全国统计教材编审委员会“十一五”规划教材

概率论与数理统计
（经济、管理类专业使用）

★朱胜 主编 金明 副主编

中国统计出版社
China Statistics Press

全国统计教材编审委员会“十一五”规划教材

概率论与数理统计

（经济、管理类专业使用）

★朱胜 主编 金明 副主编

中国统计出版社
China Statistics Press

(京)新登字 041 号

图书在版编目(CIP)数据

概率论与数理统计(经济、管理类专业使用)/朱胜主编.
—北京:中国统计出版社,2008.7
全国统计教材编审委员会“十一五”规划教材
ISBN 978—7—5037—5509—5

Ⅰ.概…
Ⅱ.朱…
Ⅲ.①概率论—高等学校—教材
②数理统计—高等学校—教材
Ⅳ.021

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 101323 号

概率论与数理统计(经济、管理类专业使用)

作　　者/朱　胜
责任编辑/陈悟朝　谢蕾蕾
装帧设计/艺编广告
出版发行/中国统计出版社
通信地址/北京市西城区月坛南街 57 号　邮政编码/100826
办公地址/北京市丰台区西三环南路甲 6 号
网　　址/www.stats.gov.cn/tjshujia
电　　话/邮购(010)63376907　书店(010)68783172
印　　刷/河北天普润印刷厂
经　　销/新华书店
开　　本/787×1092mm　1/18
字　　数/260 千字
印　　张/16.25
印　　数/1—3000 册
版　　别/2008 年 7 月第 1 版
版　　次/2008 年 7 月第 1 次印刷
书　　号/ISBN 978—7—5037—5509—5 /O・66
定　　价/30.00 元

出版说明

“十一五”时期是继续深化教育改革，加强素质教育，努力建设有利于创新型科技人才成长的教育体系的关键时期。为了更好地培育统计创新型科技人才，适应统计教育发展的新形势，全国统计教材编审委员会制定了《“十一五”全国统计教材建设规划》(以下简称规划)。规划坚持“以人为本”的科学发展观，坚持统计教育与实践相结合，坚持统计教育同国际接轨，坚持培养创新型的统计人才的指导思想，编写符合国民经济发展需要和统计事业发展需要的统计教材。

这批教材是在深入分析统计教育形势和统计教材建设发展状况，总结多年来统计教材建设经验的基础上，本着以建设本科统计教材为主的方针，积极探索研究生层次的统计教材，力争使规划统计教材的编写做到层次分明，有针对性和实用性。建设精品教材，是编委会自成立以来就孜孜以求的目标。考虑到统计教材建设的实际情况，“十一五”期间，本科教材主要以修订为主，对以往规划统计教材中使用面广，得到广大教师和学生普遍认可的教材组织了修订。修订后的教材，淘汰了过时的内容和例子，增加了计算机操作和大量的案例，编写手法也做了一定的调整，在实用性、可操作性等方面有了较大的改进。

近年来，我国现代化建设快速发展，高等教育规模持续扩大，尤其是研究生教育规模的扩大，使得高等学校研究生统计教学工作面临着许多新情况、新问题，任务艰巨。因此，必须坚持科学发展观，在规模持续发展的同时，把提

高研究生统计教学质量放在突出的位置，培养全面发展的创新型的统计人才。教材是统计教学的载体，建设高质量的研究生层次的统计教材是统计教育发展的需要。因此，编委会在“十一五”期间对研究生的统计基础课教材做了些有益的探索。根据《规划》的要求，这批教材主要采取招标和邀请的方式组织有关院校的专家、学者编写。

值得特别提出的是，在这批教材中，有《非参数统计》、《概率论与数理统计》、《经济计量学教程》、《医学统计》、《应用时间序列分析》、《多元统计分析》、《统计学》7种教材入选国家教育部组织编写的“普通高等教育‘十一五’国家级规划教材”，更加充实和完善了“十一五”期间统计教材的建设。

为了便于教学和学习，这批教材里面包含了与之相配套的《学习指导与习题》，使得这批教材在编辑出版上形成了比较完整的体系。我们相信，这批教材的出版和发行，对于推动我国统计教育改革，加快我国统计教材体系和教材内容更新、改造的步伐，打造精品教材，都将起到积极的促进作用。

限于水平和经验，这批教材的编审、出版工作还会有缺点和不足，诚恳欢迎教材的使用单位、广大教师和同学们提出批评和建议。

全国统计教材编审委员会

2006年6月

前　言

《概率论与数理统计》是高等学校经济学、管理学、社会学、工学等各专业本科阶段普遍开设的唯一一门处理随机现象规律性的课程。由于随机现象的普遍存在性、研究方法的独特性和教学内容的实用性，这门课程越来越受到人们的重视。本门课程所提供的统计实证方法在金融、证券、保险、投资、理财、管理、经营等各方面有广泛的应用，对于培养该类专业学生的科学思维方式和运用实证方法发现问题、分析问题、解决问题的能力具有重要意义。

《概率论与数理统计》的基本内容包括概率论基础（概率空间、随机变量及其分布、随机变量的数字特征、大数定律与中心极限定理）、数理统计基础（统计量及其分布、统计估值、统计检验、方差分析、相关与回归分析）和统计实验设计等三大部分。通过本课程的教学，可使学生掌握概率论和数理统计的基本原理，了解应用统计推断方法解决有关实际问题的基本过程并能正确使用基本的统计推断技术，从而在本专业的学习和研究中运用相关的原理和技术去发现问题、分析问题、解决问题，并为后继相关课程打下坚实的基础。

我们编写经济管理类专业使用的《概率论与数理统计》教材，是基于如下出发点：

其一，《概率论与数理统计》课程，顺应了社会科学研究实证化的潮流。这种实证研究基于社会经济现象是可以观测的这样一种显然成立的前提，而统计科学提供了迄今为止最为有效的实证研究方法。

其二，《概率论与数理统计》课程，不应作为一门纯粹的数学基础课程来建设，而应作为以提供统计实证方法为目的的课程链中的一门课程。以《微积分》、《线性代数》为其数学方法先导课程，以《统计学原理》为其统计方法先导课程，结合本课程，至此形成统计实证方法的理论基础。统计实证方法后续课程，则视专业特点而各有取舍。数据收集方法方面，可供选择的理论性课程有《抽样技术》、《试验设计》，可供选择的应用性课程有《国民经济统计》、《市场调查与分析》、《社会统计学》等。数据分析方法方面，可供选择的理论性课程有《多元统计分析》、《时间序列分析》、《非参数统计》、《探索性数据分析》等，可供选择的应用性课程有《统计预测与决策》、《数据挖掘》、《经济计量分析》等。

因此，在教材的编写过程中我们特别关注了以下几个问题：

1. 明确教材的读者群体，根据读者的特殊性来抉择教材内容和写作方法。本教材是为普通高等院校经济类、管理类非统计学本科专业的教学需要而编写的，根据经济类、管理类学生的教育目标的要求安排教材内容，使学生不仅能掌握一般的概率论与数理统计理论，更重要的是能运用数理统计方法去研究和认识社会经济规律。

2. 强化理论与实践相联系，突出课程内容与方法的实用性。以“概率适度、统计加强、引入案例”为基本思路，适当保留概率论的内容，加强统计方法的阐述，大量引入经济、管理类的应用案例，使教学内容贴近实际，帮助学生实现由知识向能力的转化，培养和提高学生的实践能力、应用能力和分析问题、解决问题的能力，克服过去《概率论与数理统计》教学中“理论一大堆，抽象难懂；公式一大堆，混杂难记；方法一大堆，学了难用”的弊端。通过完成“现实题材——统计问题——统计建模——统计知识与方法——成果释义”的学习过程，帮助学生实现由知识向能力的转化，使教学内容更贴近实际，引导学生运用所学知

识解决实际问题。

3. 在写作方法上，力求简明易懂，注重统计思想的阐述，结合大量的实际案例说明统计方法特点、应用条件和适用范围。较多地使用图表形式来说明问题，使读者容易掌握各种统计方法的操作要点。删除与实际应用关系不密切的、琐碎的概念和公式推导过程，避免出现脱离社会经济现实的抽象数学化，力争为读者提供具有实际应用价值的、可操作性比较强的数量分析方法。

本教材由朱胜担任主编，负责全书的设计和统稿工作，金明担任副主编。参加本书编撰的人员及具体分工如下：李明编写第一章，金明编写第二章，晏正春编写第三章，罗健梅编写第四章，王臣编写第五章，白斌飞编写第六章，朱胜编写第七章，周小平编写第八章。

本书能够顺利出版得到了全国统计教材编审委员会、中国统计出版社和成都信息工程学院的领导和有关同志的大力支持，他们为本书的出版做了大量的工作，在此表示诚挚的感谢！

由于作者水平有限，编写时间仓促，书中的缺陷和错误在所难免，欢迎同行专家和广大读者批评指正。

朱　胜

2008 年 5 月于成都

目录

目录

第一章

随机事件及其概率

我们生活在一个日新月异、千变万化的世界中，每个人时时刻刻都要面对生活中碰到的问题。例如："明天是下雨还是晴天，是否可以出去旅游"；"明天的股市是上涨还是下跌，是买还是卖"；"下个月某空调器的销售量是多少，如何组织货源"；"今年夏季长江流域的降雨量有多少，怎样组织抗洪"；"在本届奥运会中我国体育健儿能拿多少块金牌，如何争取金牌总数第一"……这些问题的发生与发展是受诸多因素影响的，因而这些问题的结果也是不确定的，不可预知的。但是，事实证明在许多不确定问题中隐含着一种确定性的规律。也正因为如此，人类才在不断摸索和研究中使许多以前认为不可想象的问题得到解决。

本章的目的就是从基本问题出发，引出随机事件、概率等概念，试图从最简单的随机现象（偶然现象）中去探求必然的规律。

第一节　随机事件及其运算

一、必然现象与随机现象

在自然界和人的实践活动中经常遇到各种各样的现象，这些现象大体可分为两类：一类是确定的，例如"在一个标准大气压下，纯水加热到 100℃ 时必然沸腾。""向上抛一块石头必然下落。""同性电荷相斥，异性电荷相吸。"等等，这种在一定条件下有确定结果的现象称为必然现象（确定性现象）。

另一类现象是随机的，例如：在相同的条件下，向上抛一枚质地均匀的硬币，其结果可能是正面朝上，也可能是反面朝上，不论如何控制抛掷条件，在每次抛掷之前无法肯定抛掷的结果是什么，这个试验多于一种可能结果，但是在试验之前不能肯定试验会出现哪一个结果。同样地，同一门大炮对同一目标进

行多次射击(同一型号的炮弹),各次弹着点可能不尽相同,并且每次射击之前无法肯定弹着点的确切位置,以上所举的现象都具有随机性,即在一定条件下进行试验或观察会出现不同的结果(也就是说,多于一种可能的试验结果),而且在每次试验之前都无法预言会出现哪一个结果(不能肯定试验会出现哪一个结果),这种现象称为随机现象。

再看两个试验:

试验Ⅰ:一盒中有10个完全相同的白球,搅匀后从中摸出一球。

试验Ⅱ:一盒中有10个相同的球,其中5个白球,5个黑球,搅匀后从中任意摸取一球。

对于试验Ⅰ而言,在球没有取出之前,我们就能确定取出的球必是白球,也就是说在试验之前就能判定它只有一个确定的结果,这种现象就是必然现象。

对于试验Ⅱ来说,在球没有取出之前,不能确定试验的结果(取出的球)是白球还是黑球,也就是说一次试验的结果(取出的球)出现白球还是黑球,在试验之前无法肯定。对于这一类试验而言,骤然一看,似乎没有什么规律而言,但是实践告诉我们,如果我们从盒子中反复多次取球(每次取一球,记录球的颜色后仍把球放回盒子中搅匀),那么总可以观察到这样的事实,当试验次数 n 相当大时,出现白球的次数 $n_{白}$ 和出现黑球的次数 $n_{黑}$ 是很接近的,比值$\frac{n_{白}}{n}$(或$\frac{n_{黑}}{n}$)会逐渐稳定于$\frac{1}{2}$,出现这个事实是完全可以理解的,因为盒子中的黑球数与白球数相等,从中任意摸一球取得白球或黑球的“机会”相等。

试验Ⅱ所代表的类型,它有多于一种可能的结果,但在试验之前不能确定试验会出现哪一种结果,这类试验所代表的现象称为随机现象,对于试验而言,一次试验看不出什么规律,但是“大数次”地重复这个试验,试验的结果又遵循某些规律,这些规律称之为“统计规律”。在客观世界中,随机现象是极为普遍的,例如“某地区的年降雨量”,“某电话交换台在单位时间内收到的用户的呼唤次数”,“一年全省的经济总量”,等等。

二、随机试验和样本空间

上面对随机试验做了描述性定义,下面进一步明确它的含义,一个试验如果满足下述条件:

(1)试验可以在相同的条件下重复进行;

(2)试验的所有可能结果是明确的、可知道的(在试验之前就可以知道的),

并且不止一个；

(3)每次试验总是恰好出现这些可能结果中的一个，但在一次试验之前却不能肯定这次试验出现哪一个结果。

称这样的试验是一个随机试验，为方便起见，也简称为试验，今后讨论的试验都是指随机试验。对于随机试验来说，我们感兴趣的往往是随机试验的所有可能结果。例如掷一枚硬币，我们关心的是出现正面还是出现反面这两个可能结果。若我们观察的是掷两枚硬币的试验，则可能出现的结果有(正、正)、(正、反)、(反、正)、(反、反)四种，如果掷三枚硬币，其结果还要复杂，但还是可以将它们描述出来的，总之为了研究随机试验，必须知道随机试验的所有可能结果。

1. 基本事件

通常，据我们研究的目的，将随机试验的每一个可能的结果称为基本事件。因为随机事件的所有可能结果是明确的，从而所有的基本事件也是明确的，例如:在抛掷硬币的试验中“出现反面”,“出现正面”是两个基本事件，又如在掷骰子试验中“出现一点”,“出现两点”,“出现三点”,……,“出现六点”这些都是基本事件。

2. 样本空间

基本事件的全体，称为样本空间。也就是试验所有可能结果的全体是样本空间，样本空间通常用大写的希腊字母 Ω 表示，Ω 中的点即是基本事件，也称为样本点，常用 ω 表示，有时也用 A,B,C 等表示。

在具体问题中，给定样本空间是研究随机现象的第一步。

例 1—1　一盒中有 10 个完全相同的球，分别有号码 1、2、3……10，从中任取一球，观察其标号，令 $i=\{$取得球的标号为 $i\}$，$i=1,2,3\cdots10$

则 $\Omega=\{1,2,3\cdots10\}$，$\omega_i=\{i\}$，$i=1,2,3\cdots10$

$\omega_1,\omega_2,\cdots\omega_{10}$ 为基本事件(样本点)

例 1—2　在研究英文字母使用状况时，通常选用这样的样本空间：

$$\Omega=\{\text{空格},A,B,C\cdots X,Y,Z\}$$

例 1、例 2 讨论的样本空间只有有限个样本点，是比较简单的样本空间。

例 1—3　讨论某寻呼台在单位时间内收到的呼叫次数，可能结果一定是非负整数而且很难制定一个数为它的上界，这样，可以把样本空间取为 $\Omega=\{1,2,3\cdots\}$。

这样的样本空间含有无穷个样本点，但这些样本点可以依照某种顺序排列起来，称它为可列样本空间。

例 1—4 讨论某空间细菌的个数，自然把样本空间取为 $\Omega=[0,+\infty)$。

这样的样本空间含有无穷个样本点，它充满一个区间，称它为无穷样本空间。

从这些例子可以看出，随着问题的不同，样本空间可以相当简单，也可以相当复杂，在今后的讨论中，都认为样本空间是预先给定的，当然对于一个实际问题或一个随机现象，考虑问题的角度不同，样本空间也可能选择不同。

例如：掷骰子这个随机试验，若考虑出现的点数，则样本空间 $\Omega=\{1,2,3,4,5,6\}$；若考虑的是出现奇数点还是出现偶数点，则样本空间 $\Omega=\{$奇数,偶数$\}$。

由此说明，同一个随机试验可以有不同的样本空间。

因此，在实际问题中，选择恰当的样本空间来研究随机现象是概率中值得研究的问题。

三、随机事件

再看例 1—1 样本空间 $\Omega=\{1,2,3\cdots10\}$来研究下面这些问题。

$A=\{$球的标号为 3$\}$，$B=\{$球的标号为偶数$\}$，$C=\{$球的标号不大于 5$\}$

显然 A 为一个基本事件，而 B 与 C 则由基本事件所组成。

例如：B 发生(出现)必须而且只需样本点 2、4、6、8、10 之一发生，它由五个基本事件组成。

同样地，C 发生必须而且只需样本点 1、2、3、4、5 之一发生。

无论基本事件还是复杂事件，它们在试验中发生与否，都带有随机性，所以叫做随机事件或简称为事件，习惯上用大写英文字母 A,B,C 等表示，在试验中如果出现 A 中包含了某一个基本事件 ω，则称作 A 发生，并记作 $\omega\in A$。

我们知道，样本空间 Ω 包含了全体基本事件，而随机事件不过是由某些特征的基本事件组成的，从集合论的角度来看，一个随机事件不过是样本空间 Ω 的一个子集而已。

如例 1—1 中 $\Omega=\{1,2,3\cdots10\}$。

显然 A,B,C 都是 Ω 的子集，它们可以简单的表示为

$$A=\{3\},\quad B=\{2,4,6,8,10\},\quad C=\{1,2,3,4,5\}$$

因为 Ω 是所有基本事件所组成，因而在一次试验中，必然要出现 Ω 中的某一基本事件 $\omega\in\Omega$，也就是在试验中 Ω 必然要发生，今后用 Ω 表示一个必然事件，可以看成 Ω 的子集。

相应的空集 ϕ，在任意一次试验中不能有 $\omega\in\phi$，也就是说 ϕ 永远不可能发

生，所以 ϕ 是不可能事件，实质上必然事件就是在每次试验中都发生的事件，不可能事件就是在每次试验中都不发生的事件，必然事件与不可能事件的发生与否，已经失去了“不确定性”即随机性，因而本质上不是随机事件，但为了讨论问题的方便，还是将它看作随机事件。

例 1—5 一批产品共 10 件，其中 2 件次品，其余为正品，从中任取 3 件，则

$A=\{$恰有一件正品$\}$，$B=\{$恰有两件正品$\}$，$C=\{$至少有两件正品$\}$

$D=\{$三件中至少有一件次品$\}$这些都是随机事件，

而$\Omega=\{$三件中有正品$\}$为必然事件，

$\phi=\{$三件都为次品$\}$为不可能事件，

对于这个随机试验来说，基本事件总数为 C_{10}^{3} 个。

四、事件的关系与运算

对于随机试验而言，它的样本空间 Ω 可以包含很多随机事件，概率论的任务之一就是研究随机事件的规律，通过对较简单事件规律的研究掌握更复杂事件的规律，为此需要研究事件之间的关系与运算。

若没有特殊说明，认为样本空间 Ω 是给定的，且还定义了 Ω 中的一些事件，A，B，A_i($i=1,2\cdots$)等，由于随机事件是样本空间的子集，从而事件的关系与运算和集合的关系与运算完全类似。

1. 事件的包含关系

定义：若事件 B 发生必然导致事件 A 发生，则称事件 A 包含了 B，或 B 被包含在 A 中，记作 $B\subset A$ 或 $A\supset B$。

比如前面提到过的 $A=\{$球的标号为 6$\}$，这一事件就导致了事件 $B=\{$球的标号为偶数$\}$的发生，因为摸到标号为 6 的球意味着偶数的球出现了，所以可以给上述含义一个几何解释，设样本空间是一个正方体，A、B 是两个事件，也就是说，它们是 Ω 的子集，“B 发生必然导致 A 发生”意味着属于 B 的样本点在 A 中，由此可见，事件的含义与集合论是一致的。

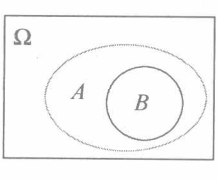

图 1.1

特别地，对任何事件 A

$$A\subset\Omega,\ \phi\subset A$$

例 1－6 设某种动物从出生生活至 20 岁记为 A，从出生到 25 岁记为 B，则 $B\subset A$。

2. 事件的相等

设 $A,B\subset\Omega$，若 $A\subset B$，同时有 $B\subset A$，称 A 与 B 相等，记为 $A=B$，易知相等的两个事件 A,B 总是同时发生或同时不发生，在同一样本空间中两个事件相等意味着它们含有相同的样本点。

3. 并(和)事件与积(交)事件

定义：设 $A,B\subset\Omega$，称事件"A 与 B 中至少有一个发生"为 A 和 B 的和事件或并事件。记作 $A\cup B$。

实质上 $A\cup B$ ="A 或 B 发生"，$A\cup\Phi=A$，$A\cup\Omega=\Omega$，$A\cup A=A$。

若 $A\subset B$，则 $A\cup B=B$，$A\subset A\cup B$，$B\subset A\cup B$。

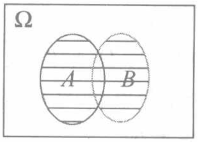

图 1.2

例 1－7 设某种圆柱形产品，若底面直径和高度合格，则该产品合格。

令 A=\{直径不合格\}，B=\{高度不合格\}，则 $A\cup B$=\{产品不合格\}。

推广：设 n 个事件 A_1，$A_2...A_n$，称"A_1，$A_2...A_n$ 中至少有一个发生"这一事件为 A_1，$A_2...A_n$ 的并，记作 $A_1\cup A_2\cdots A_n$ 或 $\bigcup\limits_{i=1}^{n}A_i$。

和事件的概念还可以推广到可列个事件的情形。

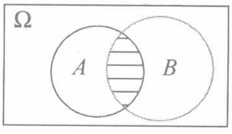

图 1.3

设 $A,B\subset\Omega$，称"A 与 B 同时发生"这一事件为 A 和 B 的积事件或交事件。记作 $A\cdot B$ 或 $A\cap B$。

显然 $A\cap\Phi=\Phi$，$A\cap\Omega=A$，$A\cap A=A$，$A\cap B\subset A$，$A\cap B\subset B$。

若 $A\subset B$，则 $A\cap B=A$。

如例 1－7 中，若 $C=\{$直径合格$\}$，$D=\{$高度合格$\}$，则 $C\cdot D=\{$产品合格$\}$。

推广：设 n 个事件 $A_1, A_2...A_n$，称“$A_1, A_2...A_n$ 同时发生”这一事件为 $A_1, A_2...A_n$ 的积事件。记作 $A_1\cap A_2...A_n$ 或 $A_1 A_2...A_n$ 或 $\bigcap\limits_{i=1}^{n} A_i$。

同样积事件的概念也可以推广为可列个事件的情形。

4. 差事件

定义：设 $A,B\subset\Omega$，称“A 发生 B 不发生”这一事件为 A 与 B 的差事件，记作 $A-B$。

如例 1－7 中 $A-B=\{$该产品的直径不合格，高度合格$\}$，明显地有 $A-B=A-AB$，$A-\Phi=A$。

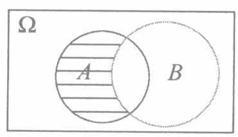

图 1.4

5. 对立事件

定义：称“$\Omega-A$”为 A 的对立事件或称为 A 的逆事件，记作 $\overline{A}$。

$$A\cup\overline{A}=\Omega,\ A\overline{A}=\Phi$$

由此说明，在一次试验中 A 与 $\overline{A}$ 有且仅有一个发生。

即不是 A 发生就是 $\overline{A}$ 发生。

显然 $\overline{\overline{A}}=A$，由此说明 A 与 $\overline{A}$ 互为逆事件。

$$\overline{\Omega}=\Phi,\ \overline{\Phi}=\Omega,\ A-B=A\overline{B}$$

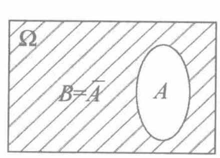

图 1.5