配合上海二期课改

新教材辅导与训练

九年级第一学期用

黄汉禹　杨安澜　主编

数学

上海科学技术出版社

新教材

数学辅导与训练

（九年级第一学期用）　　黄汉禹　杨安澜　主　编

上海科学技术出版社

内 容 提 要

《新教材数学辅导与训练》一书依据上海市二期课改数学学科课程标准编写而成. 全书分知识提要、解题指导、方法指导、基本训练,以及本章测试和自我评估等部分组成. 本书通过提示各个知识要点,指导各类题的解法,让学生牢固掌握数学基础知识,提高学生分析问题和解决问题的能力.

图书在版编目(CIP)数据

新教材数学辅导与训练. 九年级. 第一学期/黄汉禹,杨安澜主编. —上海:上海科学技术出版社,2008.7
(2009.7 重印)
ISBN 978-7-5323-9428-9

Ⅰ.新... Ⅱ.①黄... ②杨... Ⅲ.数学课—初中—教学参考资料 Ⅳ.G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第070018号

责任编辑 周玉刚 王韩欢

上海世纪出版股份有限公司
上 海 科 学 技 术 出 版 社 出版、发行
(上海钦州南路 71 号 邮政编码 200235)
新华书店上海发行所经销 常熟市文化印刷有限公司印刷
开本 787×1092 1/16 印张 12 字数 283 000
2008 年 7 月第 1 版 2009 年 7 月第 2 次印刷
印数:6 001 - 8 250
ISBN 978-7-5323-9428-9
定价:16.60 元

出版说明

本书以上海中小学课程教材改革委员会编制的《二期课改数学学科课程标准(试用本)》和据此编著的教材(试用本)为依据,内容紧密配合课本.

始于上世纪90年代初的"一期课改",由于中、小学数学教材编著的成功,中小学数学教材编写组曾于1994年获得了"苏步青教育奖",在社会上取得了良好的信誉.与这套教材配套,由上海中学、市西中学、控江中学等三所市重点中学的教师编写的《数学辅导与训练》,以其"辅导得当,训练有素"而深受广大师生青睐,使用多年来连续三次改版,成为教辅市场中的一个重要的品牌.为适应"二期课改"需要,我们在深入研究《二期课改数学学科课程标准》与新教材的基础上,编著了这套新的《数学辅导与训练》,旨在帮助学生理解新教材,克服学习上的困难,增长阅读能力和自学能力,提高学科素质,及时消化所学的知识内容(包括基本概念、基本理论、基本要求以及有关的重点、难点),并为学有余力的学生提供一些深、宽度略高于课程标准的学习资料.为更好地体现这套教材的精神,本辅导与训练每章按节在结构上由知识提要、解题指导、疑难分析、方法指导、基础训练等部分组成.

知识提要 根据"二期课改课程标准"和新教材,简明扼要地归纳每节的内容概要,让读者一目了然地了解本节内容的精粹.

解题指导 根据教学要求,精选例题,力求使每个例题都有其显明的目的.每个例题视其特点,分别设有分析、解(包括多种典型解法)、解后适当而恰如其分地作出"说明"、"注意"、"思考"、"研究"、"拓展"等项目.这里"说明"是指通过本例阐明解题的一般规律,总结解题的一般方法;"注意"是指出解题时容易出错或疏忽的地方;"思考"是指当本例题的条件和结论作适当改变时,命题将起何变化,也在解题方法上提出思考性问题;"研究"是指根据本例题的发展,提出探索性问题研究,促使读者对某些数学规律能自我发现;"拓展"是指将某些问题进行延伸,使之让读者能发现新问题.总之,通过解题指导,让读者能举一反三,提高解题能力.

方法指导 本栏目设置在每节最后,旨在归纳本节中解题的主要方法,培养读者具有举一反三的解题能力.

基础训练 在每个重要知识点或数学思想方法之后，编制基础训练，以使有关的数学知识和数学思想方法及时得到落实.

本书各章的最后还编制了本章复习题，可以进一步帮助读者巩固所学知识，加深理解，熟练技能，全面掌握本章的数学基本概念、基础知识、数学思想方法及其应用. 为了让学生及时了解自己的学习状况，特编制自我评估题，以便读者随时把握自己的学习水平.

本书由普陀区教育学院、上海民办中远实验学校、位育初级中学等教师编写，作者们对书稿的体例反复斟酌，力求体现以培养创新能力为核心的素质教育精神，全书渗透了丰富的教学经验，一定程度上揭示了数学名师教学的真谛. 编写过程中始终得到各校领导的大力支持，在此我们表示深深的谢意. 本书由黄汉禹、杨安澜主编，邹一心、周玉刚审阅. 第二十四章由项家璧、孙民政编，第二十五章由王华编写，第二十六章由虞文慧编写，第二十七章由陈群、刘建云编写. 由于时间紧迫，难以从容筹划编撰，为应广大师生应用之急需，只得仓促付梓. 不如人意之处在所难免. 恳请惠予宝贵意见，以便不断修改完善.

上海科学技术出版社
2008 年 6 月

目　　录

第二十四章　相　似　形

第一节　相　似　形

24.1　放缩与相似形

知识提要

1. 形状相同的两个图形叫做相似的图形，简称相似形.

2. 相似的图形，它们的大小不一定相同. 大小相同的两个相似形是全等形.

3. 如果两个多边形是相似形，那么这两个多边形的对应角相等，对应边的长度成比例.

4. 图形的放大或缩小，称为图形的放缩运动. 通过放缩运动，两个相似的图形可以互相重合（即成为全等形）.

解题指导

例 1　如图 24-1 所示，已知：梯形 $ABCD$ 和梯形 $A_1B_1C_1D_1$ 是两个相似的图形（A、B、C、D 的对应点分别是 A_1、B_1、C_1、D_1），且 $\dfrac{AB}{A_1B_1}=\dfrac{3}{2}$，$BC=18$ 厘米，$\angle B=60^\circ$，求 B_1C_1 的长度及 $\angle A_1$ 的度数.

解　因为梯形 $ABCD$ 和梯形 $A_1B_1C_1D_1$ 是相似的图形，所以它们的对应角相等，对应边的比值也相等.

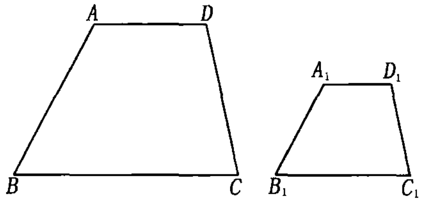


图　24-1

$\therefore$　$\angle B=\angle B_1=60^\circ$，$\dfrac{AB}{A_1B_1}=\dfrac{BC}{B_1C_1}=\dfrac{3}{2}$.

又　$\because$　$BC=18$，

$\therefore$　$B_1C_1=12$.

$\because$　$A_1D_1 /\!/ B_1C_1$，

$\therefore$　$\angle A_1+\angle B_1=180^\circ$.

$\therefore$　$\angle A_1=120^\circ$.

所以，B_1C_1 的长度为 12 厘米，$\angle A_1$ 的度数为 120°.

说明　本题应用了相似多边形的性质，对应角相等，对应边成比例.

例 2　如图 24-2 所示，已知：C 是线段 AB 上一点，且 $\dfrac{AC}{BC}=\dfrac{5}{2}$.

求：(1) $\dfrac{BC}{AC}$的值；(2) $\dfrac{AB}{BC}$的值；(3) $\dfrac{AC}{AB}$的值.

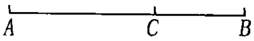


图 24-2

分析 把 AC 看成 5 份，BC 看成 2 份，则 AB 就是 7 份，从而可求出各小题的解.

解 (1) ∵ $\dfrac{AC}{BC}=\dfrac{5}{2}$，∴ $\dfrac{BC}{AC}=\dfrac{2}{5}$；

(2) $\dfrac{AB}{BC}=\dfrac{AC+BC}{BC}=\dfrac{7}{2}$；

(3) $\dfrac{AC}{AB}=\dfrac{AC}{AC+BC}=\dfrac{5}{7}$.

例 3 如图 24-3 所示，已知：矩形 $ABCD$ 与矩形 $FCDE$ 是两个相似的图形，$AB=6$ 厘米，$BC=9$ 厘米，求四边形 $ABFE$ 的面积.

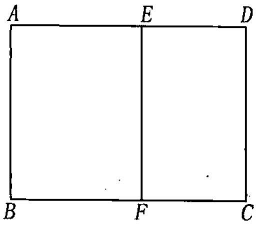


图 24-3

分析 要计算 $S_{\text{四边形}ABFE}$，只需求出 BF 的长即可，而已知 $BC=9$，可转化为求 FC 的长度. 从而利用矩形 $FCDE$ 与矩形 $ABCD$ 是相似形的性质可求.

解 因为四边形 $ABCD$ 为矩形，∴ $AB=CD=6$ 厘米.

因为矩形 $ABCD$ 和矩形 $FCDE$ 是相似形，所以它们的对应边的长度成比例.

即 $\dfrac{AB}{FC}=\dfrac{BC}{CD}$.

∴ $\dfrac{6}{FC}=\dfrac{9}{6}$.

解方程，得 $FC=4$.

∴ $BF=BC-FC=9-4=5$.

∴ $S_{\text{四边形}ABFE}=BF\cdot AB=30$(厘米^2).

所以四边形 $ABFE$ 的面积为 30 厘米^2.

方法指导

相似形的实质是形状相同，大小不一定相同. 如果两个图形形状相同，大小也相同，那么这两个图形就全等. 在解决相似形的问题中，要注意点与点、边与边、角与角之间的“对应”关系.

基础训练

1. 填空题：

(1) __________相同的两个图形是相似形，相似的图形，它们的大小__________；

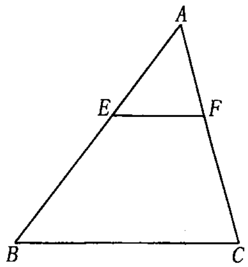
(2) 相似的两个图形可以经过__________运动后互相重合；

(3) 相似的两个图形，对应角__________，对应边__________；

(4) 延长线段 AB 至 C，使 $9BC=5AC$，则 $BC:AB=$__________；

(5) 正方形的边长与对角线长之比是__________；

(6) 如图，已知：将△AEF 放大后得到△ABC，$EF:BC=2:5$，则 $AE:EB=$__________；若 $AB=10$ 厘米，则 $BE=$__________



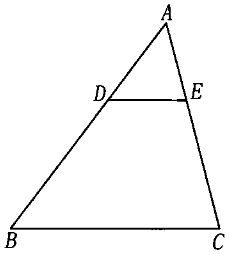
[第(6)题]

__________厘米.

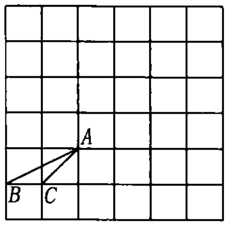
2. 解答题：

（1）如图，已知：$\frac{AD}{DB}=\frac{AE}{EC}$，$AD=15$，$AB=40$，$AC=28$.

求：AE 的长.



［第（1）题］



［第（2）题］

（2）在下列方格图中，画出与$\triangle ABC$相似的一个$\triangle A_1B_1C_1$（要求点 A_1、B_1、C_1 在方格的交叉点上）.

练习题 24.1

一、判断题*

1. 两个矩形一定是相似形. （　　）

2. 两个等腰直角三角形一定是相似形. （　　）

3. 两个相似的多边形，它们的对应角相等，对应边相等. （　　）

4. 全等形是特殊的相似形. （　　）

二、填空题

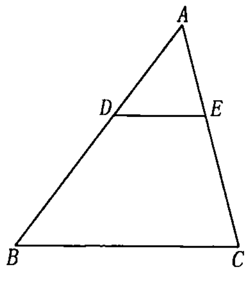
5. 已知：线段 AB 上有一点 C，且$\frac{AB}{BC}=\frac{5}{3}$，则$\frac{AC}{BC}=$__________；$\frac{AC}{AB}=$__________.

6. 等边三角形的高与边长之比为__________.

7. 若$\triangle ABC$和$\triangle A_1B_1C_1$是相似形，且 A 与 A_1、B 与 B_1、C 与 C_1 是对应顶点，已知：$\angle A=60°$，$\angle B=50°$，则$\angle C_1=$__________.

8. 若将矩形 $ABCD$ 的各边放大 2 倍得到矩形 $A_1B_1C_1D_1$，已知 $B_1C_1=30$ 厘米，则 $BC=$__________厘米.

9. 如图，已知：在$\triangle ABC$中，D、E 分别是 AB、AC 上的点，且$\frac{AD}{DB}=\frac{AE}{EC}=\frac{2}{3}$，则$\frac{AD}{AB}=$________；$\frac{AE}{AC}=$________；$\frac{BD}{AB}=$________；$\frac{EC}{AC}=$________；$\frac{BD}{AD}=$________；$\frac{EC}{AE}=$________.



（第 9 题）

三、解答题

* 正确的在题后括号内打“√”，错误的打“×”，下同.

10. 设四边形 $ABCD$ 与四边形 $A_1B_1C_1D_1$ 是相似的图形，且 A 与 A_1、B 与 B_1、C 与 C_1 是对应点，已知：$AB=10$，$BC=8$，$CD=8$，$AD=6$，$A_1B_1=8$，求四边形 $A_1B_1C_1D_1$ 的周长.

11*. 把一个矩形截去一个正方形后，所剩的矩形与原矩形相似，求原矩形的长边与短边之比.

第二节　比例线段

24.2　比例线段

知识提要

1. 两条线段长度的比叫做两条线段的比.

2. 在四条线段中，如果其中两条线段的比与另两条线段的比相等，那么这四条线段叫做成比例线段，简称比例线段.

3. 比例线段有以下性质：

(1) 基本性质　如果 $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$，那么 $ad=bc\left(\text{或}\frac{b}{a}=\frac{d}{c},\frac{a}{c}=\frac{b}{d},\frac{c}{a}=\frac{d}{b},\cdots\right)$；

(2) 合比性质　如果 $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$，那么 $\frac{a+b}{b}=\frac{c+d}{d}\left(\text{或}\frac{a-b}{b}=\frac{c-d}{d}\right)$；

(3) 等比性质　如果 $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=k$，那么 $\frac{a+c}{b+d}=\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=k$.

4. 黄金分割

如果点 P 把线段 AB 分割成 AP 和 $PB(AP>PB)$ 两段，其中，AP 是 AB 和 PB 的比例中项，那么这种分割为黄金分割，点 P 称为 AB 的黄金分割点. AP 与 AB 的比值 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ 称为黄金分割数，它的近似值为 0.618.

解题指导

例 1　有两组线段，每组分别有四条，长度如下：

(1) $a=16$ 厘米，$b=8$ 厘米，$c=5$ 厘米，$d=10$ 厘米；

(2) $a=10$ 厘米，$b=0.5$ 厘米，$c=0.6$ 分米，$d=12$ 厘米.

试判断他们是否成比例.

分析　判断四条线段是否成比例，可以先把它们按从小到大的顺序排列，由比例的基本性质知，即如果第一、四两个数之积等于第二、三两数之积，则四条线段成比例，否则不成比例.

解　(1) $c=5$ 厘米，$b=8$ 厘米，$d=10$ 厘米，$a=16$ 厘米.

$\because\ ac=bd=80$，

$\therefore\ \frac{b}{a}=\frac{c}{d}$.

所以四条线段成比例.

(2) $b=0.5$ 厘米，$c=0.6$ 分米 $=6$ 厘米，$a=10$ 厘米，$d=12$ 厘米.

$\because$ $bd=6$，$ac=60$，

$\therefore$ $bd \neq ac$，

所以四条线段不成比例.

说明 判断四条线段是否成比例时，首先要把四条线段的长度单位化成一致，再把它们按从小到大的顺序排列.

例 2 已知线段 d 是线段 a、b、c 的第四比例项，其中 $a=2$ 厘米，$b=4$ 厘米，$c=5$ 厘米，则 d 为（　　）.

（A）1 厘米　　（B）10 厘米　　（C）$\frac{5}{2}$厘米　　（D）$\frac{8}{5}$厘米

分析 此题考查的是第四比例项的概念. 在比例 $a:b=c:d$ 中，d 叫做 a、b、c 的第四比例项.

解 $\because$ d 是 a、b、c 的第四比例项，

$\therefore$ $a:b=c:d$.

$\because$ $a=2$，$b=4$，$c=5$，

$\therefore$ $2:4=5:d$.

解方程，得　$d=10$ 厘米.

故应选 B.

例 3 在 1∶500 000 的某地图上，量得甲地到乙地的距离约为 60 厘米，那么甲地到乙地的实际距离约为________千米.

分析 此题考查的是比例线段，比例尺的实际应用，比例尺是图上的长度与实际长度的比，但要注意单位要一致.

解 设甲地到乙地的实际距离为 x 千米. 根据题意，得

$$1:500\,000=\left(\frac{60}{100\,000}\right):x.$$

解方程，得　$x=300$.

所以甲地到乙地的实际距离约为 300 千米.

例 4 已知线段 x，y 的长度满足 $3x-4y=0$，求$\frac{x+y}{x-y}$的值.

分析 要求分式的值，我们可以利用分式可以约分的性质，将 x，y 用含同一个字母的式子表示；还可以利用设参数法或比例的性质等.

解法一 由 $3x-4y=0$，得

$$x=\frac{4}{3}y.$$

$$\therefore \quad \frac{x+y}{x-y}=\frac{\frac{4}{3}y+y}{\frac{4}{3}y-y}=7.$$

解法二 由 $3x-4y=0$，得

$$\frac{x}{4}=\frac{y}{3}.$$

根据等比性质，得

$$\frac{x+y}{4+3}=\frac{x-y}{4-3}=\frac{y}{3}.$$

$\therefore \quad \dfrac{x+y}{x-y}=7.$

解法三 由 $3x-4y=0$，得 $\dfrac{x}{y}=\dfrac{4}{3}$.

根据分式的基本性质，得

$$\frac{x+y}{x-y}=\frac{\dfrac{x}{y}+1}{\dfrac{x}{y}-1}=\frac{\dfrac{4}{3}+1}{\dfrac{4}{3}-1}=7.$$

解法四 由 $3x-4y=0$，得 $\dfrac{x}{4}=\dfrac{y}{3}$.

设 $\dfrac{x}{4}=\dfrac{y}{3}=k$，则 $x=4k$，$y=3k$.

$\therefore \quad \dfrac{x+y}{x-y}=\dfrac{4k+3k}{4k-3k}=7.$

说明 无论用什么方法求解，都离不开比例的基本性质，用“设 k 法”求解，对于有关连比的问题十分有效.

例 5 已知：线段 $AB=10$ 厘米，点 C 是 AB 的黄金分割点，且 $AC>CB$. 求 AC 和 CB 的长.

分析 一条线段被一点黄金分割，要弄清哪条线段是全长线段与另一条线段的比例中项，这里应该是 AC 是 CB 和 AB 的比例中项，或者说 AC 是 AB 的 $\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$，因为已知 AB 的长，所以就不难求出 AC 和 CB 的长了.

解 因为点 C 是 AB 的黄金分割点，且 $AC>CB$，

$\therefore \quad \dfrac{AC}{AB}=\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}.$

又 $\because \quad AB=10$ 厘米，

$\therefore \quad AC=\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}\times 10=(5\sqrt{5}-5)$（厘米）.

$\therefore \quad CB=AB-AC=(15-5\sqrt{5})$（厘米）.

说明 $AC>BC$，它的作用是限定 C 的位置，若没有这个条件应分两种情况，即 $AC^2=AB\cdot BC$ 或 $BC^2=AB\cdot AC$.

方法指导

1. 求两条线段的比，与长度单位的选择无关，但单位必须统一；两线段的比是一个没有单位的正数.

2. 四条线段成比例具有顺序性，求比例中项或第四比例项，可以设未知数，利用方程求解. 在有关连比的问题中，“设 k 法”非常有效.

3. 黄金分割数是 $\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$，即一条线段与另一条线段的比值，约为 0.618，这在生活中应用广泛，将一条线段黄金分割，黄金分割点有两个，要注意它的位置的确定.

基础训练

1. 填空题：

(1) 若 $4x=5y$，则 $x:y=$________；

(2) 若 $\frac{x}{3}=\frac{y}{4}=\frac{z}{5}$，则 $\frac{x-y+z}{y}:\frac{y+z-x}{x}=$________；

(3) 已知：$\frac{x-y}{13}=\frac{y}{7}$，则 $\frac{x+y}{y}$ 的值为________；

(4) 已知：$\frac{a}{b}=\frac{3}{4}$，那么 $\frac{a+b}{b}=$________；

(5) 若 $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f}=3$，且 $b+d+f=4$，则 $a+c+e=$________.

2. 选择题*：

(1) 已知：$x=\frac{c}{a+b}=\frac{a}{b+c}=\frac{b}{c+a}$，则 x 的值是(　　).

(A) $\frac{1}{2}$　　(B) 1　　(C) -1　　(D) $-\frac{1}{2}$

(2) 点 P 在线段 AB 上，$AP^2=AB\cdot PB$，若 $PB=4$，则 AP 为(　　).

(A) $\sqrt{5}+1$　　(B) $\sqrt{5}+2$　　(C) $2\sqrt{5}+2$　　(D) $2\sqrt{5}+1$

(3) 已知：$ab=\frac{1}{2}cd\neq 0$，则下列比例式不正确的是(　　).

(A) $\frac{a}{c}=\frac{d}{2b}$　　(B) $\frac{a}{2c}=\frac{d}{b}$　　(C) $\frac{2a}{c}=\frac{d}{b}$　　(D) $\frac{2a}{d}=\frac{c}{b}$

(4) 在比例尺为 40：1 的图纸上，一零件的长度为 16 厘米，则该零件的实际长度为(　　).

(A) 6.4 厘米　　(B) 64 分米　　(C) 0.4 厘米　　(D) 4 厘米

3. 解答题：

(1) 已知：线段 AB，延长 AB 到点 C，使 $BC=\frac{1}{3}AB$. 求 $\frac{AC}{AB}$ 的值.

(2) 已知：线段 x、y，如果 $(x+y):(x-y)=5:2$. 求 $x:y$.

拓展训练

1. 在同一时刻物高与影长成比例. 如果一教学楼在地面上的影长为 10 米，同时高 4 米的旗杆的影长为 2 米，那么教学楼的高是多少米？

2. 已知：A、B、C 在同一直线上，若 $AB:BC=2:3$，P 为直线外一点. 求 $\frac{S_{\triangle PAB}}{S_{\triangle PAC}}$.

---

* 本书中的选择题，每小题都给出了代号为 A、B、C、D 的四个结论，其中只有一个结论是正确的，把你认为正确的代号写在题后的括号内，下同.

练习题 24.2

一、填空题

1. 若$(x+y):y=8:3$,则 $x:y=$__________.

2. 若$\frac{b}{a+b}=\frac{3}{5}$,则$\frac{a}{b}=$__________.

3. 等腰直角三角形中,一直角边与斜边的比是__________.

4. 已知:$\triangle ABC$ 和$\triangle A'B'C'$,$\frac{AB}{A'B'}=\frac{BC}{B'C'}=\frac{CA}{C'A'}=\frac{3}{2}$,且 $A'B'+B'C'+C'A'=16$ 厘米,则 $AB+BC+AC=$__________厘米.

5. 若 $a=8$ 厘米,$b=6$ 厘米,$c=4$ 厘米,则 a、b、c 的第四比例项 $d=$__________厘米;a、c 的比例中项 $x=$__________厘米.

二、选择题

6. 已知线段 $a=3$,$b=6$,$c=4$,那么下面说法正确的是(　　).

(A) 线段 a、b、c 的第四比例项是 $a+b$

(B) 线段 a、b、c 的第四比例项是$\frac{1}{3}(2a+3b)$

(C) 线段 a、b 的比例中项是 c

(D) 线段 $2a$ 是线段 b 和 c 的比例中项

7. 已知 M 是线段 AB 延长线上一点,且 $AM:BM=5:2$,则 $AB:BM$ 等于(　　).

(A) $3:2$　　(B) $2:3$　　(C) $3:5$　　(D) $5:2$

8. 一个三角形三边之比为 $2:3:4$,则这个三角形三边上的高的比是(　　).

(A) $2:3:4$　　(B) $6:4:3$　　(C) $4:3:2$　　(D) $4:9:16$

9. 已知菱形 $ABCD$,$\angle A=60°$,则$\frac{BD}{AC}$为(　　).

(A) $\sqrt{3}$　　(B) $1:\sqrt{3}$　　(C) $1+\sqrt{3}$　　(D) $(\sqrt{3}+1):2$

三、解答题

10. 一个三角形的三内角之比 $1:2:3$,另一个三角形三内角之比为 $1:1:2$.计算这两个三角形三边长度之比.

11. 已知:$a:b=c:d$.求证:$ab+cd$ 为 a^2+c^2 及 b^2+d^2 的比例中项.

12. 已知:$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f}=3$,且 $b+d+f\neq 0$.求证:

$\frac{a+c}{b+d}=\frac{c+e}{d+f}=3$.

24.3　三角形一边的平行线

知识提要

1. 定理 1　平行于三角形一边的直线截其他两边所在的直线,截得的对应线段成比例.

推论 1　平行于三角形的直线截其他两边所在的直线,截得的三角形的三边与原三角

形三边对应成比例.

2. 三角形三条中线的交点叫做三角形的重心. 三角形的重心到一个顶点的距离，等于它到这个顶点对边中点的距离的两倍.

3. 定理2　如果一条直线截三角形两边所得的对应线段成比例，那么这条直线平行于三角形的第三边.

推论2　如果一条直线截三角形两边的延长线(这两边的延长线在第三边的同侧)所得的对应线段成比例，那么这条直线平行于三角形的第三边.

4. 两条直线被三条平行线所截，截得的对应线段成比例.

两条直线被三条平行线所截，如果在一条直线上截得的线段相等，那么在另一条直线上截得的线段也相等.

解题指导

例1　如图24-4所示，$DE\parallel AB$，$EF\parallel BC$，$AF=5$ 厘米，$FB=3$ 厘米，$CD=2$ 厘米.

求 BD.

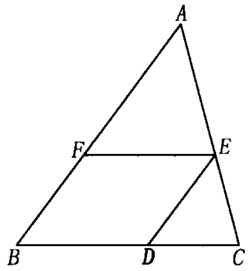


图　24-4

解　$\because$　$DE\parallel AB$，$EF\parallel BC$，所以四边形 $BDEF$ 是平行四边形.

$\therefore$　$BD=EF$.

$\because$　$EF\parallel BC$，

$\therefore$　$\dfrac{AF}{AB}=\dfrac{EF}{BC}$.

$\therefore$　$\dfrac{AF}{AF+FB}=\dfrac{BD}{BD+DC}$.

即　$\dfrac{5}{5+3}=\dfrac{BD}{BD+2}$.

解方程，得　$BD=\dfrac{10}{3}$(厘米).

例2　如图24-5所示，E 为▱$ABCD$ 边 CD 延长线上的一点，连接 BE 交 AC 于点 O.

求证：$BO^2=OF\cdot OE$.

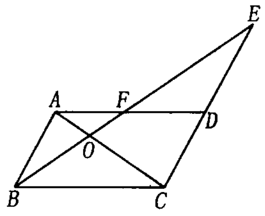


图　24-5

分析　要证 $BO^2=OF\cdot OE$，只需证 $\dfrac{OF}{OB}=\dfrac{OB}{OE}$，而 OB、OE、OF 在一条直线上，因此不能直接用有关定理证得，于是想到要用中间比，而由图与已知有 $\dfrac{OF}{OB}=\dfrac{AO}{CO}$，$\dfrac{OB}{OE}=\dfrac{AO}{CO}$，得证.

证明　因为四边形 $ABCD$ 为平行四边形，

$\therefore$　$AB\parallel CE$，$AD\parallel BC$.

$\therefore$　$\dfrac{AO}{OC}=\dfrac{OB}{OE}$，$\dfrac{AO}{OC}=\dfrac{OF}{OB}$.

$\therefore$　$\dfrac{OB}{OE}=\dfrac{OF}{OB}$.

∴ $BO^2=OE\cdot OF$.

注意 (1) 在证明时，常把等积式转化成比例式证明；(2) 当证明的比例式中线段在同一直线上时，常采取用相等的线段、相等的比、相等的等积式来代换相应的量；(3) 证明比例式常利用中间比来转化.

例 3 如图 24-6 所示，$AB\perp BD$ 于点 B，$CD\perp BD$ 于点 D. 连接 AD、BC，它们交于点 E，$EF\perp BD$ 于点 F.

求证：$\frac{1}{AB}+\frac{1}{CD}=\frac{1}{EF}$.

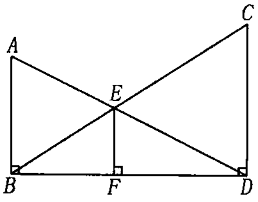


图 24-6

分析 要证 $\frac{1}{AB}+\frac{1}{CD}=\frac{1}{EF}$，只需证 $\frac{EF}{AB}+\frac{EF}{CD}=1$ 即可，而 $\frac{EF}{AB}=\frac{DF}{BD}$，① $\frac{EF}{CD}=\frac{BF}{BD}$. ② 由①＋②即得所证.

证明 ∵ $AB\perp BD$，$EF\perp BD$，$CD\perp BD$，

∴ $AB/\!/EF/\!/CD$.

∴ $\frac{EF}{AB}=\frac{DF}{BD}$，$\frac{EF}{CD}=\frac{BF}{BD}$.

∴ $\frac{EF}{AB}+\frac{EF}{CD}=\frac{DF}{BD}+\frac{BF}{BD}=1$.

∴ $\frac{1}{AB}+\frac{1}{CD}=\frac{1}{EF}$.

说明 (1) 证形如 $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{c}$ 的问题常转化为 $\frac{c}{a}+\frac{c}{b}=1$ 的形式来证明；(2) 一条线段上的一点将这条线段分成的两条线段与原线段的比的和为 1，我们经常利用这种方法证明定值问题，也就是把比化到同一直线上.

试一试 上题中，如将条件"$AB\perp BD$，$EF\perp BD$，$CD\perp BD$"改为"$AB/\!/EF/\!/CD$"，那么原结论是否成立呢？

方法指导

1. 在使用三角形一边平行线的性质定理时，关键是看清平行线，找准对应线段，构成比例，否则会产生错误.

2. 在涉及四边形等的复杂图形中，学会使用等量代换的方法把比例式或乘积式转化到熟悉的基本图形中来.

基础训练(一)

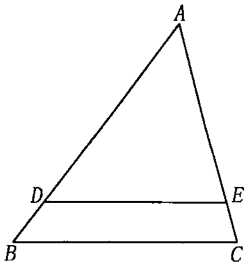
1. 填空题：

(1) 如图，$\triangle ABC$ 中，$DE/\!/BC$，$AD=4BD$，则 $AE=$______ EC；

(2) 已知：D、E 分别是 $\triangle ABC$ 的边 AB、AC 上的点，且 $DE/\!/BC$，$AE=6$，$AD=3$，$AB=5$，则 $AC=$________；

(3) 已知：$\triangle ABC$ 中，$DE/\!/BC$，D、E 分别是边 AB、AC 上的点，若 $AD:AB=2:9$，$EC-AE=5$ 厘米，则 $AC=$________ 厘米；

(4) 如图，已知：$AC/\!/BD$，AB 与 CD 交于点 O. 若 $AC:BD=2:3$，$AO=1.2$，则 $AB=$________.



[第(1)题]