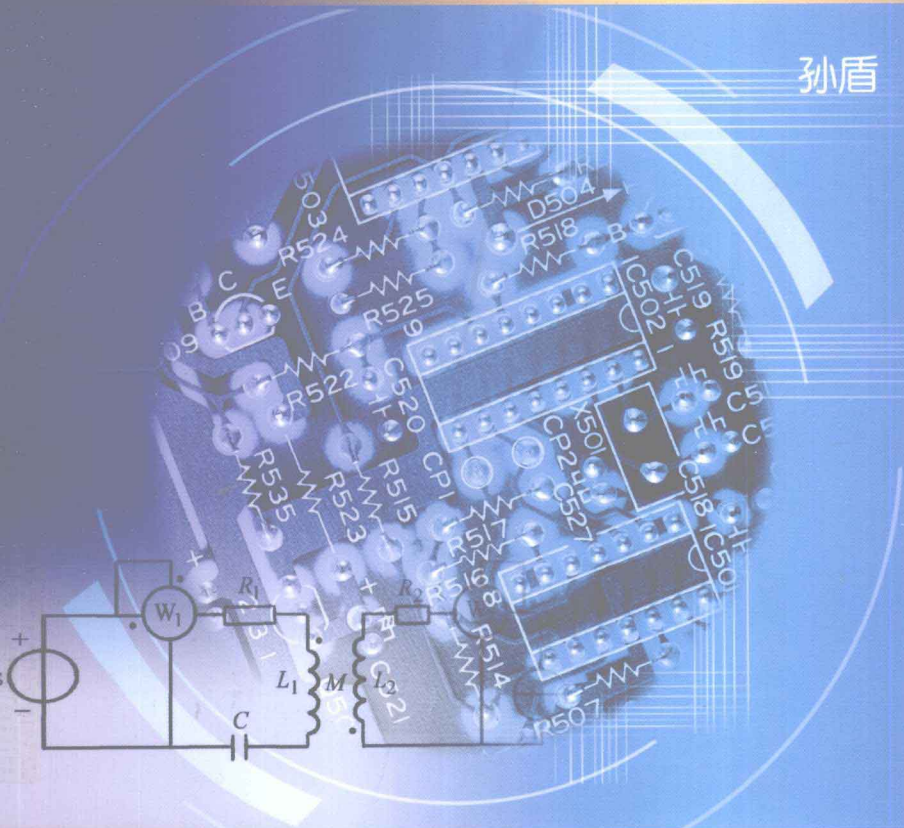




普通高等教育“十一五”电子电气基础课程规划教材

电路分析

孙盾 范承志 童梅 编



机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS



普通高等教育“十一五”电子电气基础课程规划教材

电 路 分 析

孙 盾 范承志 童 梅 编
孙雨耕 倪光正 审

机 械 工 业 出 版 社

本书主要包括：电路元件与电路定律、电路分析的基本方法、电路分析的基本定理、含运算放大器的电阻电路、一阶和二阶电路的瞬态分析、正弦稳态电路的分析、谐振电路与频率响应、互感电路、三相交流电路、非正弦周期信号激励下电路的稳态分析、二端口网络以及非线性电路。附录中介绍了一阶和二阶线性常微分方程的求解、拉普拉斯变换、正弦量和复数以及动态电路时域分析的数值解法等相关数学工具，便于读者查阅。

教材内容符合教育部高等学校电子电气基础课程教学指导委员会制定的电路分析基础教学基本要求。本书适合高等学校电子信息类专业师生使用，也可供相关科技人员参考。

图书在版编目 (CIP) 数据

电路分析/孙盾, 范承志, 童梅编. —北京: 机械工业出版社, 2009. 4
普通高等教育“十一五”电子电气基础课程规划教材
ISBN 978-7-111-26385-2

I. 电… II. ①孙…②范…③童… III. 电路分析—高等学校—教材
IV. TM133

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2009) 第 025016 号

机械工业出版社 (北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)
责任编辑: 王保家 版式设计: 霍永明 责任校对: 张 媛
封面设计: 张 静 责任印制: 邓 博
北京机工印刷厂印刷 (三河市南杨庄国丰装订厂装订)
2009 年 5 月第 1 版第 1 次印刷
184mm × 260mm · 17.5 印张 · 432 千字
标准书号: ISBN 978-7-111-26385-2
定价: 31.00 元

凡购本书, 如有缺页、倒页、脱页, 由本社发行部调换
销售服务热线电话: (010) 68326294
购书热线电话: (010) 88379639 88379641 88379643
编辑热线电话: (010) 88379711
封面无防伪标均为盗版

前 言

本书是为适应 21 世纪高等学校电工电子系列课程教学内容和课程体系改革的需要而编写的,教材内容符合教育部高等学校电子电气基础课程教学指导委员会制定的电路分析基础教学基本要求,并充分反映了浙江大学“电路原理”课程近 5 年来持续改革的成果。

全书内容包括:电路元件与电路定律、电路分析的基本方法、电路分析的基本定理、含运算放大器的电阻电路、一阶和二阶电路的瞬态分析、正弦稳态电路的分析、谐振电路与频率响应、互感电路、三相交流电路、非正弦周期信号激励下电路的稳态分析、二端口网络以及非线性电路。

电路分析是面向电子信息类工科学生的第一门学科基础课程,具有严密的逻辑性、系统性和理论性,为了立足于工程教育,培养学生严谨的思维能力以及分析问题和解决问题的能力,在承接前置与后续课程相关知识和能力的基础上,经多年教学改革实践,精选内容、突出重点,在教材体系、教学内容和教学方法上形成了如下特点:

1) 采用先直流电路分析,再动态电路分析,然后归结于正弦交流电路分析的结构体系,分散难点,循序渐进,教师易于施教,学生易于接受。相关应用数学工具归入附录阐述,便于查阅。

2) 本书以理论联系实际为指导思想,将电路分析理论课程与其实验课程的教学内容紧密结合,交相呼应,构建了理论与实践教学良性互动的新体系。

3) 基于工程教育整体教学系统的优化设计,本书注重相关课程知识点间的衔接与深化,模拟电子电路、信号与系统等课程中的基础知识和相关内容均有涉及,为学生顺畅学习后续专业基础课程奠定坚实基础,进而有助于完善教学效果。

4) 力求联系应用实际,在每章之末,阐述了与本章知识点密切相关的应用示例,既可激发学生的学习兴趣,又可拓展学生自主学习研究的空间。

本书的第七至十一章由孙盾执笔,第一至四章及十二章由范承志执笔,第五、六、十三章由童梅执笔;附录由童梅、孙盾和姚缨英执笔;孙盾负责全书的统稿和协调。在本书编写过程中还得到了国家级实验示范中心——浙江大学电工电子基础教学中心的关注与支持,中心电路教学课程组的各位老师对本书编写提出了建议和意见,谨致谢意。

全书承蒙天津大学孙雨耕教授和浙江大学倪光正教授悉心审阅,提出了许多宝贵意见,谨致以深切的谢意。

鉴于编者水平有限,书中不当乃至错误之处在所难免,恳请读者批评指教。

编 者

于浙江大学求是园

目 录

前言

第一章 电路元件与电路定律	1
第一节 实际电路与电路模型	1
第二节 电路元件	1
第三节 电流、电压的参考方向	7
第四节 基尔霍夫定律	9
第五节 无源网络的等效变换	12
第六节 实际电压源与电流源模型及其 等效转换	17
习题	19
第二章 电路分析的基本方法	23
第一节 网络图论的基本概念	23
第二节 支路电流法	26
第三节 回路电流法	28
第四节 网孔电流法	30
第五节 节点电压法	32
第六节 应用示例	37
习题	38
第三章 电路分析的基本定理	42
第一节 叠加定理	42
第二节 替代定理	45
第三节 戴维南定理和诺顿定理	46
第四节 特勒根定理	52
第五节 互易定理	55
第六节 应用示例	58
习题	59
第四章 含运算放大器的电阻电路	62
第一节 运算放大器电路模型	62
第二节 含运算放大器的电路分析	63
第三节 应用示例	65
习题	66
第五章 一阶电路的瞬态分析	68
第一节 概述	68
第二节 换路定则和初始条件	69
第三节 一阶电路的零输入响应	72
第四节 一阶电路的零状态响应	75
第五节 一阶电路的全响应和三要素法	80

第六节 一阶电路的阶跃响应	84
第七节 一阶电路的冲激响应	88
第八节 一阶奇异电路	92
第九节 任意波形激励下的响应—— 卷积	95
第十节 应用示例	99
习题	100
第六章 二阶电路的瞬态分析	105
第一节 概述	105
第二节 二阶电路的零输入响应	105
第三节 二阶电路的零状态响应和全 响应	112
第四节 应用示例	116
习题	117
第七章 正弦稳态电路的分析	119
第一节 概述	119
第二节 正弦信号	119
第三节 周期性电量的有效值	122
第四节 正弦量的相量表示	123
第五节 正弦交流电路中的电阻、电感 和电容元件	126
第六节 基尔霍夫定理的相量形式	132
第七节 正弦交流电路的阻抗、导纳及 其等效转换	134
第八节 复杂正弦交流电路的计算	140
第九节 正弦交流电路的功率计算	143
第十节 应用示例	149
习题	150
第八章 谐振电路与频率响应	154
第一节 串联谐振电路	154
第二节 并联谐振电路	157
第三节 电路的频率特性分析	161
第四节 开关电容电路简介	169
第五节 应用示例	170
习题	170
第九章 互感电路	173
第一节 互感现象和互感电压	173

第二节 含互感耦合电路的分析	178	第二节 二端口网络的参数和方程	217
第三节 变压器	181	第三节 二端口网络的等效电路	225
第四节 应用示例	185	第四节 二端口网络的连接	226
习题	186	第五节 回转器与负阻抗变换器	228
第十章 三相交流电路	189	第六节 应用示例	231
第一节 对称三相交流电路	189	习题	232
第二节 不对称三相交流电路	195	第十三章 非线性电路	235
第三节 三相电路的功率及测量方法	196	第一节 概述	235
第四节 应用示例	199	第二节 非线性电阻、电感和电容	235
习题	200	第三节 应用于非线性直流电路的图 解法	239
第十一章 非正弦周期信号激励下电 路的稳态分析	202	第四节 小信号分析法	243
第一节 非正弦周期信号的傅里叶级数 分解	202	第五节 应用示例	246
第二节 非正弦周期信号的有效值和平 均功率	206	习题	248
第三节 非正弦周期信号激励下电路的 稳态计算	207	附录	251
第四节 非周期信号的傅里叶变换	211	附录 A 一阶和二阶线性常微分方程的 求解	251
第五节 应用示例	212	附录 B 拉普拉斯变换	254
习题	213	附录 C 正弦量和复数	255
第十二章 二端口网络	216	附录 D 动态电路时域分析的数值解法	257
第一节 概述	216	习题参考答案	263
		参考文献	274

第一章 电路元件与电路定律

第一节 实际电路与电路模型

电路分析课程归属电路理论及应用学科，通过研究电路内在的变化规律，培养电类专业本科生分析实际电路的综合能力，是一门重要的技术基础课程。尽管实际电路种类繁多，但大致可分为进行电能的传输分配或电信号的传输处理两大类，例如，庞大的电力系统把发电厂产生的电能传输和分配到各用电单元，而电子通信系统、自动控制系统和计算机信息系统等则以相关的电压、电流作为载体进行信号传输处理。有些电路很复杂，如超高压电力网络、大规模集成电路以及生物的神经网络等；有些电路很简单，如仅由电池、灯泡和导电的试管外壳构成的手电筒。虽然实际电路的结构繁简程度不同、形态各异、功能各异，但都遵循同样的电路定律。

为了便于对实际的电路进行分析研究，首先需要根据实际电路中的各个部件主要的物理性质，建立它们的物理模型，这些基本物理模型就被称为理想电路元件，简称电路元件。实际电路可以通过若干理想电路元件的组合来表示。由电路元件构成的电路，即是实际电路的电路模型，是在一定精确度范围内对实际电路的一种近似描述。电路元件能够表征实际电路中的电磁性质，例如，电阻元件表征实际电路中消耗电能的性质；电感元件表征实际电路中产生磁场、储存磁能的性质；电容元件表征实际电路中产生电场、储存电能的性质；电源元件反映实际电路中将其他形式的能量（如化学能、机械能、热能和光能等）转化为电能的性质。

在不同的运行条件下，一个实际电路可表征为不同的电路模型。例如，一个电感线圈在直流稳定状态下，可抽象成为一个电阻；在交流低频情况下，可抽象成为电阻和电感的串联；在高频情况下，还需考虑线圈的匝间分布电容和层间分布电容，此时可抽象成为电阻和电感串联后再与相应电容并联。

当实际电路的几何尺寸远远小于电路工作频率对应的电磁波的波长时，其理想化电路模型所表示的电路器件可不计其空间尺度，而仅反映器件端部电压和流入端部电流的关系，即可用一个集中参数来描述，此时采用集中参数电路模型；而当电路工作频率对应的电磁波的波长与实际电路的几何尺寸可相互比拟时，则必须采用分布参数电路模型进行分析。本书主要讨论集中参数电路。

第二节 电路元件

一、电阻元件

在实际电路中，对于电阻器、电灯泡、电热炉等器件，均可采用电阻元件来描述。电阻元件是表征电能转化为其他形式能量的二端元件，简称电阻，用字母 R 表示。电阻的倒数

称为电导，用字母 G 表示。在国际单位制中，电阻的单位是欧姆，符号为 Ω ，电导的单位是西门子，符号为 S 。

电阻元件的端电压与端电流有确定的函数关系。凡是端电压与端电流成正比的电阻元件称为线性电阻，线性电阻的符号如图 1-1a 所示，线性电阻的伏安特性是一条过原点的直线，其斜率即为电阻值，如图 1-1b 所示。

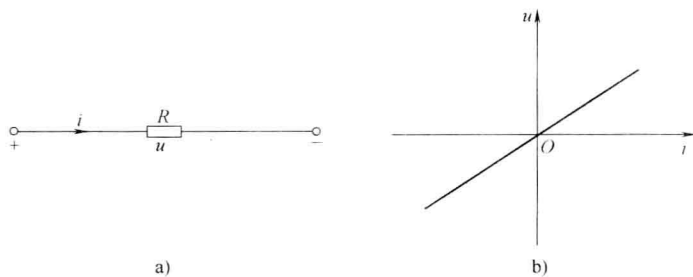


图 1-1

线性电阻（见图 1-1 所示电路）两端电压 u 和通过其中的电流 i 满足欧姆定律，其数学表达式为

$$u = Ri \quad \text{或} \quad i = Gu \quad (1-1)$$

线性电阻中消耗的功率为

$$p = ui = Ri^2 = Gu^2 \quad (1-2)$$

对应于时间 t 内消耗的能量为

$$W = \int_0^t p dt \quad (1-3)$$

在国际单位制中，功率的单位是瓦特，符号为 W ；能量的单位是焦耳，符号为 J 。电能表的计量单位是千瓦时 ($kW \cdot h$)，俗称为度，且

$$1 \text{ 度} = 1kW \cdot h = 1000 \times 3600J = 3.6 \times 10^6 J$$

有些电路元件其端电压和端电流不成正比例关系，图 1-2 所示为一个典型二极管元件的端电压和电流的伏安特性曲线。当二极管被施加正向电压时，其电流变化与电压之间不成正比关系，电压较小时电流也比较小，当电压增加时，电流迅速增长，而当施加反向电压时，二极管仅仅流过很小的反向电流。该类元件称为非线性电阻。非线性电阻的阻值随所通过的电流大小或方向变化而变化，不能用一个确定的电阻值来表示，而需用伏安特性表示。

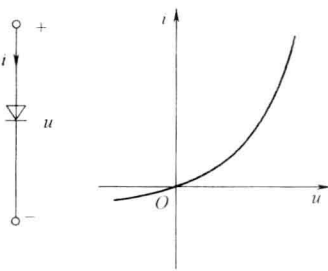


图 1-2

此外，电阻元件还有时变和非时变之分。时变电阻的伏安特性（无论是线性的还是非线性的）随时间的变化而变化，非时变电阻的伏安特性则不随时间变化。

二、电容元件

在实际电路中，电容器是被广泛使用的一种电气元件。实际电容器品种繁多、规格不同，但其基本属性均是一种电场储能单元。电容元件是表征电场储能的二端元件，简称电容，用字母 C 表示，符号如图 1-3 所示。在国际单位制中，电容的单位是法拉，符号为 F 。

在实际电路中,只要具有电场储能的物理现象,就可以抽象出对应的电容元件。根据物理学知识可知,电容的端电压与电荷有着确定关系。如果电容上的电荷与端电压呈正比例关系,则该电容称为线性电容,其数学表达式为

$$q = Cu_c \quad (1-4)$$

在国际单位制中,电荷 q 的单位是库仑,符号为 C; 电压 u_c 的单位是伏特,符号为 V。如果电容上的电荷与端电压不成正比关系,即电容的大小与电荷或电压有关,则该电容称为非线性电容。非线性电容用库伏特性表示。倘若电容的库伏特性(无论是线性的还是非线性的)随时间变化,那么称之为时变电容,否则,称为非时变电容。

电容中的电流等于电荷的变化率,即对于图 1-3 所示电路,应有

$$i_c(t) = \frac{dq(t)}{dt} = \frac{d[Cu_c(t)]}{dt} \quad (1-5)$$

对于线性非时变电容,式(1-5)可写为

$$i_c(t) = C \frac{du_c(t)}{dt} \quad (1-6)$$

在直流电路中,电压 u_c 对时间 t 的变化率为零,所以电流 i_c 为零,因此直流电不能通过电容,电容具有隔离直流的作用。

对式(1-6)取由时刻 $t_0 \sim t$ 的积分,则得

$$u_c(t) = u_c(t_0) + \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i_c(\xi) d\xi \quad (1-7)$$

式(1-7)表明,电容电压除与充电电流有关外,还与 t_0 时刻的电压有关,即具有记忆性,因此电容被称为记忆元件。而前述电阻元件任意时刻的电压只与该时刻的即时电流相关,而与以前的通电状况无关,因此电阻被称为非记忆元件。

电容元件是储能元件,它将外界输入的电能储存在它的电场中,外界输入的功率为

$$p(t) = u_c(t)i_c(t) = u_c(t)C \frac{du_c(t)}{dt}$$

在充电过程中电容吸收的能量为

$$\begin{aligned} W_c &= \int_{t_0}^t p(\xi) d\xi = \int_{t_0}^t Cu_c(\xi) \frac{du_c(\xi)}{d\xi} d\xi \\ &= \int_{t_0}^t Cu_c(\xi) du_c(\xi) \\ &= \frac{1}{2} C [u_c^2(t) - u_c^2(t_0)] \end{aligned} \quad (1-8)$$

当 t_0 时刻电容电压为零时,电容吸收的全部电能储存于其电场中,因此电容的储能为

$$W_c = \frac{1}{2} Cu_c^2 = \frac{1}{2} qu_c = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} \quad (1-9)$$

三、电感元件

电感元件是表征磁场储能的二端元件,简称电感,用字母 L 表示,符号如图 1-4 所示。

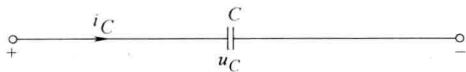


图 1-3

在国际单位制中, 电感的单位是亨利, 符号为 H。

在实际电路中, 只要具有磁场储能的物理现象, 就可以抽象出对应的电感元件。根据物理学知识可知, 电感交链的磁链与其端电流有着确定关系。如果电感上交链的磁链与其端电流呈正比例关系, 则该电感称为线性电感, 其数学表达式为

$$\psi = Li_L \quad (1-10)$$

在国际单位制中, 磁链 ψ 的单位是韦伯, 符号为 Wb, 电流 i 的单位是安培, 符号为 A。如果电感上交链的磁链与其端电流不成正比关系, 则该电感称为非线性电感。非线性电感用韦安特性表示。倘若电感的韦安特性 (无论是线性的还是非线性的) 随时间变化, 那么称之为时变电感, 否则, 称为非时变电感。

电感上的感应电压等于磁链的变化率, 即对于图 1-4 所示电路, 应有

$$u_L(t) = \frac{d\psi(t)}{dt} = \frac{d[Li_L(t)]}{dt} \quad (1-11)$$

对于线性非时变电感, 式 (1-11) 可写为

$$u_L(t) = L \frac{di_L(t)}{dt} \quad (1-12)$$

在直流电路中, 电流 i_L 对时间 t 的变化率为零, 所以电压 u_L 为零, 因此对于直流电来说, 电感元件相当于一根短接导线。

对式 (1-12) 进行由 $t_0 \sim t$ 的积分, 则得

$$i_L(t) = i_L(t_0) + \frac{1}{L} \int_{t_0}^t u_L(\xi) d\xi \quad (1-13)$$

与电容元件一样, 电感元件也是记忆元件。同理, 可推得电感元件的磁场储能为

$$W_L = \frac{1}{2} Li_L^2 = \frac{1}{2} \psi i_L = \frac{1}{2} \frac{\psi^2}{L} \quad (1-14)$$

四、独立电源元件

实际电路中一般均有电源, 电源可以是各种电池、发电机、电子电源, 也可以是微小的电信号。在电路分析中, 根据电源的不同特性, 可建立两种不同的表征电源元件的电路模型: 一种是理想电压源, 另一种是理想电流源。

1. 理想电压源

图 1-5a、b 和 c 表示了理想直流电压源的 3 种符号, 图 1-5a 所示为我国教材常用符号, 图 1-5b 所示为英美教材常用符号, 图 1-5c 所示为电池组符号。本书采用图 1-5a 所示符号。 u_s 代表电压源从正极到负极的电压降落。

理想电压源为外电路提供确定的电压, 其电压值不随流过电压源的电流大小而变化。理想直流电压源的伏安特性如图 1-6b 中实线所示, 是一条平行于 I

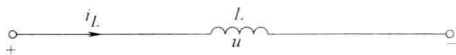


图 1-4

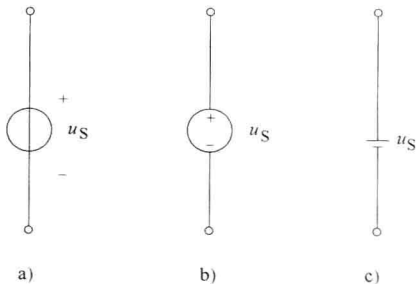


图 1-5

轴、截距为直流电压 U_S 的直线。

理想直流电压源的伏安特性表明：无论流过理想电压源的电流 I 大小、方向如何，理想直流电压源两端的电压始终是 U_S ，而流过理想电压源的电流 I 的大小，将取决于与理想电压源连接的外电路的情况。

应指出，非零值的理想电压源不可以短路。如果短路，短接导线要求理想电压源两端电压为零，而理想电压源两端电压又不为零，因此出现了不相容的推论。究其原因在

于理想电压源模型的适用范围是有限的，事实上，任何物理或数学模型的适用范围都不是无限的。此时，应采用实际电压源模型。一个实际电压源的伏安特性如图 1-6b 中虚线所示。描述该虚线的线性方程为

$$u = u_S - ri \quad (1-15)$$

式中， $r = \tan\alpha$ 。

由式 (1-15) 可以画出实际直流电压源模型，如图 1-7 所示，它由一个理想电压源 U_S 和一个内电阻 r 串联而成。

当一个理想电压源的端电压 U_S 等于零时，其伏安特性与 $U-I$ 平面上的横轴 (I 轴) 重合，此时，理想电压源相当于一根短接导线。

2. 理想电流源

图 1-8a、b 所示为理想直流电流源的两种符号，图 1-8a 为我国教材中常用符号，图 1-8b 为英美教材中的常用符号。

理想电流源为外电路提供确定的电流，其电流值不随电流源两端电压的大小而变化。理想直流电流源的伏安特性如图 1-9b 中实线所示，是一条平行于 U 轴、与 I 轴垂直交于 I_S 的直线。从图中可见，无论理想直流电流源两端的电压是正是负、是大是小，理想直流电流源输出的电流 I_S 始终不变，而理想电流源两端的电压 U 的大小，则取决于与理想电流源连接的外电路的情况。

与理想电压源相对偶，非零值的理想电流源不可以开路。开路意味着电流为零，而理想电流源的电流不为零，同样出现了不相容的推论，因此需用实际电流源模型。一个实际直流电流源的伏安特性如图 1-9b 中虚线所示。图示虚线方程为

$$I = I_S - \frac{U}{r} \quad (1-16)$$

由式 (1-16) 可以画出实际直流电流源模型，如图 1-10 所示，它由一个理想电流源 I_S 与一个内电阻 $r = \tan\beta$ 并联而成。

当一个理想电流源的电流 I_S 等于零时，其伏安特性与 $U-I$ 平面上的纵轴 (U 轴) 重合，此时，理想电流源相当于一根开路导线。当一个实际电源的内电阻 r 远大于外电路电阻时，可将其看做理想电流源。

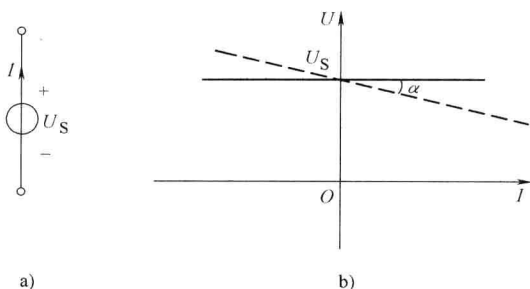


图 1-6

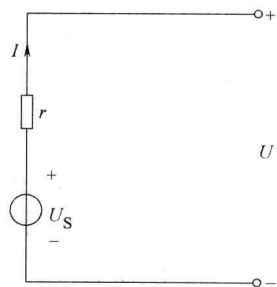


图 1-7

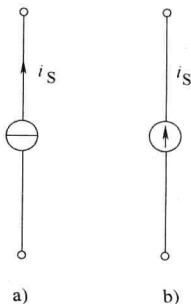


图 1-8

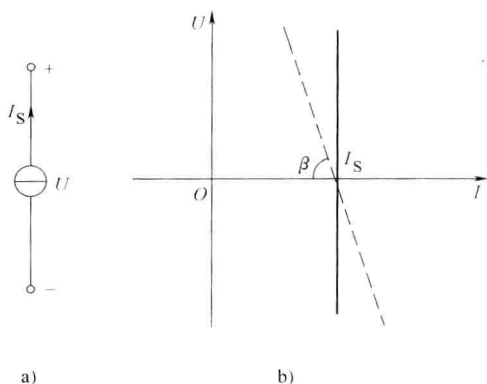


图 1-9

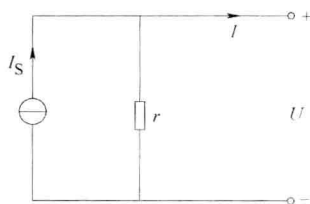


图 1-10

五、受控电源元件

除了上述独立电压源和独立电流源外,一些实际电子元器件(如晶体管、运算放大器、变压器等)常用含受控源的电路模型来表征。受控源电路模型一般有两个端口(有关端口概念详见第十二章第一节),其输出端电压源的电压或电流源的电流数值的大小受输入端支路电压或电流变量控制。在分析电子电路时常常用到受控源电路模型。

普通晶体管组成的放大电路是一个典型的电流控制电流源模型。图 1-11a 所示为普通晶体管的一个基本放大电路,晶体管在放大区域工作时,其集电极电流 i_c 的大小受流入基极的电流 i_b 的控制。在分析此类电路时,晶体管单元(图中电路的点画线框内部分)可以用图 1-11b 所示的电流控制电流源单元来表示。

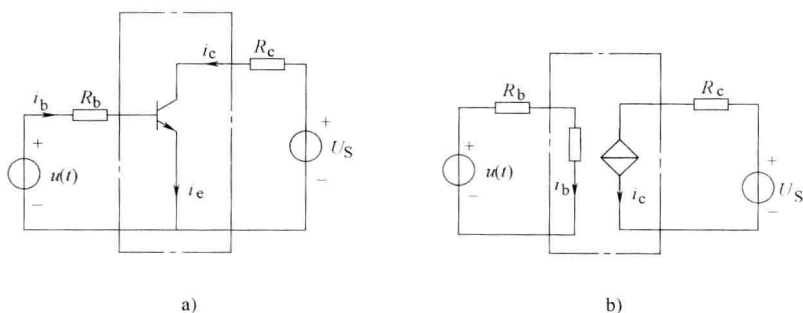


图 1-11

受控源可分为 4 种类型,即电压控制电流源 (VCCS)、电压控制电压源 (VCVS)、电流控制电压源 (CCVS) 和电流控制电流源 (CCCS),如图 1-12 所示,其中 g 、 μ 、 r 、 α 为控制系数。在图 1-12a 中,受控电流源与控制电压成正比, g 是一个比例常数,具有电导的量纲,称为转移电导。在图 1-12b 中,受控电压源与控制电压成正比, μ 是一个比例常数,无量纲,称为转移电压比。在图 1-12c 中,受控电压源与控制电流成正比, r 是一个比例常数,具有电阻的量纲,称为转移电阻。在图 1-12d 中,受控电流源与控制电流成正比, α 是一个比例常数,无量纲,称为转移电流比。

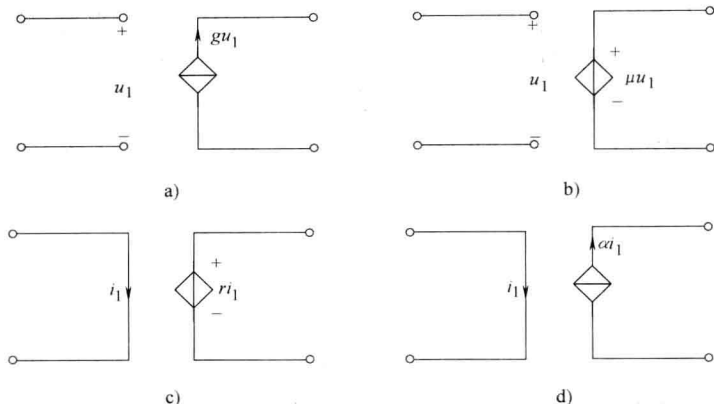


图 1-12

例 1-1 在图 1-13 所示的电路中, 已知独立直流电压源 $U_s = 10\text{V}$, $R_1 = 100\Omega$, $R_2 = 50\Omega$, $r = 50\Omega$, 试求 I_2 为多少?

解: 根据欧姆定律可得

$$I_1 = \frac{U_s}{R_1} = \frac{10}{100}\text{A} = 0.1\text{A}$$

$$rI_1 = 50 \times 0.1\text{V} = 5\text{V}$$

$$I_2 = \frac{rI_1}{R_2} = \frac{5}{50}\text{A} = 0.1\text{A}$$

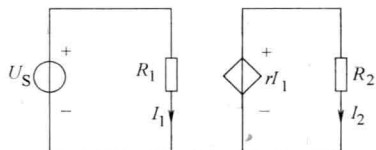


图 1-13

第三节 电流、电压的参考方向

在电路理论中, 电流的正方向规定为正电荷运动的方向。任意一个电路中, 在任一确定的瞬时, 每一个元件中流过的电流都有一个确定的大小和方向, 但是在未作分析计算之前, 各元件上电流的大小和方向并不知道, 所以在电路分析和计算中, 首先要对每个元件假设一个电流的正方向, 也称电流的参考方向。在电路图中, 电流的参考方向用箭头表示, 如图 1-14a、b 所示。当完成电路的分析计算后, 如果求得电流 i 为正时, 说明电流的参考方向即是实际电流的方向; 当电流 i 为负时, 说明电流的参考方向与实际电流流向相反, 即实际电流由 B 流向 A。

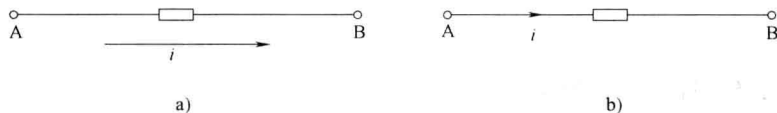


图 1-14

电流的参考方向是任意假定的电流正方向, 可以自由选择, 但是一旦选定之后, 在分析过程中就不再改变。在选定的参考方向下分析电路, 各元件中电流数值结果可能是正也可能是负值。离开参考方向讨论电流的大小是不完整的, 同样, 离开参考方向讨论电流的正负也是没有意义的。

在电路理论中, 电压的正方向规定为电压降落的方向。在对电路未作分析计算之前, 同

样不知道每个元件上电压的实际方向。所以在电路分析计算中,也要对每个元件假设一个电压的正方向,即电压的参考方向。在电路图中,电压参考方向的表示方法如图 1-15a、b 所示。当电压 u 为正值时,说明电压的参考方向即是电压的实际方向,即 A 点的电位比 B 点高 u ;当电压 u 为负值时,说明电压的参考方向与电压的实际方向相反,即 A 点的电位比 B 点低 $|u|$ 。

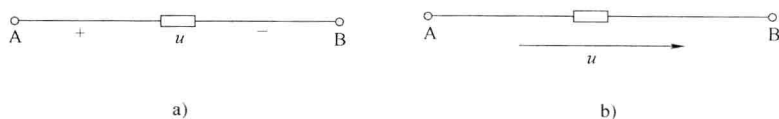


图 1-15

需要指出:在本教材中,当电路工作于直流稳态情况下,电路中的电压、电流和功率均采用大写的 U 、 I 和 P 。

对于一段由若干个元件串联而成的支路,只有在支路端电压和电流的参考方向选定后,才能写出端电压和电流的关系式。例如,一个电阻 R 和一个直流电压源 U_s 串联的支路,当选择各种不同的端电压和电流的参考方向(见图 1-16a、b、c 和 d)时,其端电压和电流的关系式如下:

对于图 1-16a 有: $U = RI + U_s$;

对于图 1-16b 有: $U = -RI - U_s$;

对于图 1-16c 有: $U = -RI + U_s$;

对于图 1-16d 有: $U = RI - U_s$ 。

上述一段有源电路的电压电流关系式的描述在电路学习中非常重要,应能熟练书写,透彻理解。

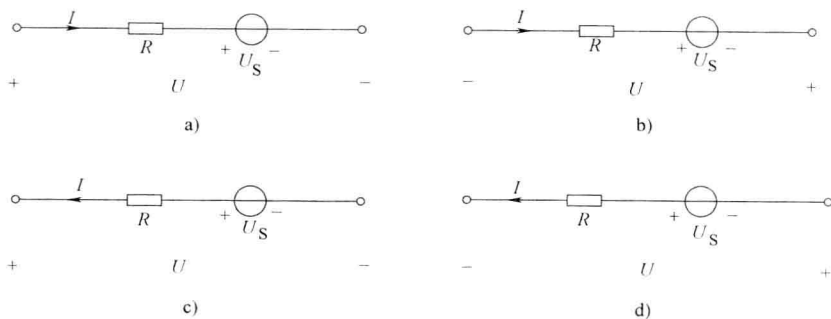


图 1-16

对于一个电路元件,当它的电压和电流的参考方向选为一致时,通常称为关联参考方向,如图 1-17a 所示。在关联参考方向情况下,若元件功率 $P = UI$ 为正值,表明该元件消耗功率,此时电流从高电位点流向低电位点;相反,若元件功率 $P = UI$ 为负值,表明该元件发出功率,此时电流从低电位点流向高电位点。当一个电路

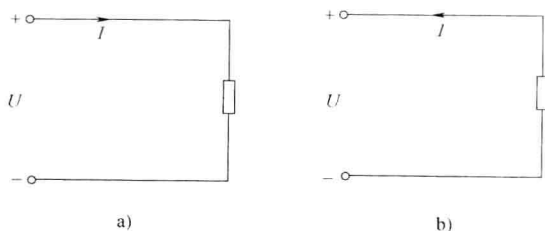


图 1-17

元件的电压和电流的参考方向选为相反时,通常称为非关联参考方向,如图 1-17b 所示。在非关联参考方向情况下,上述结论恰好相反,即当元件功率 $P = UI$ 为正值时,表明该元件发出功率;当元件功率 $P = UI$ 为负值时,表明该元件消耗功率。

例 1-2 在图 1-18 所示电路中,已知直流电流源电流 $I_s = 1\text{A}$, 直流电压源电压 $U_s = 6\text{V}$, 电阻 $R = 10\Omega$, 试求电流源的端电压 U 、电压源和电流源发出的功率分别为多少?

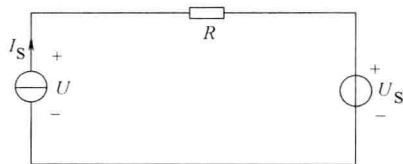


图 1-18

解: 由图 1-18 可知,流过电阻 R 的电流就等于 I_s , 故电流源的端电压为

$$U = RI_s + U_s = (10 \times 1 + 6)\text{V} = 16\text{V}$$

对于电压源,流过电压源的电流即是 I_s , 它与电压源的端电压的方向一致, $P = U_s I_s > 0$, 说明电压源消耗功率,而例题要求电压源发出功率,于是

$$P_{U_s} = -U_s I_s = -6\text{W}$$

对于电流源,其电流 I_s 与端电压方向相反, $P = UI_s > 0$, 说明电流源发出功率,于是

$$P_{I_s} = UI_s = 16\text{W}$$

对于电阻 R , 它消耗的功率为

$$P_R = I_s^2 R = 10\text{W}$$

整个电路发出功率和消耗功率相等,能量守恒。

第四节 基尔霍夫定律

基尔霍夫定律是描述电路中电压、电流所遵循的最基本的规律。在介绍基尔霍夫定律之前,首先介绍若干表述电路结构的专用名词。

一、支路、节点、回路

支路: 由单个或若干个二端元件串联而成的分支称为一条支路。例如图 1-19 所示电路中含有 6 条支路: R_1 和电压源 u_{s1} 串联成一条支路; R_5 和电压源 u_{s5} 串联成一条支路; R_2 、 R_3 、 R_4 和 R_6 分别单独成为一条支路。

节点: 两条以上的支路的连接点称为节点。图 1-19 中含有 4 个节点,即节点 1、2、3 和 4。

回路: 由若干支路组成的闭合路径称为回路。在图 1-19 所示电路中, u_{s1} 和 R_1 、 R_3 、 R_2 所在的 3 条支路组成一个回路; R_2 、 R_3 、 u_{s5} 和 R_5 、 R_4 所在的 4 条支路组成另一回路。

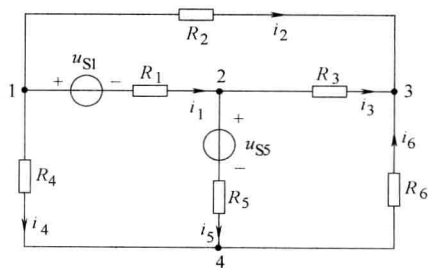


图 1-19

网孔: 回路内部不含有支路的回路称为网孔。

上述由 u_{s1} 和 R_1 、 R_3 、 R_2 所在的 3 条支路组成的回路就是网孔,而 R_2 、 R_3 、 u_{s5} 和 R_5 、 R_4 所在的 4 条支路

组成的回路就不是网孔,因为它中间含有一条由 u_{s1} 和 R_1 串联而成的支路。在图 1-19 所示的电路中含有 3 个网孔。

二、基尔霍夫电流定律 (KCL)

基尔霍夫电流定律反映了连接于任一节点上各支路电流间的约束关系, 即流出 (或流入) 任一节点的各支路电流的代数和为零, 其数学表达式为

$$\sum i = 0 \quad (1-17)$$

其中规定, 流出节点的电流取正号, 流入节点的电流取负号。

基尔霍夫电流定律的本质是电流连续性原理, 是电磁场中电荷守恒原理在电路中的表现形式。因为在任何节点上不可能积聚电荷, 所以在任何时刻流入节点的电荷必然等于流出该节点的电荷。

在图 1-19 所示电路中, 可写出下列各节点的 KCL 方程:

$$\text{节点 1: } i_1 + i_2 + i_4 = 0$$

$$\text{节点 2: } -i_1 + i_3 + i_5 = 0$$

$$\text{节点 3: } -i_2 - i_3 - i_6 = 0$$

$$\text{节点 4: } -i_4 - i_5 + i_6 = 0$$

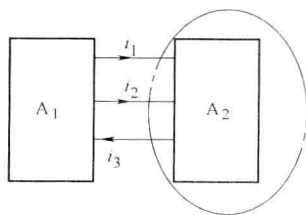


图 1-20

基尔霍夫电流定律还可以扩展到任一闭合面, 即流出 (或流入) 任一闭合面的所有支路电流的代数和为零。如图 1-20 所示, 图中点画线为任一闭合面, 有 3 条支路穿过此闭合面, 则有

$$-i_1 - i_2 + i_3 = 0$$

三、基尔霍夫电压定律 (KVL)

基尔霍夫电压定律反映了任一回路中各电压间的约束关系, 即在电路的任一闭合回路中, 各支路电压的代数和为零, 其数学表达式为

$$\sum u = 0 \quad (1-18)$$

式中, 电压的正负号根据支路电压和回路绕行而定。

在列写 KVL 方程时, 首先要对所分析的回路选择一个绕行方向 (顺时针或逆时针绕行)。当支路电压的参考方向与回路绕行方向一致时, 取正号; 反之, 取负号。

图 1-21 所示是某电路中的一个回路, 由 4 条支路组成, 各支路电压和电流的参考方向如图所示, 选择顺时针方向作为该回路的绕行方向, 则有

$$u_1 + u_2 - u_3 - u_4 = 0 \quad (1-19)$$

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= u_{ab} = \varphi_a - \varphi_b \\ u_2 &= u_{bc} = \varphi_b - \varphi_c \\ u_3 &= u_{dc} = \varphi_d - \varphi_c \\ u_4 &= u_{ad} = \varphi_a - \varphi_d \end{aligned} \right\} \quad (1-20)$$

将式 (1-20) 代入式 (1-19), 必然满足。实际上, 每个节点都有确定的电位, 故任意两节点间的电压也是确定的, 并且与路径无关, 所以任意绕行一周, 这些电位的代数和必然为零。在某一些路段

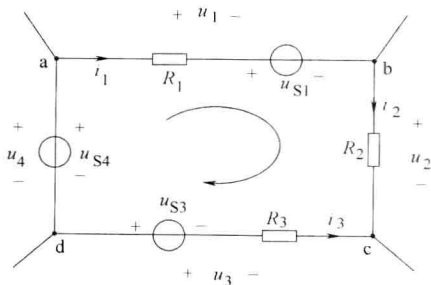


图 1-21

上是电位降，电场力做功，另一些路段上是电位升，非电场力做功，由此可知，基尔霍夫电压定律的本质是能量守恒。

根据各支路的组成元件，写出各支路电压的具体表达式如下：

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= R_1 i_1 + u_{s1} \\ u_2 &= R_2 i_2 \\ u_3 &= R_3 i_3 + u_{s3} \\ u_4 &= u_{s4} \end{aligned} \right\} \quad (1-21)$$

将式 (1-21) 代入式 (1-19)，并整理得

$$R_1 i_1 + R_2 i_2 - R_3 i_3 = -u_{s1} + u_{s3} + u_{s4} \quad (1-22)$$

式 (1-22) 左边是沿绕行方向回路中全部电阻元件上电压降的代数和，当电阻电压的参考方向与回路绕行方向一致时取正号，反之取负号；右边是沿绕行方向回路中全部电压源电动势的代数和，当电压源电动势方向与回路绕行方向一致时取正号，反之取负号。于是，得到基尔霍夫电压定律的推论：沿任一回路，各元件（无源元件）上电压降的代数和等于该回路中各电压源电动势的代数和，即等于该回路中各电压源开路电压的代数和。在只含有电阻元件的电路中，其表达式

$$\sum Ri = \sum u_s$$

上式中，当各元件电压、各电压源电动势的参考方向与回路绕行方向一致时取正号，相反时取负号。

在本章第二节中介绍了几种基本的电路元件，电路元件上电压与电流的关系称为元件约束关系。当若干电路元件按一定的组合方式连接成电路后，各元件上的电压和电流还要受到电路结构的约束，基尔霍夫定律描述的正是这种电路结构的约束关系。基尔霍夫定律描述的内容与支路元件的性质、种类无关，适用于各种集中参数电路，在时变非线性电路中都适用，因而基尔霍夫定律在电路理论中占据重要地位，是电路的基本定律。

例 1-3 在如图 1-22 所示的直流电路中，已知 $U_{s1} = 12\text{V}$ ， $U_{s2} = 6\text{V}$ ， $R_1 = R_2 = 3\Omega$ ， $R_3 = 6\Omega$ ，试求电流 I_3 和 I 的值。

解：选取最外围的回路列写 KVL 方程，以顺时针方向作为回路的绕行方向，得到

$$R_3 I_3 = U_{s1} + U_{s2}$$

$$6I_3 = (12 + 6)\text{A}$$

$$I_3 = 3\text{A}$$

为求电流 I ，先计算电流 I_1 和 I_2 ，有

$$I_1 = \frac{U_{s1}}{R_1} = \frac{12}{3}\text{A} = 4\text{A}$$

$$I_2 = \frac{U_{s2}}{R_2} = \frac{6}{3}\text{A} = 2\text{A}$$

对节点 3 列写 KCL 方程，有

$$I = I_1 - I_2 = (4 - 2)\text{A} = 2\text{A}$$

例 1-4 图 1-23 所示直流电路中，已知电流源 $I_{s1} = 2\text{A}$ ， $I_{s2} = 1\text{A}$ ， $R = 5\Omega$ ， $R_1 = 1\Omega$ ，

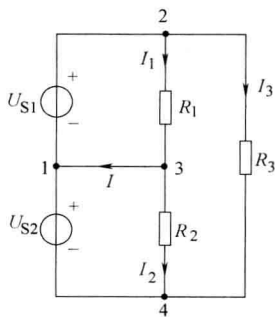


图 1-22