成人高考

复习纲要

# 数学

北京市第四中学 史廷生 田佣
傅以伟 王汉华 编

北京市成人教育学院 审

中国林业出版社

184

成人高考复习纲要

# 数学

北京市第四中学 史连生 田佣 傅以伟 王汉华 编

北京市成人教育学院 审

中国林业出版社

成人高考复习纲要

数　　学

北京市第四中学 史连生 田侗 傅以伟 王汉华 编

北京市成人教育学院 审

中国林业出版社出版（北京西城区刘海胡同七号）

新华书店北京发行所发行　　昌平县印刷厂印刷

787×1092毫米32开本　　12印张　　262千字

1988年8月第一版　　1988年8月第一次印刷

印数 1—5,000 册　　定价：3.50元

ISBN 7-5038-0137-9/O·0001

# 出 版 说 明

为了便于全国参加成人高考的考生进行复习，我们根据国家教育委员会制定的《1989年全国各类成人高等学校招生考试大纲》组织编写了这套《成人高考复习纲要》，供各类考生使用，包括的科目有：政治、语文、历史、地理、数学、物理、化学共七册。

该套复习纲要由北京市第四中学各科教研室编写（其中语文由北京市成人教育学院编写），北京市成人教育学院审定。各科目在编写时都总结了历年成人高考的经验，并根据成人自学的特点，力求简明、系统、扼要地阐明重点和难点。为便于考生全面检查复习效果，各书均附有模拟练习题和参考答案。

由于时间紧迫，书中难免有不足之处，恳请读者批评指正。

1988年10月

# 前　言

为了帮助报考各类成人高等学校的考生理解和掌握国家教育委员会制定的《1989年全国各类成人高等学校招生考试复习大纲》的复习要求，并按照所规定的复习内容，系统地复习中学数学各部分知识，特编写了这本书。

本书按照中学数学的四个分支：代数、三角函数、空间图形、曲线与方程的内容，分四篇写成。这样既照顾成人准备高考的数学复习大纲的要求，又兼顾中学数学各分支的系统与知识的完整。为便于掌握有关数学内容及解题方法，书中各篇在编写了基本知识内容之后，都配有典型的例题及其解法，并设置了一定的练习题。在每一章(或两章)之后，分篇有单元测验题，以便读者及时自我检测该单元内容学习掌握的情况。在每篇之后都附有本篇的练习题及单元测验题的答案或提示，以便于读者参考。

书中凡画有“*”号的章节或内容，都是文科考生不做要求的，请读者注意。

本书除供准备报考各类成人高等学校的考生复习用外，也可供有关的成人高考补习班及有关学校作为辅导教材，以及有关成人教育工作者学习、参考。

参与本书编写工作的有北京四中的教师史连生（第一篇第一章，第二章）、田佣（第二篇第一、第二、第三章）、傅以伟（第一篇第三章，第二篇第四章，第三篇第一、第二

章）、王汉华（第四篇第一、第二、第三、第四章）。本书完稿后由北京市成人教育学院张世魁老师审稿。

本书难免有缺点，敬请读者批评指正。

编　者

1988年5月

# 目　录

## 第一篇　代　数



## 第二篇　三角函数

## 第三篇* 空间图形

# 第四篇　曲线和方程

# 第一篇 代 数

## 第一章 函 数

### 一、集 合

1．集合

我们常把集合理解为：具有某种属性的一些对象的全体。例如，自然数集、整数集、到一条线段两个端点的点的集合等等。实际上，集合是个不定义概念，就象同学们在学习平面几何时关于点、直线等概念一样。

集合虽是不定义概念，但是，给出一个集合时不论用什么方式，却要注意几点：

（1）确定性

即任何一个元素在或不在这个集合，是十分明确的。例如，对于自然数集$N$，1是集合$N$的一个元素，即$1\in N$（$\in$读成属于），$\sqrt{3}$不是集合$N$的一个元素，即$\sqrt{3}\notin N$（$\notin$读成不属于）。

（2）集合中的元素是不相同的，相同的对象归入任何一个集合时，只能算作这个集合的一个元素。

通常给出一个集合时，使用列举法和描述法：

把集合中的元素一一列举出来，写在大括号内表示一个

集合，叫列举法。例如，集合$A$是由整数1、2、3、4、5组成的，可表示为$\{1, 2, 3, 4, 5\}$。

把集合中的元素公共属性描述出来，写在大括号内表示集合的方法，叫描述法。

例如，{大于2的整数}、$\{x \mid x>3\}$等等。

为了叙述方便，自然数集记作$N$，整数集记作$Z$，有理数集记作$Q$，实数集记作$R$。

2．几个重要概念

（1）子集

我们知道，任何一个自然数都是一个整数，所以，N是Z的一个子集，记成$N \subseteq Z$，它的意思是，凡属于N的元素都属于Z。

对于两个集合$A$和$B$，若是属于$A$的元素都属于$B$，集合$A$叫做集合$B$的子集。

在上面条件下，若是再附加一个条件，集合$B$中至少有一元素不属于$A$，则$A$是$B$的真子集，记作$A \subset B$。

我们可以看出，$N \subseteq Z$，而且$N \subset Z$。

还可以推出，任何一个集合是其自身的子集，即$A \subseteq A$。

为了方便起见，我们把不含任何元素的集合叫做空集，记作$\phi$，还规定$\phi \subseteq A$。

例　用$\in$、$\notin$、$\subseteq$、$\subset$这四种记号填空：

$1$ __ $N$；　　$0$ __ $N$；　　$-5$ __ $Z$；

$\sqrt{2}$ __ $Z$；　　$-\sqrt{3}$ __ $R$；　　$N$ __ $R$；

$1$ __ $R$；　　$0.5$ __ $Q$；　　$Q$ __ $R$。

答案分别是：$\in$，$\notin$，$\in$，$\notin$，$\in$，$\subset$，$\in$，$\in$，$\subset$。

（2）交集和并集

已知集合$A=\{1, 2, 3, 4\}$，　$B=\{3, 4, 5, 7\}$

我们把集合$C=\{3, 4\}$叫做$A$、$B$的交集。

记作$A\cap B$。

而把集合$M=\{1, 2, 3, 4, 5, 7\}$叫作$A$、$B$的并集，记作$A\cup B$。

初学者无妨把集合的交形象地理解为相交部分即公共部分，而把并理解为合并的意思，当然，我们还要定义交集和并集（略）。

（3）全集和补集

我们知道，整数集和分数集合在一起叫作有理数集，即整数集$\cup$分数集$=$有理数集。

在研究问题时，有时需要把有理数集看作全集，而把整数集、分数集看作互为补集，即整数集是分数集的补集，当然也可看为分数集是整数集的补集（对于全集$Q$而言）。

把实数集$R$作为全集，则有理数$Q$的补集（无理数集）记作$\overline{Q}$，所以$Q\cup\overline{Q}=R$，而$Q\cap\overline{Q}=\phi$。

**练习一**

1．填空

$N$__$R$；　　$R^+$__$R$（$R^+$即正实数集）；

$Q$__$N$；　　$R^+\cup R^-=$__；

$R^+\cap R^-=$__；　　$Z\cap Q=$__；

$Z\cup Q=$__。

2．$x$是整实数的补集（全集是实数集），用不等式写出$x$的可取值范围。

3．已知$A=\{1, 2, 3, 4\}$，$B=\{4, 5, 7\}$。

求　$A\cap B$，　$A\cup B$。

4．写出方程$x^2-4=0$的解集。

5. $A=\{x \mid x-3>0\}$, $B=\{x \mid x-5<0\}$。

求$A\cup B$和$A\cap B$。

**练 习 二**

1. 填空

$$A\cup A=\_\_; \qquad A\cap\phi=\_\_;$$
$$A\cap A=\_\_; \qquad A\cup\phi=\_\_;$$
$$N\cap R=\_\_。$$

2. 如果$A\subseteq B$，$B\subseteq C$，能否得到$A\subseteq C$，为什么？

3. 用数字1，2，3可以组成几个集合？

4. 写出方程$x^2-2x-3=0$的解集。

5. 写出不等式$-3x+1<0$的解集。

6. $Z\in Q$（即整数集$\in$有理数集）的写法对不对？为什么？

7. 整数集$\cap$分数集＝______。

8. 如果$A=\{1,2,3,4\}$，$B=\{0,x,2,3,4\}$，

且$A\cap B=\{1,2,3,4\}$。

问$x=$?

又$A\cup B=\{0,1,2,3,4,5\}$，

则$x=$?

## 二、不等式和不等式组

1. 解一元一次不等式（组）

这里涉及不等式的性质不同解不等式的两个基本问题。为了学习上的方便，我们略去同解不等的原理，请注意：

不等式两边同乘一个正数不等号不变；而同乘一个负数

不等号改变方向；同乘一个0，则两边相等。

例1　解不等式$ax>b$（$a\neq 0$）。

解　$a>0$，　$x>\frac{b}{a}$，

$a<0$，　$x<\frac{b}{a}$。

例2　解不等式组

$$\begin{cases} x-3>0 \\ -x+1<0. \end{cases}$$

解　分别解两个不等式，得$x>3$及$x>1$

求这两个不等式的交集得　$x>3$

∴不等式组的解是　$x>3$.

2．解一元二次不等式

我们先复习一下二次函数。

对于函数 $y=ax^2+bx+c$（$a\neq 0$）可以施加下面的变形：

$$y=a\left(x^2+\frac{b}{a}x\right)+c=a\left[x^2+\frac{b}{a}x+\left(\frac{b}{2a}\right)^2\right]-\frac{b^2}{4a}+c$$

$$=a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2+\frac{4ac-b^2}{4a}$$

它的图象是一抛物线，顶点坐标是$\left(-\frac{b}{2a},\frac{4ac-b^2}{4a}\right)$；$a>0$时，开口向上；$a<0$时，开口向下。

例2　画函数$y=x^2-2x-3$的图象。

$$y=x^2-2x-3=(x-1)^2-4$$

∴它的图象是顶点坐标为（1，－4），开口向上的一个抛物线（如图1—1）。

这个抛物线的顶点坐标反映了函数的最小值，即$x=1$

时，$y_{最小值}=-4$。

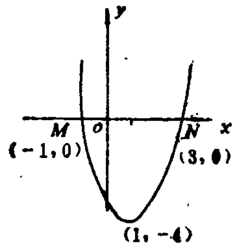

图 1—1

请想一想，抛物线和$x$轴交点$M$，$N$的坐标又反映什么事实呢？

$M$，$N$的纵坐标必然是0，即$y=0$，即$x^2-2x-3=0$的$x$轴，解这个二次方程得

$$x=-1 \quad 和 \quad x=3。$$

再问，$M$点左侧，$N$点右侧，抛物线反映$y$的值是什么情况呢？可以看出$y>0$，即$x^2-2x-3>0$即$x>3$或$x<-1$。

那么不等式$x^2-2x-3<0$的解是什么呢？即$-1<x<3$。

由此我们可以得到一元二次不等式的一种解法。

例3　解不等式$x^2-5x-6<0$。

解　令$x^2-5x-6=0$，得$x_1=-1$，$x_2=6$

又因为二次项$x^2$的系数是正数

∴　得到不等式解　$x>6$或$x<-1$。

例4　解不等式$-x^2+2x+1>0$。

解　先把原题变形为$x^2-2x-1<0$

令$x^2-2x-1=0$，得$x_1=1+\sqrt{2}$，$x_2=1-\sqrt{2}$

∵$x^2$的系数为正

得不等式解为$1-\sqrt{2}<x<1+\sqrt{2}$。

例5　解不等式$(x-3)(x+1)>0$。

解　令$(x-3)(x+1)=0$　得$x=3$，$x=-1$

∵$x^2$的系数为正

$\therefore x>3$ 或 $x<-1$。

例 6　解不等式

$$\frac{x-3}{x+1}>0.$$

解　这个不等式和 $(x-3)(x+1)>0$ 必然相同（因为同号相乘，同号相除才可能为正之故），

$\therefore$ 得不等式的解为 $x>3$ 或 $x<-1$。

3*. 关于包含着绝对值记号的不等式的解法

我们可以把它归纳为两种要求掌握的类型。

（1）属于 $|x|<1$ 或 $|x|>1$ 形式的

解不等式 $|x|<1$ 即是问什么样的数的绝对值比1小呢？可以直接得到 $-1<x<1$。而解不等式 $|x|>1$ 则可得到 $x>1$ 或 $x<-1$。使用这个概念，我们解一些题。

例 7　解不等式 $|2x-3|<5$。

解　即　$-5<2x-3<5$

$\therefore\quad -2<2x<8$

$\therefore\quad -1<x<4$。

例 8　解不等式 $|3-2x|<5$。

解　先把 $|3-2x|$ 改写为 $|2x-3|$

（因为 $|A-B|=|B-A|$ 之故）

$\therefore$ 得　$-1<x<4$。

例 9　解不等式　$\left|\dfrac{1}{2x-3}\right|<1$。

解　把原题变形为　$\dfrac{1}{|2x-3|}<1$

当　$x\neq\dfrac{3}{2}$ 时，$|2x-3|>\dfrac{1}{1}$ 总是对的

即　$|2x-3|>1$

$\therefore \quad 2x-3>1$，或$2x-3<-1$

$\therefore \quad x>2$ 或 $x<1$.

以上各例，提供的解法可能和同学们掌握的解法略有区别，但是这些方法的特点是方法步骤少一些，因而也减少了错误的发生。

（2）涉及绝对值定义的

我们知道只有当$x\geqslant 0$时，$|x|=x$，而当$x<0$时，$|x|=-x$，请先做这几个题。

化简$|x-3|$，$|x+7|$，再看下面的答案。

化简$|x-3|$.

当 $x\geqslant 3$时，$|x-3|=x-3$

$x<3$时，$|x-3|=3-x$。

而化简$|x+7|$则有

$x\geqslant -7$时，$|x+7|=x+7$

$x<-7$时，$|x+7|=-(x+7)=-x-7$。

那么如何解不等式$|x-3|+|x+1|<3$呢？我们可以采取这样的方法：

当$x\geqslant 3$时，$x-3$，$x+1$都是非负数

$\therefore$原式化为 $x-3+x+1<3$

$$2x<5,\quad x<\frac{5}{2}$$

考虑到条件$x\geqslant 3$，$\therefore$不等式无解

当$-1\leqslant x<3$时，$x+1$是非负数，而$x-3$是负数

$\therefore$原式化为$3-x+x+1<3$

即 $4<3$这不可能$\therefore$不等式无解。

而当$x<-1$时，$x-3$，$x+1$都是负数，

$\therefore$原式化为 $3-x-x-1<3$