中国社会科学引文索引（CSSCI）来源集刊

制度经济学研究

第二十辑

Research of Institutional Economics

黄少安／主编

经济科学出版社

中国社会科学引文索引（CSSCI）来源集刊

制度经济学研究

第二十辑

黄少安　主编

经济科学出版社

图书在版编目（CIP）数据

制度经济学研究．第二十辑/黄少安主编．—北京：经济科学出版社，2008.6
ISBN 978-7-5058-7219-6

Ⅰ.制…　Ⅱ.黄…　Ⅲ.新制度经济学-文集
Ⅳ.F091.349-53

中国版本图书馆CIP数据核字（2008）第071675号

责任编辑：吕　萍　陈　静
责任校对：徐领柱
版式设计：代小卫
技术编辑：邱　天

制度经济学研究
第二十辑
黄少安　主编
经济科学出版社出版、发行　新华书店经销
社址：北京市海淀区阜成路甲 28 号　邮编：100036
总编室电话：88191217　发行部电话：88191540
网址：www. esp. com. cn
电子邮件：esp@ esp. com. cn
汉德鼎印刷厂印刷
德利装订厂装订
787 × 1092　16 开　15 印张　270000 字
2008 年 6 月第 1 版　2008 年 6 月第 1 次印刷
ISBN 978 – 7 – 5058 – 7219 – 6/F · 6470　定价：25. 00 元
（图书出现印装问题，本社负责调换）

制 度 经 济 学 研 究

Research of Institutional Economics

目　　录

论文

文献综述

译文

会议综述

CONTENTS

交易成本不为零条件下的一般均衡分析*

谢志平**

【摘　要】交易成本固定项会破坏消费者名义偏好的连续性和凸性，从而使得消费者的理性选择变得十分复杂。本文发现了一种解析几何方法，该方法通过把非线性规划问题用动态规划的方法处理后，可以把多维空间的消费者理性选择问题转换到二维平面中分析，从而大大简化了交易成本固定项引起的复杂性。在交易成本固定项也大于零的条件下，本文证明：（1）市场的供求函数在许多价格点是不连续的，但供求曲线是关于市场报价连续移动的，且在不连续的地方，交易者是否交易无差异；（2）市场均衡价格总是存在的，但在均衡价格下，市场彻底出清的条件是：要么协商交易成本为零，要么在特殊条件下采用计划手段。

【关键词】一般均衡　交易成本　偏好的凸性　偏好的连续性　供求函数的连续性

中图分类号：F063.1　文献标识码：A

一、介　　绍

阿罗－德布鲁（Arrow-Debreu，1954）首先严格地证明了在许多强假设条件下的瓦尔拉斯均衡的存在性。此后，许多经济学家投入了大量的精力去弱化那些强的假设条件。比如，德布鲁（Debreu，1959）引入了或然性，汉（Hahn，1971）建立了一个考虑存量和特殊交易成本的模型，马斯克莱尔

* 本文是教育部人文社科重大课题攻关项目“马克思主义产权理论、现代西方产权理论与中国改革实践”（首席专家：黄少安；项目号：04JZD007）的系列成果之一；是山东省自然科学基金项目（Y2004H01）的系列成果之一。

** 谢志平，经济学博士，山东大学经济研究院（中心）副教授；地址：（250100）山东省济南市山大南路山东大学经济研究院（中心）；E-mail：zpxie1963@gmail.com.

（Mas-Colell，1974）证明了不要完全性和传递性的消费者偏好下的瓦尔拉斯均衡的存在性，布利（Bewley，1972）和阿里普朗蒂斯和布朗（Aliprantis and Brown，1983）把商品空间发展到无限维，昆兹（Quinzii，1984）考虑了商品的不连续性，等等。

交易成本在现实经济活动中是不可避免的。自从科斯（Coase，1937）提出交易成本这一概念，交易成本在社会经济中的地位已经逐步地被经济学家们研究得越来越清楚。

交易成本为零是阿罗－德布鲁模型隐含的前提性假设。弱化这一假设的意义是不言而喻的。故把交易成本引入一般均衡框架是必然之举，经济学家们也为此作出了许多努力。

最早在一般均衡框架下讨论交易成本的是佛雷（Foley，1970），他定义了一个销售价和一个购买价，两者之差是交易成本，这意味着他讨论的是线性齐次的交易成本（无固定项，交易成本与交易量成比例）。之后，汉（Hahn，1971）和斯德尔特（Starrett，1973）建立了一个序列经济模型，该模型把社会看成一个大企业，所有的交易成本都由该企业承担。再之后，科兹（Kurz，1974）在纯交换经济条件下引入了无固定项的交易成本，并证明了瓦尔拉斯均衡的存在性。此后，尽管有不少经济学家作了大量努力，但一直未能看到成功地将交易成本的固定项引入的成果。

本文将在交易成本处于一般的情况下（即交易成本的固定项也大于零），讨论阿罗－德布鲁（Arrow-Debreu，1954）经济的一般均衡问题。或者说，本文将在阿罗－德布鲁基础上全面地弱化交易成本为零的前提性假设。

交易成本固定项的引入意味着在多维空间中掺入了许多奇异点，这些奇异点将打破名义偏好的连续性和凸性。因此，引入交易成本的固定项是一项经济学和数学共同的大挑战。

笔者经过多年努力，创造了一种解析几何工具。运用这种几何工具，通过把非线性规划问题用动态规划的方法来处理，就可以在二维平面上，把多维空间中交易成本固定项产生的对偏好的凸性和连续性的破坏对消费者决策行为的影响直接显示出来，从而大大地简化了一般均衡分析的过程。

但是，新问题出现了：本文证明，交易成本固定项也将破坏市场供求函数的连续性。

在无交易成本的世界里，固定生产成本等也会引起市场供求函数的不连续；不过，利用里阿普罗夫定理（Lyapunov Theorem）可证明：在完全竞争条件下瓦尔拉斯均衡一般仍能保证。[①] 那么，在交易成本不为零的世界里，

① 参见希尔登布兰德著作（Hildenbrand，1974）。

情况又如何呢？

本文证明，一般情况下，交易成本固定项引入后，完全竞争经济的瓦尔拉斯均衡一般仍能保证。但是在一种小概率事件下，即，当非无穷小比例的交易者采取同步化的决策行动时，纯市场经济自身就不能保证瓦尔拉斯均衡的存在。

不过，在可以使用计划工具的市场经济中，完全竞争经济的这种小概率条件下的缺陷是可以克服的。

当然，如果没有计划手段，还有一种手段可以用来替代，那就是通过协商。但是这种替代需要一个条件，它要求协商交易成本为零。也就是说，只要协商交易成本为零，即使不允许使用计划手段，市场出清也能保证。可是，在交易成本不为零的世界里，假定协商交易成本为零本身不合理，而本文又证明了协商交易成本不为零的协商是不能代替计划的。因此，这使得我们不得不在以后继续探索新的理论出路。

本文的内容安排如下：第二部分对本文中的交易成本进行数学定义；第三部分讨论在只有两种商品条件下的纯交换经济中交易成本会对一般均衡产生的影响（这是最简单的情形，目的只是让读者对本文的基本思想有一个基本认识）；从第四部分起，本文将把问题扩展到一般情形，生产部门中的交易成本问题；第四部分讨论交易成本的固定项对消费者理性选择行为的影响；第五部分一方面讨论引入交易成本固定项以后供求函数的性质，另一方面定义偏市场均衡价格并讨论其性质；第六部分讨论一般均衡存在的条件并做总结。

二、本文中交易成本的数学定义

不同的经济学家对交易成本有不同的定义。但无论如何定义，交易成本可分成两类：一是建立市场制度所需的交易成本，二是执行交易过程所需的交易成本。[①] 因为前者对于交易者的理性选择而言是沉没成本，故本文只考虑后者，并且是从每个个体独立承担的交易成本对其决策的影响角度来考虑。

与阿罗-德布鲁相同，本文将讨论 m 个消费者、n 个生产者、l 种普通商品的完全竞争经济模型，同样地用 $i=1, 2, \cdots, m$；$j=1, 2, \cdots, n$；$h=1, 2, \cdots, l$ 来分别表示不同的消费者、不同的生产者、不同的商品。本文假定，所有交易者必须在有限时间之内完成所有决策。

本文将直接引入货币，并将之当作一种特殊的商品。

① 参见黄少安著作（1995）。

本文将不深入讨论为什么要引入货币，只把引入货币认为是理所当然的事情，因为一方面这样符合现实，另一方面至少我们可以把货币仅仅当作一种不影响当事人决策的商品价值的计量工具（numeraire）。

事实上，如果让每个交易者的初始货币禀赋为零，且假定效用函数是独立于货币的，那么，引入货币与不引入货币是完全等效的。所以，完全可以说，不考虑货币的模型（例如，阿罗－德布鲁的模型）只是考虑货币的模型的一种特例。一个易货交易完全可以分解成两个相应的“钱货”交易，就像汉（Hahn，1971，p. 436）所说：“货币制度下市场活动的集合包括易货交易活动的集合，但反之不亦然。”

用 $h=0$ 来表示货币。于是，商品的空间就是 $l+1$ 维的。

模型中，$x_i=(x_{0i}, x_{1i}, \cdots, x_{li})$ 表示第 i 个消费者的实际消费，$\zeta_i=(\zeta_{0i}, \zeta_{1i}, \cdots, \zeta_{li})$ 表示第 i 个消费者的资源禀赋，$x_i^n=(x_{0i}^n, x_{1i}^n, \cdots, x_{li}^n)$ 表示考虑交易成本后第 i 个消费者的名义消费。于是，$x_i^n-\zeta_i$ 表示第 i 个消费者的（净）购买。向量 $p=(p_0, p_1, \cdots, p_l)$ 表示各种商品的初始市场价格（瓦尔拉斯拍卖人的报价），其中，$p_0\equiv 1$。令 $\eta^h=-p_h/p_0$，称之为（相对）比价，则 $\eta=(\eta^0, \eta^1, \cdots, \eta^l)$。

假定生产者的初始禀赋为零向量，生产本身不消耗货币，也不创造货币，每个生产者控制的企业都属于相应的消费者，每个企业得到的利润都按持股比例分配给相应的消费者。第 i 个消费者对第 j 个企业的持股比例为 α_{ij}，并且 $\alpha_{i1}+\cdots+\alpha_{in}=1$。

第 j 个企业的生产可能集合为 Y_j，Y_j 为 R^{l+1} 中的有界子集，Y_j 中的每一个元素都是一个可行的生产计划。本文假定，Y_j 是一个顶点为零的凸锥，[①] 即每个生产者都是规模收益率不变的。于是 0 是 Y_j 的元素。第 j 个企业的实际生产用 y_j 来表示，y_j 是 Y_j 中的一个元素，它的正分量表示产出品，负分量表示投入品。第 j 个企业的实际销售用 y_j^s 来表示，它的正分量表示卖出商品，负分量表示买入商品。

本文中，所有个体都是价格的接受者，且假定价格信息免费。[②]

定义 1：第 i 个消费者为实现名义购买 $x_i^n-\zeta_i$，从作出进入市场的决定之后到退出市场的整个过程中，所不得不付出的正代价（包括价格信息以外的信息费、交通费、时间的机会成本、谈判费、运费等）称为第 i 个消费

① 参见德布鲁著作（Debreu，1995）。

② 许多研究制度经济学的经济学家反对新古典经济学中免费价格信息的假定。本文也可以不假定价格信息免费，不过，从交易者市场决策的角度看，价格信息成本是一种沉没成本，对决策过程和结果都没有影响，而只对制度本身的选择有影响。所以，在本文中假设价格信息为零和假设价格信息成本不为零是等价的。

者所承担的直接交易成本（简称交易成本），记为 $x_i^c(x_i^n)=[x_{0i}^c(x_i^n),\cdots,x_{li}^c(x_i^n)]$。这里，$x_{gi}^c(x_i^n)=\sum_{h=1}^{l}x_{gi}^{ch}(x_{hi}^n)$，$g=0,1,\cdots,l$；其中，$x_{gi}^{ch}(x_{hi}^n)$ 表示第 h 种商品的交易中以交易成本的方式消耗的第 g 种商品的量。函数 $x_i^c(\cdot)$ 为外生。

令 $x_i=f_{ci}(x_i^n)=x_i^n-x_i^c(x_i^n)$，则有 $x_i^n=f_{ci}^{-1}(x_i)=x_i+x_i^c[f_{ci}^{-1}(x_i)]$，其中 $f_{ci}^{-1}(\cdot)$ 为 $f_{ci}(\cdot)$ 的反函数。

当 $x_{hi}^n=\zeta_{hj}$；$x_{gi}^{ch}(x_{hi}^n)=x_{gi}^{ch}(\zeta_{hj})=0$；$h=1,\cdots,l$；$g=0,1,\cdots,l$。

定义 2：当第 j 个企业在完全竞争市场中进行交易，它为了保证其实际生产 y_j 能够恰好实现而在购销过程中所不得不付出的正代价（包括价格信息以外的信息费、交通费、实践的机会成本、谈判费、运费等），被称为第 j 个企业所承担的直接交易成本（简称交易成本），记为 $y_j^c(y_j)=[y_{0j}^c(y_j),y_{1j}^c(y_j),\cdots,y_{lj}^c(y_j)]$；$y_{gi}^c(y_j)=\sum_{h=1}^{l}y_{gi}^{ch}(x_{hi}^n)$；$g=0,1,\cdots,l$。

定义 3：$x_{gi}^{0h}(x_{hi}^n)=\lim\limits_{x_{hi}^n\to\zeta_{hi}}x_{gi}^{ch}(x_{hi}^n)$，$x_{gi}^{th}(x_{hi}^n)=x_{gi}^{ch}(x_{hi}^n)-x_{gi}^{0h}(x_{hi}^n)$；

$$y_{hj}^0(y_j)=\lim_{y_j\to 0}y_{hj}^c(y_j),\ y_{hj}^t(y_j)=y_{hj}^c(y_j)-y_{hj}^0(y_j),$$

$$(h,\ g=0,1,\cdots,l)。$$

则，$\lim\limits_{x_i^n\to\zeta_i}x_{hi}^t(x_i^n)=0$，$\lim\limits_{y_j\to 0}y_{hj}^t(y_j)=0$。

$x_i^0(x_i^n)$ 和 $y_j^0(y_j)$ 就是交易成本的固定项。在科兹（Kurz，1974）的模型中固定项为零。

为了保证非奇异点情况下的凸性，本文假定：$x_i^t(x_i^n)$ 和 $y_j^t(y_j)$ 为连续的凸函数。

定义 4：交易者在作出是否进入市场决策之前相互进行协商所必需的代价（通讯费、时间的机会成本等）为协商交易成本。这种交易成本也是为了执行交易而付出的成本。

此外，其余的关于交易者的假定与阿罗－德布鲁相同。

三、生产部门中的交易成本问题

本文中所讨论的生产者独立承担的交易成本可以看成是整个生产成本中的一部分。

当交易成本固定项为零，只要 $y_{hj}^t(y_j)$ 为关于交易量的凸函数，交易成本就不会影响生产技术的凸凹性，这种情况与阿罗－德布鲁的模型没有本质区别。

但当交易成本固定项不为零，就相当于生产过程有了固定的长期成本，这意味着生产者的长期成本函数具备了短期成本函数的性质。即，长期生产技术会短期化。

以下我们以单一产出品的生产者 j 为例讨论其供给和需求函数的性质。不失一般地假定，第 1 种商品为产出品，在所有的商品中，只有第 2，…，L 种（$L \leqslant l$）商品为该企业的投入品。

生产者 j 的长期固定平均成本为 $AC_j^0(p,\ y_{1j}^s)=\dfrac{1}{y_{1j}^s}\sum\limits_{h=2}^{L} p_h y_{hj}^0(y_j)$。

生产者 j 的长期可变平均成本为 $AC_j^t(p,\ y_{1j}^s)=\dfrac{1}{y_{1j}^s}\sum\limits_{h=2}^{L} p_h y_{hj}+\dfrac{1}{y_{1j}^s}\sum\limits_{h=2}^{L} p_h y_{hj}^t(y_j)$。

长期总平均成本为 $TC_j^t(p,\ y_{1j}^s)=AC_j^0(p,\ y_{1j}^s)+AC_j^t(p,\ y_{1j}^s)$，长期边际成本为 $TMC(p,\ y_{1j}^s)$。

根据生产者理论，如图 1，当 $y_{1j}^s>0$，总平均成本是关于产出品产量的凸函数，其利润最大化时一定有边际成本等于边际收入。

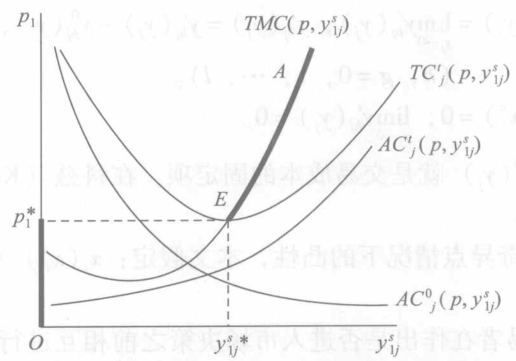

图 1　生产者的供给与价格之间的关系

所以，该生产者的供给函数如图 1 的黑色粗线。当 $p_1<p_1^*$，y_{1j}^s 的最佳选择为零；当 $p_1>p_1^*$，y_{1j}^s 的最佳选择在曲线 EA 上；当 $p_1=p_1^*$，y_{1j}^s 的最佳选择为零或 y_{1j}^{s*}。就是说，当 $p_1=p_1^*$，该生产者的供给函数会发生不连续的跳跃。不过，当 $p_1=p_1^*$，y_{1j}^s 的最佳选择为零或 y_{1j}^{s*} 对应的利润是无差异的。

下面看看第 2 种商品的价格发生变化的影响。当然，$TC_j^t(p,\ y_{1j}^s)$、$TMC(p,\ y_{1j}^s)$ 和 p_1^* 都是关于 p 中除了第 1 个分量以外的分量的增函数。如果在 p 中第 2 个分量增加之前有 $p_1^*<p_1$，而当 p 中第 2 个分量增加之后，$TC_j^t(p,\ y_{1j}^s)$ 上移导致 $p_1^*>p_1$，那么 y_{1j}^s 的最佳选择就会从大于零的值变为等于零的值。进一步地，由于 y_{1j}^s 的最佳选择从大于零的值变为等于零的值，y_{2j}^s 的最佳选择也会从不为零的值变为等于零的值。也就是说，y_{2j}^s 的最佳选择在第 2

种商品的价格发生变化的过程中也会跳跃。设 y_{2j}^{s} 的最佳选择在 $p_2=p_2^*$ 时发生跳跃，p_2^* 当然是 p_1 的连续增函数，是 p_3，…，p_L 的连续减函数。同理我们可以得到 p_h^*，$h=3$，…，L。

令 $OC_{hj}(p)$ 为 $-y_{hj}^{s}$ 的最佳选择值（称之为购买函数），它大于零表示购入，小于零表示售出。$OC_{hj}(p)$ 不是关于 p 的连续函数，但是曲线 EA 是关于 p 的连续移动的曲线，所以，p_1^* 是关于 p 中除了第 1 个分量以外的分量的连续函数。同理，y_{hj}^{s} 的最佳选择的跳跃点对应的 p 中第 h 个分量的值也是关于 p 中除了第 h 个分量以外的分量的连续函数。

给定一个价格（瓦尔拉斯拍卖人报价），即生产者 j 可实现的最大售后利润为 $\pi_j^s(p)$。

广义地说，任何一种商品都既可以作为某生产者的产出品也可以作为投入品。当第 h 种商品为产出品时，令 $\eta_j^{sh}=-p_h^*$，$h=1$，…，l。当第 h 种商品为投入品时，令 $\eta_j^{bh}=-p_h^*$。每个生产者都可能同时既是第 h 种商品的潜在买方又是潜在卖方。当 $-p_h<\eta_j^{sh}$，该生产者就成为真正的卖方；当 $-p_h>\eta_j^{bh}$，该生产者就成为真正的买方。因为同一个生产者不可能同时对第 h 种商品既买又卖，所以必有 $\eta_j^{bh}\geqslant\eta_j^{sh}$。当 $\eta_j^{bh}>-p_h>\eta_j^{sh}$，该生产者就不买也不卖。

四、消费者的交易成本问题

1. 无交易成本时

在无交易成本的经济中，当 $l=m=2$，$n=0$，经济均衡问题可以用艾奇沃斯方盒（Edgeworth Box Diagram）来分析。① 在艾奇沃斯方盒中可以得到每个消费者的提供曲线。但因为每个消费者自己的提供曲线完全独立于另一人的特征，只取决于自己的偏好和初始资源禀赋，所以可以把描绘消费者提供曲线的艾奇沃斯方盒拆开，得到各自的提供曲线图。②

如图2，ζ_i 为第 i 个（$i=1$，2）消费者的初始禀赋点，该消费者的预算约束线一定会经过该禀赋点。给定一个价格，对应的预算线就会与某一无差异曲线相切，其切点就是对应的马歇尔需求点，记为 x_i^*。当价格发生变化，预算约束线就会旋转，对应的马歇尔需求点也会移动，其轨迹就是该消费者的提供曲线，记为 OC_i。$x_i^*-\zeta_i$ 为购买向量，它是预算线斜率的函数。用 η 表示预算线的斜率，则有 $OC_i(\eta)=x_i^*-\zeta_i$。称 $OC_i(\eta)$ 为关于 η 的购买函数。

① 参见马斯克莱尔等著作（Mas-Colell, et al., 1995, pp. 515-525）。

② 详见谢志平、黄少安著作（2004）。

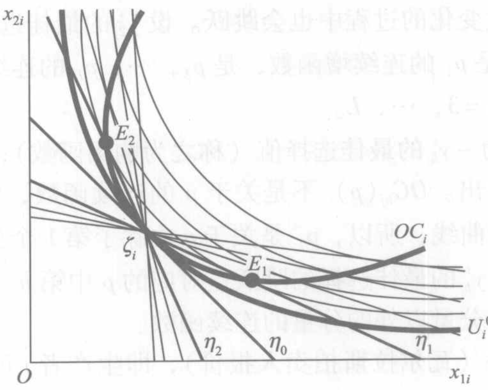

图2　消费者的提供曲线

当 $m>2$，第 i 个（$i=1$，2，…，m）消费者的提供曲线和购买函数都可同样地得到。于是，市场均衡的条件就是：$\sum_{i=1}^{m} OC_i(\eta)=0$。

当 $l>2$，二维空间中的曲线就无法同时而又直接地显示购买函数所有分量与价格之间的对应关系，而只能分别地显示购买函数的各个分量与价格之间的对应关系。

假设每个交易者在一开始就把所有的资源禀赋按照给定的价格（瓦尔拉斯拍卖人报价）换成货币，然后再按照同样的价格分别购买自己想要的商品，以达到效用的最大化。

当第 i 个消费者卖出其所有的资源禀赋，他拥有的货币总量将为 $M_i=\sum_{j=1}^{n}\alpha_{ij}\pi_j^s(p)+\sum_{h=0}^{l}p_h\zeta_{hi}$；$\sum_{j=1}^{n}\alpha_{ij}\pi_j^s(p)$ 是他分得的利润。因为市场是完全竞争的，每一个企业都得不到超额利润，所以消费者能够得到的利润与他拥有的总股票价值成固定比例（他可以在股票市场上自由地选择持有哪个企业的股票），无论他的股本投到哪个企业，他的总利润收入都是一样的。因此，M_i 是常数。

在没有交易成本的情况下，该消费者的效用最大化的一般模型为：

$$\max_{x_i} u_i(x_i)$$
$$\text{s. t.}\quad p\,x_i\leqslant M_i \tag{1}$$

假设该模型的马歇尔需求为 $x_i(p, M_i)=x_i^*$，其间接效用函数为 $v_i(p, M_i)=u_i(x_i^*)$。

令 $p_{-h}=(p_1, \cdots, p_{h-1}, p_{h+1}, \cdots, p_l)$；$x_{-hi}=(x_{1i}, \cdots, x_{(h-1)i}, x_{(h+1)i}, \cdots, x_{li})$；$\zeta_{-hi}=(\zeta_{1i}, \cdots, \zeta_{(h-1)i}, \zeta_{(h+1)i}, \cdots, \zeta_{li})$；$\eta_{-h}=(\eta^1, \cdots, \eta^{h-1}, \eta^{h+1}, \cdots, \eta^l)$。

我们可以通过将非线性规划问题用动态规划的方法来处理把该模型分成两步进行：第一步先把 x_{hi} 固定，并从 M_i 中分出 M_i^{-h} 来购买 x_{-hi}。即，先把 M_i^{-h} 和 x_{hi} 当作参变量，然后第二步再来确定 M_i^{-h} 和 x_{hi} 的最佳值。具体如下：

不失一般地，以第一步固定 x_{1i} 为例。于是，第一步的模型为：

$$\begin{aligned}&\max_{x_{-1i}} u_i(x_i)\\&\text{s.t.}\quad p_{-1}x_{-1i}\leqslant M_i^{-1}\end{aligned}\tag{2}$$

设该模型的解为 $x_{-1i}(x_{1i},\ p_{-1},\ M_i^{-1}) = x_{-1i}^* = (x_{2i}^*,\ \cdots,\ x_{li}^*)$，称之为第 1 偏马歇尔需求，它是 $l-1$ 维向量。对应地，其效用为 $u_i(x_{1i},\ x_{-1i}^*)$，称为第 1 偏间接效用函数（缩写为 PIU_{1i}），记作 $v_{1i}(x_{1i},\ p_{-1},\ M_i^{-1})$。给定 p_{-1}，$v_{1i}(x_{1i},\ p_{-1},\ M_i^{-1})$ 是关于 x_{1i} 和 M_i^{-1} 的函数。

图 3 中，在计量 x_{1i} 和 M_i^{-1} 的二维平面中，$v_{1i}(x_{1i},\ p_{-1},\ M_i^{-1})$ 将形成一个无差异曲线族。令 $\zeta_{mi}^{-1} = \zeta_{mi}^{-1}(\zeta_i,\ p_{-1}) = \zeta_{0i} + \sum_{h=2}^{l} p_h\zeta_{hi}$，则 $M_i = p_0\zeta_{mi}^{-1} + p_1\zeta_{1i}$。点 $\bar{\zeta}_{1i}$ 的坐标为 $(\zeta_{1i},\ \zeta_{mi}^{-1})$，我们称之为第 1 商品的偏禀赋点（或第 1 偏禀赋点）。其含义是：第 1 种商品的净买卖量为零，而其余商品换回的货币全部用于购买其他商品。

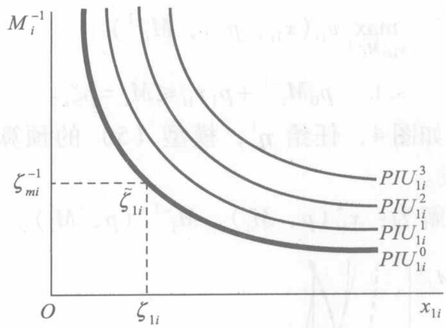

图 3　偏间接效用无差异曲线族

命题 1：如果 $u_i(x_i)$ 为拟凹函数，则 $v_{1i}(x_{1i},\ p_{-1},\ M_i^{-1})$ 为关于 x_{1i} 和 M_i^{-1} 的拟凹函数。

证明：模型（3）的预算约束集合为 $B = \{x_{-1i} \mid p_{-1}x_{-1i} \leqslant M_i^{-1}\}$。

计量 x_{1i} 和 M_i^{-1} 二维平面中任给两个点 $(\bar{x}_{1i},\ \bar{M}_i^{-1})$ 和 $(\bar{\bar{x}}_{1i},\ \bar{\bar{M}}_i^{-1})$。设点 $(\bar{\bar{\bar{x}}}_{1i},\ \bar{\bar{\bar{M}}}_i^{-1})$ 满足：$\bar{\bar{\bar{x}}}_{1i} = \lambda\bar{x}_{1i} + (1-\lambda)\bar{\bar{x}}_{1i}$，$\bar{\bar{\bar{M}}}_i^{-1} = \lambda\bar{M}_i^{-1} + (1-\lambda)\bar{\bar{M}}_i^{-1}$，$0<\lambda<1$。设，对应的偏马歇尔需求分别为：$x_{-1i}(\bar{x}_{1i},\ p_{-1},\ \bar{M}_i^{-1}) = x_{-1i}^* = (x_{2i}^*,\ \cdots,\ x_{li}^*)$；$x_{-1i}(\bar{\bar{x}}_{1i},\ p_{-1},\ \bar{\bar{M}}_i^{-1}) = x_{-1i}^{**} = (x_{2i}^{**},\cdots,\ x_{li}^{**})$；$x_{-1i}(\bar{\bar{\bar{x}}}_{1i},\ p_{-1},\ \bar{\bar{\bar{M}}}_i^{-1}) = x_{-1i}^{***} = (x_{2i}^{***},\ \cdots,\ x_{li}^{***})$。对应于 $(\bar{\bar{\bar{x}}}_{1i},\ \bar{\bar{\bar{M}}}_i^{-1})$，有模型：