



普通高等教育
电气工程与自动化类
“十一五”规划教材

ADVANCED DIGITAL SIGNAL PROCESSING 高等数字信号处理

吴正国 尹为民 侯新国 欧阳华 编著



机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

普通高等教育电气工程与自动化类“十一五”规划教材

高等数字信号处理

吴正国 尹为民 侯新国 欧阳华 编著
舒 勤 主审



机械工业出版社

本书在简述本科课程“数字信号处理”部分主要内容的基础上,详细介绍了现代谱估计、高阶谱估计、自适应滤波、短时傅里叶变换及小波变换等现代信号处理技术的基本理论与方法。本书理论联系实际,突出了MATLAB软件的应用,在最后一章中以几个典型应用方案介绍了现代信号处理技术在电气工程领域的应用。

本书适用于电气工程、机械工程及其相关领域的研究生和高年级本科生阅读,也可供相关工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

高等数字信号处理/吴正国等编著. —北京:机械工业出版社, 2009.4

普通高等教育电气工程与自动化类“十一五”规划教材

ISBN 978-7-111-26425-5

I. 高… II. 吴… III. 数字信号-信号处理-高等学校-教材 IV. TN911.72

中国版本图书馆CIP数据核字(2009)第026505号

机械工业出版社(北京市百万庄大街22号 邮政编码100037)

策划编辑:于苏华 责任编辑:关晓飞

版式设计:张世琴 责任校对:吴美英

封面设计:王洪流 责任印制:乔宇

北京京丰印刷厂印刷

2009年4月第1版·第1次印刷

184mm×260mm·19.5印张·484千字

标准书号:ISBN 978-7-111-26425-5

定价:38.00元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换

销售服务热线电话:(010) 68326294

购书热线电话:(010) 88379639 88379641 88379643

编辑热线电话:(010) 88379728

封面无防伪标均为盗版

全国高等学校电气工程与自动化系列教材
编 审 委 员 会

主任委员 汪樾生 浙江大学

副主任委员 (按姓氏笔画排序)

王兆安 西安交通大学

王孝武 合肥工业大学

田作华 上海交通大学

刘 丁 西安理工大学

陈伯时 上海大学

郑大钟 清华大学

赵光宙 浙江大学

赵 曜 四川大学

韩雪清 机械工业出版社

委 员 (按姓氏笔画排序)

戈宝军 哈尔滨理工大学

王钦若 广东工业大学

吴 刚 中国科技大学

张纯江 燕山大学

张晓华 哈尔滨工业大学

邹积岩 大连理工大学

陈庆伟 南京理工大学

夏长亮 天津大学

萧蕴诗 同济大学

韩 力 重庆大学

熊 蕊 华中科技大学

方 敏 合肥工业大学

白保东 沈阳工业大学

张化光 东北大学

张 波 华南理工大学

杨 耕 清华大学

陈 冲 福州大学

范 瑜 北京交通大学

章 兢 湖南大学

程 明 东南大学

雷银照 北京航空航天大学

序

随着科学技术的不断进步，电气工程与自动化技术正以令人瞩目的发展速度，改变着我国工业的整体面貌。同时，对社会的生产方式、人们的生活方式和思想观念也产生了重大的影响，并在现代化建设中发挥着越来越重要的作用。随着与信息科学、计算机科学和能源科学等相关学科的交叉融合，它正在向智能化、网络化和集成化的方向发展。

教育是培养人才和增强民族创新能力的基础，高等学校作为国家培养人才的主要基地，肩负着教书育人的神圣使命。在实际教学中，根据社会需求，构建具有时代特征、反映最新科技成果的知识体系是每个教育工作者义不容辞的光荣任务。

教书育人，教材先行。机械工业出版社几十年来出版了大量的电气工程与自动化类教材，有些教材十几年、几十年长盛不衰，有着很好的基础。为了适应我国目前高等学校电气工程与自动化类专业人才培养的需要，配合各高等学校的教学改革进程，满足不同类型、不同层次的学校在课程设置上的需求，由中国机械工业教育协会电气工程及自动化学科教学委员会、中国电工技术学会高校工业自动化教育专业委员会、机械工业出版社共同发起成立了“全国高等学校电气工程与自动化系列教材编审委员会”，组织出版新的电气工程与自动化类系列教材。这套教材基于“**加强基础，削枝强干，循序渐进，力求创新**”的原则，通过对传统课程内容的整合、交融和改革，以不同的模块组合来满足各类学校特色办学的需要。并力求做到：

1. 适用性：结合电气工程与自动化类专业的培养目标、专业定位，按技术基础课、专业基础课、专业课和教学实践等环节，进行选材组稿。对有的具有特色的教材采取一纲多本的方法。注重课程之间的交叉与衔接，在满足系统性的前提下，尽量减少内容上的重复。

2. 示范性：力求教材中展现的教学理念、知识体系、知识点和实施方案在本领域中具有广泛的辐射性和示范性，代表并引导教学发展的趋势和方向。

3. 创新性：在教材编写中强调与时俱进，对原有的知识体系进行实质性的改革和发展，鼓励教材涵盖新体系、新内容、新技术，注重教学理论创新和实践创新，以适应新形势下的教学规律。

4. 权威性：本系列教材的编委由长期工作在教学第一线的知名教授和学者组成。他们知识渊博，经验丰富。组稿过程严谨细致，对书目确定、主编征集、资料申报和专家评审等都有明确的规范和要求，为确保教材的高质量提供了有

力保障。

此套教材的顺利出版，先后得到全国数十所高校相关领导的大力支持和广大骨干教师的积极参与，在此谨表示衷心的感谢，并欢迎广大师生提出宝贵的意见和建议。

此套教材的出版如能在转变教学思想、推动教学改革、更新专业知识体系、创造适应学生个性和多样化发展的学习环境、培养学生的创新能力等方面收到成效，我们将会感到莫大的欣慰。

全国高等学校电气工程与自动化系列教材编审委员会

汪植生 陈树明 郑大钟

前 言

近二十年来,随着计算机技术的发展和普及,数字信号处理的理论和方法获得了飞速的发展,新理论、新方法层出不穷。反映这种发展趋势的现代信号处理教材在国内外也已出版多本,但由于学科发展的历史原因,这些教材在内容、深度及联系实际应用等方面基本上以通信、电子类专业研究生为对象,而极少以电气自动化和机械工程专业研究生为对象。由于电气自动化和机械工程等专业学科的发展,这些学科对现代信号处理技术的需求已十分迫切,因此,出版一本紧密联系现代信号处理技术在电气自动化和机械工程等专业领域应用,并反映现代信号处理技术最新发展成果的研究生教材十分必要。

本书基本定位为,满足电气自动化类专业的研究生(硕士、博士)对现代信号处理技术的需求,适当兼顾机械工程专业研究生,也可供高年级本科生参考阅读。本书以经典的研究生水平的数字信号处理内容为主,适当兼顾与本科数字信号处理内容的衔接,并导论性地介绍信号处理技术的最新发展成果,以保证本书内容的先进性,使学生既打牢基础又有发展的空间。同时,将突出信号处理技术在电气工程领域的应用的思想贯穿始终,使本书特色鲜明。本书的基础定位于本科的“数字信号处理”或“信号与系统”等课程。考虑到研究生理论基础参差不齐的现状,专门在第1章简述了本科“数字信号处理”课程的部分主要内容,作为学习本书的基础知识。若研究生基础较好,本章可不讲,仅供学生参阅。第2~4章重点介绍经典的平稳信号处理技术;第2章介绍功率谱估计方法,其重点是参数法;第3章在第2章基础上介绍高阶谱估计;第4章以LMS算法和LSL算法为重点介绍自适应滤波技术,并简要介绍以高阶累量和自适应算法为基础的盲信号处理技术。第5、6两章介绍非平稳信号处理技术,重点是短时傅里叶变换和小波变换技术,在第5章中还简要介绍了戈勃展开和循环平稳信号处理方法,在第6章中还简要介绍了第二代小波技术——小波提升方案。为引导读者更好地将现代信号处理技术应用于电气工程领域,在最后一章,以几个典型实例介绍了现代信号处理技术的应用,为理论联系实际开拓思路。

本书作为研究生的技术基础课教材,一般要求学生已具备“线性代数”、“随机过程”等数学基础。为理论联系实际,加强教学实践环节,本书在内容、例题和习题等方面加强了与MATLAB软件的联系,要求学生能运用MATLAB软件对所学算法编程,并解决一定的理论和实际问题。另外,还结合讲授内容,介绍了有关最新专业文献,供学生自学或组织课堂讨论,以加深对所讲授内容的理解,进一步开拓视野,培养创新能力。在条件允许时,还可结合课题,利用DSP芯片实现有关算法,解决实际问题。

本书第1、2章由尹为民编写,第3、4章由侯新国编写,第5、6章由吴正国编写,第7章和附录由欧阳华编写,由吴正国负责全书的统稿。历届博士研究生都为本书的编写作过有益的贡献;在本书的编写与出版过程中得到了海军工程大学电气与信息学院领导及机械工业出版社的大力支持;全国高等学校电气工程与自动化系列教材编审委员会的有关专家审阅了本书大纲及部分章节内容;四川大学舒勤教授仔细审阅了全书,并提出了宝贵意见。在此,谨向他们表示诚挚的感谢!

由于作者水平和能力有限，本书选材和叙述难免有一些不妥和错误之处，殷切希望读者予以批评、指正！

编著者

目 录

序

前言

第1章 基础知识 1

1.1 信号与信号空间的基本概念 1	
1.1.1 信号及其分类 1	
1.1.2 噪声 3	
1.1.3 信号空间 4	
1.2 离散时间系统 5	
1.2.1 基本概念 5	
1.2.2 线性时不变系统的描述 6	
1.2.3 全通系统和最小相位系统 10	
1.3 确定性信号的相关函数 11	
1.3.1 相关函数的定义与性质 11	
1.3.2 相关函数与线性卷积 12	
1.4 信号的傅里叶变换 13	
1.4.1 连续时间信号的傅里叶变换 13	
1.4.2 离散时间信号的傅里叶变换 15	
1.4.3 连续时间信号的采样 15	
1.4.4 离散傅里叶变换 15	
1.5 随机信号的功率谱 16	
1.5.1 随机信号及其特征描述 16	
1.5.2 平稳随机信号通过线性系统 18	
1.5.3 统计估计问题 19	
1.5.4 功率谱及其估计 19	
1.6 信号的参数模型 21	
1.6.1 谱分解定理 21	
1.6.2 信号模型 21	
本章小结 23	
参考文献 23	

第2章 现代谱估计 24

2.1 现代谱估计概述 24	
2.1.1 经典谱估计的主要问题 24	
2.1.2 基于信号参数模型的谱估计 方法 24	
2.2 AR 谱估计 24	
2.2.1 AR 模型的正则方程 24	
2.2.2 Levinson-Durbin 算法 26	

2.2.3 AR 谱估计的自相关法 29	
2.2.4 AR 模型阶次的选择 30	
2.2.5 AR 谱估计的性质 30	
2.3 线性预测 32	
2.3.1 前向线性预测 33	
2.3.2 后向线性预测 34	
2.3.3 格形滤波器 34	
2.4 Burg 算法 35	
2.4.1 Burg 算法的基本概念 35	
2.4.2 Burg 算法存在的问题 37	
2.4.3 改进的协方差算法 38	
2.5 ARMA 谱估计 38	
2.5.1 噪声对 AR 谱估计的影响 38	
2.5.2 MA 谱估计的计算 39	
2.5.3 ARMA 谱估计的计算 40	
2.6 扩展 Prony 方法 42	
2.7 多重信号分类法 43	
2.7.1 相关矩阵的特征分解 43	
2.7.2 基于信号子空间的频率估计 45	
2.7.3 基于噪声子空间的频率估计 45	
2.7.4 改进的多重信号分类法 46	
本章小结 47	
习题 48	
参考文献 49	

第3章 高阶谱估计 50

3.1 累量及高阶谱 50	
3.1.1 累量的定义 50	
3.1.2 累量的性质 53	
3.1.3 高阶谱 55	
3.2 高阶谱的估计 59	
3.2.1 非参数法谱估计 59	
3.2.2 高阶谱估计参数法的基本 思路 61	
3.2.3 MA 模型参数估计 63	
3.3 有色噪声背景下的频率估计 68	
3.3.1 谐波过程的累量 68	
3.3.2 高斯有色噪声背景下的谐波	

恢复	71	参考文献	156
3.4 高阶谱的应用	75	第5章 短时傅里叶变换	157
本章小结	79	5.1 时频分析的基本概念	157
习题	80	5.1.1 从傅里叶变换到时频分析	157
参考文献	80	5.1.2 信号分辨率	158
第4章 自适应滤波	82	5.1.3 瞬时频率	160
4.1 维纳滤波与自适应滤波	82	5.1.4 非平稳随机信号	161
4.1.1 线性最佳滤波问题	82	5.2 短时傅里叶变换	163
4.1.2 维纳-霍夫方程	82	5.2.1 连续信号的短时傅里叶变换	163
4.1.3 维纳-霍夫方程的求解	83	5.2.2 短时傅里叶变换的性质	163
4.1.4 横向滤波器的误差性能曲面	84	5.2.3 离散信号的短时傅里叶变换	165
4.1.5 块估计与递推估计	88	5.3 离散短时傅里叶变换及其计算	165
4.1.6 自适应滤波器	88	5.3.1 离散短时傅里叶变换的定义	165
4.2 最小均方自适应滤波算法	90	5.3.2 离散短时傅里叶变换的性质	166
4.2.1 最陡下降法	90	5.3.3 离散短时傅里叶变换的计算	166
4.2.2 LMS 算法	95	5.4 基于离散短时傅里叶变换的信号 重构	169
4.2.3 LMS 牛顿算法	104	5.4.1 滤波器组求和法	169
4.2.4 归一化 LMS 算法	107	5.4.2 精确重构条件	169
4.2.5 变换域块 LMS 算法	109	5.5 戈勃展开	171
4.3 递归最小二乘自适应滤波	112	5.5.1 连续信号的戈勃展开	171
4.3.1 最小二乘算法	113	5.5.2 离散信号的戈勃展开	173
4.3.2 递归最小二乘算法	116	5.5.3 过采样条件下离散信号的 戈勃展开	175
4.3.3 递归最小二乘算法的收敛性	118	5.6 循环平稳信号处理简介	176
4.4 最小二乘格形自适应滤波	121	5.6.1 循环平稳的基本概念	177
4.4.1 递归最小二乘的投影算子 理论	121	5.6.2 谱相关密度函数	178
4.4.2 用向量空间法研究最小二乘 估计问题	127	5.6.3 循环统计量的估计	181
4.4.3 最小二乘格形算法	131	本章小结	183
4.5 自适应滤波器的应用	134	习题	183
4.5.1 自适应系统模拟与逆模拟	135	参考文献	184
4.5.2 自适应控制与逆控制	136	第6章 小波变换	185
4.5.3 自适应干扰抵消	137	6.1 小波与小波变换	185
4.5.4 自适应预测	139	6.1.1 连续小波变换的定义	185
4.6 自适应盲信号处理简介	140	6.1.2 连续小波变换的性质	190
4.6.1 自适应盲信号处理的基本 概念	140	6.1.3 二进小波变换	192
4.6.2 数学建模	143	6.1.4 小波级数	193
4.6.3 可解性与独立性	147	6.1.5 二进小波的构造	197
4.6.4 目标函数及其优化	148	6.2 多尺度分析与滤波器组	200
4.6.5 自适应盲信号处理算法概述	152	6.2.1 多尺度分析	200
本章小结	154	6.2.2 正交基	203
习题	155	6.2.3 多采样率滤波器组	209
		6.2.4 Mallat 算法	215

6.2.5 双正交滤波器组与双正交小波	219	7.1.1 电能质量问题	264
6.3 小波级数的计算	222	7.1.2 基于双小波的短时电压变动信号的检测	264
6.3.1 二进尺度的小波级数计算	222	7.1.3 基于 RLS 算法的时变谐波检测	268
6.3.2 边界延拓问题	228	7.1.4 基于 MUSIC 法和 Prony 法的间谐波参数估计	273
6.3.3 基于梅林变换的快速算法	233	7.2 基于定子电流信号分析的电动机故障诊断	277
6.4 小波包	235	7.2.1 交流感应电动机的故障诊断概述	277
6.4.1 小波包的定义与性质	236	7.2.2 基于 MUSIC 算法的感应电动机转子故障检测	278
6.4.2 空间的正交小波包分解	239	7.2.3 基于定子电流小波包分解的感应电动机轴承故障诊断	282
6.4.3 小波包变换	241	7.3 基于自适应滤波的电力有源滤波器	285
6.5 小波提升方案	247	7.3.1 电力有源滤波器的基本概念	285
6.5.1 提升方案的基本原理	248	7.3.2 直流端电压控制的自适应滤波方法	286
6.5.2 Swelden 算法	249	7.3.3 利用自适应逆控制的电力有源滤波器的检测方法	291
6.5.3 基于懒小波的提升算法	250	本章小结	296
6.6 信号的奇异性检测	251	参考文献	296
6.6.1 信号的奇异性描述	251	附录 A MATLAB 中有关信号处理的常用命令和工具	297
6.6.2 基于小波变换模极大值的奇异性检测	253		
6.6.3 基于小波变换模极大值的信号重构	255		
6.6.4 小波消噪方法	257		
本章小结	261		
习题	262		
参考文献	262		
第 7 章 现代信号处理技术在电气工程领域的应用举例	264		
7.1 电能质量的信号分析	264		

第1章 基础知识

阅读本书需具备信号分析与信号处理等方面的一些基础知识。考虑到一些工科专业人员没有学习过这方面的内容,或对知识有所遗忘,在本章中先简要叙述本书所需要的一些基础知识。对这些知识的详细了解,请参阅参考文献[1-4],或其他有关书籍。

1.1 信号与信号空间的基本概念

1.1.1 信号及其分类

在信号处理学科中,一般用数学函数 $x(t)$ 来表述实际的物理信号。自变量经常是时间,但也可以是其他的物理量,如位置、温度或压力等。当函数的自变量是连续变量时,例如 $x(t)$,称之为连续时间信号;当自变量是离散变量,例如 $x(n)$,称之为离散时间信号,又称为序列。本书将主要讨论离散时间信号。

1. 序列及其表示

时域离散信号是指那些在离散时间变量 $t = t_k (k = \pm 1, \pm 2, \dots)$ 时才有定义的信号。若它是从时域连续信号均匀采样得到的,则将 $t = nT_s (T_s$ 为采样时间, $n = \pm 1, \pm 2, \dots)$ 时刻的信号值定义为离散信号值,即

$$x_a(t) \big|_{t=nT_s} = x_a(nT_s) = x(n) \quad (1-1-1)$$

而在 $t \neq nT_s$ 时刻就没有定义。 $x_a(t)$ 表示连续信号。“采样”(sample)也可称为“取样”或“抽样”。对数字系统来说,被采样以后的信号 $x_a(nT_s)$ 中的采样间隔 T_s 一般不再示出,而 n 表示采样时的序号,所以用 $x(n)$ 表示第 n 个离散时间点的序列值。通常把在整个 n 定义域内 $x(n)$ 集合构成的一组有序数列的组合,称为一个序列。

序列可以用 $\{x(n)\}$ 来表示,为简便计算也可用 $x(n)$ 表示。例如

$$x(n) = \{\dots, 0, 1, 2, 3, 2, 1, \dots\}, \quad -\infty < n < \infty \quad (1-1-2)$$

↑
 $n=0$

其中箭头所指的值表示 $n=0$ 时 $x(n)$ 的值,这里 $x(0)=3$, n 值规定自左向右逐一递增。

序列的另一种表示方法是用图形表示,图 1-1-1 为式(1-1-2)所示的序列。

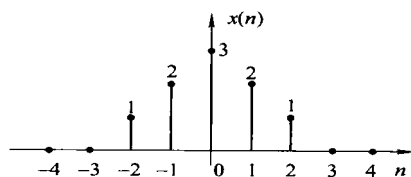


图 1-1-1 序列的图形表示

2. 几种常用信号

(1) 单位采样序列

$$\delta(n) = \begin{cases} 1 & n=0 \\ 0 & n \neq 0 \end{cases} \quad (1-1-3)$$

$\delta(n)$ 在离散时间信号与离散时间系统的分析与综合中有着重要的作用,其地位犹如单位

冲激信号 $\delta(t)$ 对于连续时间信号与连续时间系统。但 $\delta(n)$ 和 $\delta(t)$ 的定义不同, $\delta(t)$ 是广义函数, 其定义如下:

$$\left. \begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt &= 1 \\ \delta(t) &= 0 \quad t \neq 0 \end{aligned} \right\} \quad (1-1-4)$$

上述信号的图形表示如图 1-1-2 所示。

(2) 单位阶跃序列

$$u(n) = \begin{cases} 1 & n \geq 0 \\ 0 & n < 0 \end{cases} \quad (1-1-5)$$

$u(n)$ 在离散时间系统中的应用类似于连续时间系统中的 $u(t)$ 。不过, $u(t)$ 在 $t=0$ 时通常不给予定义, 其定义如下:

$$u(t) = \begin{cases} 1 & t > 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases} \quad (1-1-6)$$

上述信号的图形表示如图 1-1-3 所示。

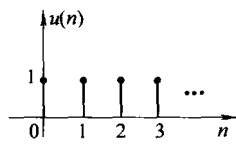
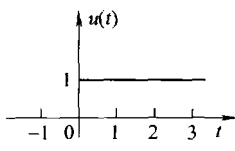
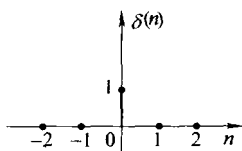
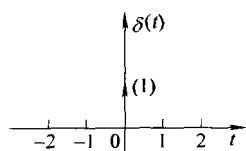


图 1-1-2 $\delta(t)$ 及 $\delta(n)$ 的图形表示

图 1-1-3 $u(t)$ 及 $u(n)$ 的图形表示

$\delta(n)$ 与 $u(n)$ 的关系为

$$\delta(n) = u(n) - u(n-1) \quad (1-1-7)$$

$$u(n) = \sum_{k=-\infty}^n \delta(k) \quad (1-1-8)$$

式(1-1-8)也可表示为

$$u(n) = \sum_{k=0}^{\infty} \delta(n-k) \quad (1-1-9)$$

(3) 正弦序列

正弦序列定义为

$$x(n) = A \sin(\omega n + \varphi) \quad (1-1-10)$$

式中, A 为幅度; ω 为数字域频率; φ 为初相, 单位为弧度。若把模拟信号中的角频率记为 Ω , 且正弦序列是由模拟正弦信号经采样后得到的, 则有 $\omega = \Omega T_s$, 其中 T_s 为采样周期。由于 $\omega = \Omega T_s = 2\pi f/f_s$, f_s 为采样频率 ($f_s = 1/T_s$), 所以 ω 又被称为归一化频率。

(4) 复正弦序列

$$x(n) = e^{j\omega n} = \cos(\omega n) + j \sin(\omega n) \quad (1-1-11)$$

复正弦信号在数字信号处理中有着重要的应用, 它不但是离散信号作傅里叶变换时的基函数, 同时也作为离散系统的特征函数, 在后面的章节中, 会经常遇到它。

3. 任意信号的表示

任意信号 $x(n)$ 都可用单位采样序列的移位加权求和来表示, 即

$$x(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k)\delta(n-k) \quad (1-1-12)$$

4. 信号的分类

前面已将信号分为连续时间信号和离散时间信号两大类, 对于信号, 还有其他的分类方法, 下面以离散时间信号为例, 介绍几种常用的分类。

(1) 周期信号与非周期信号

对于序列 $x(n)$, 若有 $x(n) = x(n+kN)$, k 为整数, N 为正整数, 则称 $x(n)$ 为周期信号, 并将满足此式的最小正整数 N , 称为该周期信号的周期; 否则, $x(n)$ 为非周期信号。

(2) 确定性信号与随机信号

若 $x(n)$ 在任意 n 时刻的值皆能被精确地确定, 则称此信号为确定性信号, 例如前面所列出的信号均是确定性信号。若 $x(n)$ 在 n 时刻的值需要按某种分布律随机确定, 则此信号称为随机信号。

(3) 能量信号与功率信号

序列的能量定义为

$$E = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |x(n)|^2 \quad (1-1-13)$$

如果 $E < \infty$, 称 $x(n)$ 为能量有限信号, 简称为能量信号。

若 $E > \infty$, 则称之为能量无限信号, 例如周期信号、随机信号等都是能量无限信号。对这类信号, 可以用功率来描述它们。信号的功率定义为

$$P = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^N |x(n)|^2 \quad (1-1-14)$$

若 $P < \infty$, 则称 $x(n)$ 为功率有限信号, 简称为功率信号。

(4) 多维信号与多通道信号

若信号是 k 个自变量的函数, 则称它为 k 维信号。例如: 一维语音信号 $x(n)$, n 是时间变量; 二维图像信号 $x(n, m)$, n, m 为坐标变量。

若信号 $X(n)$ 是一个 m 维矢量, 即

$$X(n) = [x_1(n), x_2(n), \dots, x_m(n)]^T \quad (1-1-15)$$

则称 $X(n)$ 为 m 通道信号, 每个分量代表一个信号源。

(5) 采样信号

若一个序列 $x(n)$ 是由一个模拟信号 $x_a(t)$ 采样而成, 即

$$x(n) = x_a(t) \big|_{t=nT_s} = x_a(nT_s) \quad (1-1-16)$$

则称 $x(n)$ 为采样信号, T_s 为采样周期。

1.1.2 噪声

在信号处理时, 对于所采集的信号 $x(n)$, 可以将其分为两个部分, 一是我们感兴趣的信号, 称之为有用信号 $s(n)$, 而其余部分则称之为噪声 $n(n)$ 。显然, 我们总是希望在所采集的信号中不含有噪声。当然, 这在实际中是不可能的。例如, 由于动力电所引起的 50Hz 工频干扰是噪声的一个最大来源。电磁辐射、电子器件的热噪声、对模拟信号采样时所产生的量化噪声, 以及有限位运算 (+, -, ×, ÷) 时所产生的舍入误差噪声等都是噪声的来源。正

因为有这些噪声的存在,才产生了一系列信号处理算法并形成了内容丰富的信号处理理论。

显而易见,有用信号和噪声是相对而言的,取决于研究的对象及要达到的目的。例如,孕妇的心电图检测结果 $x(n)$ 中往往包含孕妇心电图(MECG)和胎儿心电图(FECG)。若 $x(n)$ 用于胎儿监护,则 MECG 为噪声;若用于孕妇监护,则 FECG 为噪声。

若观测信号 $x(n)$ 可表示为 $x(n) = s(n) + n(n)$, 则称 $x(n)$ 中含有加性噪声;若 $x(n) = s(n) \cdot n(n)$, 则称 $x(n)$ 中含有乘性噪声;若 $x(n) = s(n) * n(n)$, 则称 $x(n)$ 中含有褶积性噪声。在许多情况中,可将噪声视为加性噪声,但也有一些情形中,需要将噪声视为乘性噪声甚至褶积性噪声来处理。

在信号处理中,为了模拟所研究的客观对象,常常需要人为地产生不同类型的噪声。其中,最常用的一种噪声模型是所谓的“白噪声”(white noise),白噪声的名称来源于白色光的性质,意即在白噪声 $n(n)$ 中含有相同幅值的所有频率成分。显然,这是一种理想化的噪声模型。

除了白噪声和前面提到的 50Hz 工频噪声外,工程实际中常见的噪声还有有色噪声(colored noise)和脉冲噪声。有色噪声不会包含所有的频率成分,而脉冲噪声是指在短的时间间隔内出现的尖脉冲。

1.1.3 信号空间

为了便于引入新的信号分类方法,将更多的数学工具引入到信号分析与处理的理论研究中,本节将简单介绍有关信号空间的一些基本概念。

1. 信号空间的定义

把信号 $x(t)$ (或 $x(n)$) 设想为空间 X 中的一个元素,即 $x \in X$ 。此处 X 为线性空间(在线性代数中,线性空间即是向量空间)。可以用 $\|x(t)\|_\infty$ (或 $\|x(n)\|_\infty$)、 $\|x(t)\|_1$ (或 $\|x(n)\|_1$)、 $\|x(t)\|_2$ (或 $\|x(n)\|_2$) 等范数来测量给定信号的某个特征量,而对每一类范数,可以定义一个信号空间如下:

$$\left. \begin{aligned} L_\infty &= \{x(t) : \|x(t)\|_\infty < \infty\} \\ L_1 &= \{x(t) : \|x(t)\|_1 < \infty\} \\ L_2 &= \{x(t) : \|x(t)\|_2 < \infty\} \end{aligned} \right\} \quad (1-1-17)$$

或

$$\left. \begin{aligned} l_\infty &= \{x(n) : \|x(n)\|_\infty < \infty\} \\ l_1 &= \{x(n) : \|x(n)\|_1 < \infty\} \\ l_2 &= \{x(n) : \|x(n)\|_2 < \infty\} \end{aligned} \right\} \quad (1-1-18)$$

显然, L_∞ (或 l_∞) 代表最大幅度有限的信号空间; L_1 (或 l_1) 代表幅度绝对可积的信号空间;而 L_2 (或 l_2) 则代表能量有限的信号空间。

由线性代数及泛函理论可知,上述空间都是赋范线性空间,且信号 $x(n)$ 的上述范数 $\|x(n)\|$ 具有下列性质:

- 1) $\|x(n)\| \geq 0$, 若 $\|x(n)\| = 0$, 则 $x(n)$ 为全零信号。
- 2) $\|\lambda x(n)\| = \|\lambda\| \|x(n)\|$, λ 为实数。
- 3) $\|x(n) + y(n)\| \leq \|x(n)\| + \|y(n)\|$ (三角不等式)。

对任意两个信号 $x(n)$ 、 $y(n) \in l_2$ ，定义信号间的距离为

$$d(x, y) = \|x - y\|_2 \quad (1-1-19)$$

$d(x, y)$ 具有下述性质：

- 1) 若 $d(x, y) = 0$ ，则称信号 $x(n)$ 在均方意义下收敛于信号 $y(n)$ 。
- 2) $d(x, y) = d(y, x)$ 。
- 3) $d(x, y) \leq d(x, z) + d(z, y)$ (三角不等式)。

2. 内积空间

若 $x(n)$ 与 $y(n)$ 是信号空间 l_2 中的两个信号，其内积定义为

$$\langle x, y \rangle = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n) y^*(n) \quad (1-1-20)$$

式中， $*$ 表示对信号求共轭运算。若 $\langle x, y \rangle = 0$ ，则称信号 $x(n)$ 与 $y(n)$ 是正交的。

根据泛函分析理论，由式(1-1-20)可知， l_2 空间是希尔伯特空间。这样，就可以方便地将希尔伯特空间的各定义、性质都引入到信号分析与处理的领域中。

由式(1-1-19)和式(1-1-20)，可得到两个信号距离及范数的关系，即

$$d^2(x, y) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} [x(n) - y(n)][x(n) - y(n)]^* = \|x(n)\|_2^2 + \|y(n)\|_2^2 - 2\operatorname{Re}\langle x, y \rangle \quad (1-1-21)$$

式中， Re 表示取实部。由 $d(x, y) \geq 0$ ，可导出许瓦兹不等式：

$$|\langle x, y \rangle|^2 \leq \langle x, x \rangle \langle y, y \rangle \quad (1-1-22)$$

1.2 离散时间系统

1.2.1 基本概念

离散时间系统可以定义为将输入序列 $x(n)$ 映射成输出序列 $y(n)$ 的惟一变换或运算，并用 $T[\cdot]$ 表示，即

$$y(n) = T[x(n)] \quad (1-2-1)$$

一个离散时间系统，既可以是一个硬件装置，也可以是一个数学表达式。图 1-2-1 表示其输入、输出关系。下面是有关离散系统的几个重要定义。

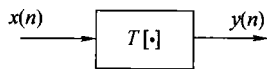


图 1-2-1 离散时间系统的输入、输出关系

1. 线性

线性是指系统的运算或变换满足齐次性和叠加性。

设 $y_1(n)$ 和 $y_2(n)$ 分别是系统对输入 $x_1(n)$ 和 $x_2(n)$ 的响应，即

$$y_1(n) = T[x_1(n)]$$

$$y_2(n) = T[x_2(n)]$$

则系统的线性可表示为

$$y(n) = T[\alpha x_1(n) + \beta x_2(n)] = \alpha T[x_1(n)] + \beta T[x_2(n)] = \alpha y_1(n) + \beta y_2(n) \quad (1-2-2)$$

式中， α 、 β 是任意常数。

2. 时不变性

如果系统的输入输出运算关系 $T[\cdot]$ 在运算过程中不随时间变化, 则称此系统具有时不变性。这个性质意味着

$$y(n - n_0) = T[x(n - n_0)] \quad (1-2-3)$$

同时具有线性和时不变性的离散时间系统称为线性时不变离散时间系统, 简称 LSI 系统。

3. 因果性

如果系统输出响应 $y(n)$ 的变化不会发生在输入响应 $x(n)$ 变化之前, 则此系统是因果的。这一定义说明, 系统在 $n = n_0$ 时刻的响应值 $y(n_0)$, 只跟当前时刻的输入值 $x(n_0)$ 及 $n < n_0$ 时刻的各输入值 $x(n)$ 有关, 和 $n > n_0$ 时刻 $x(n)$ 的输入值无关。一个因果性系统没有对未来的预测性。系统的因果性也就是系统的可实现性, 因果系统才是可以实现的。

4. 稳定性

系统稳定性有不同的定义方式。当且仅当系统对于有界输入产生有界输出时, 则称此系统具有稳定性。

按上述定义, 系统的稳定性可表示如下:

$$\text{若 } |x(n)| \leq B_x < \infty, \quad -\infty < n < \infty$$

则对稳定系统有

$$|y(n)| = |T[x(n)]| \leq B_y < \infty, \quad -\infty < n < \infty \quad (1-2-4)$$

式中, B_x 和 B_y 都是有限常量。这类稳定性通常称为有界输入有界输出 (BIBO) 稳定性。

5. 可逆性

如果系统对每一互不相同的输入激励, 产生各不相同的惟一的一个输出响应, 则称此系统是可逆的。或者说, 根据系统响应可以惟一地确定输入激励。如果系统是可逆的, 则可以构造一个逆系统与之一对应, 两者串联的结果能恢复出原输入激励 $x(n)$, 如图 1-2-2 所示。图中, $T^{-1}[\cdot]$ 表示 $T[\cdot]$ 的逆系统。

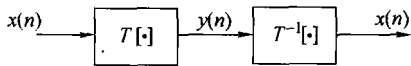


图 1-2-2 系统与其逆系统

需要说明的是, 系统的上述性质是系统本身固有的特性, 和输入激励 $x(n)$ 无关。也就是说, 如果存在符合要求的输入特例, 而使系统对应的特性不存在, 则系统也就不具备该对应的特性。

1.2.2 线性时不变系统的描述

实际应用中最广泛的一类系统是线性时不变 (LSI) 系统, 下面将简要介绍此类系统的描述方法。

1. LSI 系统的单位采样响应

对于 LSI 系统, 可以用它的单位采样响应 $h(n)$ 来表征。

系统的单位采样响应定义为, 系统在零状态条件下, 由单位采样信号作用于系统所产生的输出, 即

$$h(n) = T[\delta(n)] \quad (1-2-5)$$

下面将利用系统的线性和时不变性来导出描述 LSI 系统输入、输出之间的一个重要关系, 即线性卷积 (linear convolution)。

由于任意信号 $x(n)$ 都可用单位采样序列的移位加权求和来表示, 即