underline{1011} \ \underline{1010} & & \\
 3 \quad 6 \quad B \quad A & &
 \end{array}$$

所以

$$(1101101011.101)_2 = (36B.A)_{16}$$

八进制数、十六进制数转换为二进制数的方法可以采用与前面相反的步骤, 即只要按原来的顺序将每一位八进制数(或十六进制数)用相应的三位(或四位)二进制数代替即可。

例如, 分别求出 $(=375.46)_8$ 、 $(678.A5)_{16}$ 的等值二进制数:

八进制 3 7 5 . 4 6 十六进制 6 7 8 . A 5
 二进制 011 111 101 . 100 110 二进制 0110 0111 1000 . 1010 0101
 所以

$$(375.46)_8 = (011111101.100110)_2$$

$$(678.A5)_{16} = (011001111000.10100101)_2$$

1.3 编 码

在数字系统中,任何数据和信息都是用若干位“0”和“1”按照一定的规则组成的二进制码来表示的。 n 位二进制数码可以组成 2^n 种不同的代码,代表 2^n 种不同的信息或数据。因此,用若干位二进制数码按一定规律排列起来表示给定信息的过程称为编码。下面介绍数字系统中常用的编码及特性。

1.3.1 带符号数的编码

在数字系统中,需要处理的不仅有正数,还有负数。为了表示带符号的二进制数,在定点整数运算的情况下,通常以代码的最高位作为符号位,用 0 表示正,用 1 表示负,其余各位为数值位。代码的位数称为字长,它的数值称为真值。

带符号的二进制数可以用原码、反码和补码几种形式表示。

1. 原码

原码的表示方法是:符号位加数值位。

例如,真值分别为 +62 和 -62,若用 8 位字长的原码来表示,则可写为

$$N = +62_D = +0111110_B \quad [N]_{\text{原}} = 00111110$$

$$N = -62_D = -0111110_B \quad [N]_{\text{原}} = 10111110$$

原码表示简单、直观,而且与真值转换方便,但用原码进行减法运算时,电路结构复杂,不容易实现,因此引入了反码和补码。

2. 反码

反码的表示方法是:正数的反码与其原码相同,即符号位加数值位;负数的反码是符号位为 1,数值位各位取反。

例如,真值分别为 +45 和 -45,若用 8 位字长的反码来表示,则可写为

$$[+45]_{\text{原}} = 00101101 \quad [+45]_{\text{反}} = 00101101$$

$$[-45]_{\text{原}} = 10101101 \quad [-45]_{\text{反}} = 11010010$$

3. 补码

字长为 n 的整数 N 的补码定义如下:

$$[N]_{\text{补}} = \begin{cases} N & 0 \leq N < 2^{n-1} \\ 2^n + N & -2^{n-1} \leq N < 0 \end{cases} \quad (\text{mod } 2^n)$$

由于 $2^n - 1$ 与 n 位全为 1 的二进制数等值,而 2^n 比 $2^n - 1$ 多 1,所以求一个数的补码可以用以下简便方法:

(1) 正数和 0 的补码与原码相同。