

GUANGXUE • GUANGX

光学

- 赵凯华 钟锡华
- 北京大学出版社

下 册

GUANGXUE • GUANGXUE • G

GUANGXUE • GUANGXUE

光 学 上、下册

赵凯华 钟锡华

责任编辑：李采华

北京大学出版社出版

(北京大学校内)

新华书店北京发行所发行

中国科学院印刷厂印刷

850×1168毫米 32开本 21.75印张 530千字

1984年1月第一版 2003年8月第11次印刷

ISBN 7-301-00194-0/O·025

定价：27.50元

内 容 提 要

本书是根据作者在北京大学物理系讲授光学课程的讲义修改补充而成。本书内容丰富，以波动光学为重点，并以“波前”这一概念为纽带联接现代变换光学与传统光学，反映了本学科的现代面貌。书中附有较多的思考题和习题。

全书分上、下两册。上册主要内容：几何光学、波动光学基本原理、干涉装置和光场的时空相干性。下册主要内容：衍射光栅、傅里叶变换光学、全息照相、光在晶体中的传播、光的吸收、色散和散射、光的量子性和激光。

本书可作为高等院校物理专业光学课程教材，也可供其他专业有关师生及工程技术人员参考。

常用物理常数

真空中光速(定义值)	$c = 2.99792458 \times 10^8 \text{ m/s}$
普朗克常数	$h = 6.626 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$
基本电荷	$e = 1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$ $= 4.803 \times 10^{-10} \text{ CGSE}$
玻耳兹曼常数	$k = 1.3806 \times 10^{-23} \text{ J/K} = 8.617 \times 10^{-5} \text{ eV/K}$
阿伏伽德罗数	$N = 6.022 \times 10^{23} / \text{mol}$
电子质量	$m_e = 9.109 \times 10^{-28} \text{ g} = 0.510 \text{ MeV}/c^2$
质子质量	$M_p = 1.6725 \times 10^{-24} \text{ g} = 938.26 \text{ MeV}/c^2$
中子质量	$M_n = 1.6747 \times 10^{-24} \text{ g} = 939.55 \text{ MeV}/c^2$
电子康普顿波长	$\lambda_C = h/m_e c = 2.426 \times 10^{-12} \text{ m}$
玻尔半径	$a = \epsilon_0 h^2 / \pi m e^2 = 0.5292 \times 10^{-10} \text{ m}$
电子经典半径	$r_e = e^2 / 4\pi \epsilon_0 m_e c^2 = 2.8178 \times 10^{-15} \text{ m}$
里德伯常数	$R_H = 109677.576 \text{ cm}^{-1}$ $R_\infty = 109737.31 \text{ cm}^{-1}$
斯特藩-玻耳兹曼常数	$\sigma = 2\pi^5 k^4 / 15 c h^3 = 5.670 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4$
维恩位移常数	$b = 0.2014 hc/k = 2.898 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$
电子伏	$1 \text{ eV} = 1.602 \times 10^{-19} \text{ J}$ 相当的溫度 $1.1605 \times 10^4 \text{ K}$ 相当的频率 $2.418 \times 10^{14} \text{ Hz}$ 相当的波数 $0.8066 \times 10^6 \text{ cm}^{-1}$ $1 \text{ g} = 5.610 \times 10^{26} \text{ MeV}/c^2$
最大光功当量(定义值)	$K_M = 683 \text{ lm/W}$ $1 \text{ A} = 10^{-10} \text{ m}$

下册目录

(带*号的章节为小字部分)

第四章 衍射光栅	(1)
§ 1 多缝夫琅和费衍射.....	(2)
1.1 实验装置和衍射图样(2)	
1.2 N 缝衍射的振幅分布和强度分布(4)	
1.3 缝间干涉因子的特点(7)	
1.4 单缝衍射因子的作用(9)	
1.5 复振幅的计算 黑白光栅和正弦光栅(11)	
思考题(15) 习题(16)	
§ 2 光栅光谱仪.....	(18)
2.1 光栅的分光原理(18)	
2.2 光栅的色散本领和色分辨本领(18)	
2.3 量程与自由光谱范围(22)	
2.4 闪耀光栅(23)	
*2.5 棱镜光谱仪的色分辨本领(27) 思考题(29) 习题(30)	
* § 3 三维光栅——X射线在晶体上的衍射.....	(31)
3.1 晶体点阵(31)	
3.2 X射线(31)	
3.3 X射线在晶体上的衍射——布喇格条件(32)	
3.4 劳厄相和德拜相(37) 思考题(38)	
第五章 傅里叶变换光学	(39)
§ 1 衍射系统的屏函数和相因子判断法.....	(40)
1.1 衍射系统及其屏函数(40)	
1.2 相因子判断法(42)	
1.3 透镜的作用及其位相变换函数(45)	
*1.4 高斯光束经透镜后的变换(49)	
1.5 棱镜的位相变换函数(50) 习题(52)	
§ 2 正弦光栅的衍射.....	(53)
2.1 空间频率概念(53)	
2.2 正弦光栅(55)	
2.3 正弦光栅的衍射图样(56)	
2.4 正弦光栅的组合(58)	
2.5 任意光栅的屏函数及其傅里叶级数展开(60)	
*2.6 过高频信息产生的衰逝波(64)	
2.7 对夫琅和费衍射的再认识(65) 思考题(67) 习题(67)	
§ 3 阿贝成像原理与相衬显微镜.....	(70)
3.1 阿贝成像原理(70)	
3.2 空间滤波概念(73)	
3.3 阿贝-波特空间滤波实验(75)	
3.4 相衬显微镜(77) 思考题(80)	

习题(81)	
* § 4 夫琅和费衍射场的标准形式	(81)
4.1接收夫琅和费衍射场的实验装置(82)	
4.2夫琅和费衍射积分的标准形式(83)	
4.3结论和意义(85)	
思考题(86)	
习题(86)	
* § 5 傅里叶变换 δ 函数	(87)
5.1傅里叶积分变换(87)	
5.2几种典型函数的频谱(90)	
5.3傅里叶变换的性质(96)	
5.4 δ 函数(102)	
5.5 δ 函数的性质(104)	
5.6 δ 函数的傅里叶变换(105)	
习题(110)	
* § 6 空间滤波和信息处理	(112)
6.1用夫琅和费衍射实现屏函数的傅里叶变换(112)	
6.2相干光学图像处理系统(4F系统)(117)	
6.3空间滤波实验(123)	
思考题(126)	
习题(127)	
* § 7 点扩展函数与光学传递函数	(128)
7.1光学系统的像质评价问题(128)	
7.2点扩展函数(129)	
7.3等晕区内像面与物面上强度分布的卷积关系(131)	
7.4简谐信息是空不变系统(等晕区)的本征信息(132)	
7.5光学传递函数(135)	
7.6传递函数在像质评价上的意义(139)	
7.7小结(139)	
思考题(140)	
习题(140)	
第六章 全息照相	(142)
§ 1 全息照相的过程与特点	(142)
§ 2 全息照相的原理	(145)
2.1惠更斯-菲涅耳原理的实质——无源空间边值定解(145)	
2.2波前的全息记录(147)	
2.3物光波前的再现(149)	
2.4线性和二次位相变换函数的作用(152)	
*2.5体全息(155)	
2.6小结(155)	
思考题(156)	
习题(157)	
* § 3 全息术应用简介	(159)
3.1全息电影和全息电视(159)	
3.2全息显微技术(159)	
3.3全息干涉技术(159)	
3.4红外、微波及超声全息照相技术(160)	
3.5全息照相存储技术(161)	
* § 4 傅里叶全息图及其应用举例	(162)

4.1傅里叶全息图(162)	4.2特征字符识别(162)	
第七章 光在晶体中的传播		(165)
§ 1 双折射		(165)
1.1双折射现象和基本规律(165)	1.2单轴晶体中的波面(167)	
1.3晶体的惠更斯作图法(169)	*1.4法线速度(相速)与射线速度	
波法面与射线面(172)	*1.5折射率椭球(175)	
	*1.6双轴晶体(178)	思考题(180) 习题(181)
§ 2 晶体光学器件		(182)
2.1晶体偏振器(182)	2.2波晶片——位相延迟片(184)	思考题(186) 习题(187)
§ 3 圆偏振光和椭圆偏振光的获得和检验		(187)
3.1垂直振动的合成(187)	3.2圆偏振光和椭圆偏振光的获得(191)	
3.3圆偏振光和椭圆偏振光通过检偏器后强度的变化(193)	3.4通过波晶片后光束偏振状态的变化(194)	
	3.5圆偏振光和椭圆偏振光的检验(197)	思考题(199) 习题(201)
§ 4 偏振光的干涉及其应用		(202)
4.1偏振器间的波晶片(202)	4.2显色偏振(205)	
4.3偏振光的干涉条纹(206)	4.4光测弹性(207)	
4.5克尔效应与泡克耳斯效应(209)	*4.6会聚偏振光的干涉(211)	思考题(213) 习题(214)
§ 5 旋光		(215)
5.1石英的旋光现象(215)	5.2菲涅耳对旋光性的解释(217)	
5.3旋光晶体内的波面(220)	5.4量糖术(222)	
5.5磁致旋光——法拉第旋转(223)		思考题(225) 习题(226)
第八章 光的吸收、色散和散射		(228)
§ 1 光的吸收		(228)
1.1吸收的线性规律(228)	1.2复数折射率的意义(230)	
1.3光的吸收与波长的关系(230)	1.4吸收光谱(231)	习题(234)
§ 2 色散		(234)
2.1正常色散(234)	2.2反常色散(235)	
2.3一种物质的全部色散曲线(237)	*2.4经典色散理论(238)	习题(244)

§ 3 群速	(244)
思考题(249) 习题(249)	
§ 4 光的散射	(249)
4.1 散射与媒质不均匀性尺度的关系(249) 4.2 瑞利散射定	
律(251) 4.3 散射光强的角分布和偏振状态(253) 4.4 喇曼散	
射(254) 思考题(257) 习题(257)	
第九章 光的量子性 激光	(258)
§ 1 热辐射	(258)
1.1 热辐射的一般特征及辐射场的定量描述(258) 1.2 基尔霍	
夫定律(261) 1.3 绝对黑体和黑体辐射(263) 1.4 斯特藩-玻	
耳兹曼定律和维恩位移定律(266) 1.5 维恩公式和瑞利-金斯	
公式(267) 1.6 普朗克公式和能量子假说(269) *1.7 光源的	
发光效率(271) *1.8 光测高温法(273) 思考题(274) 习题(274)	
§ 2 光的粒子性和波粒二象性	(276)
2.1 光电效应(276) 2.2 爱因斯坦光子假说与光电效应的解	
释(279) 2.3 康普顿效应(281) 2.4 波粒二象性(285) 思考	
题(289) 习题(290)	
§ 3 玻尔原子模型与爱因斯坦辐射理论	(291)
3.1 原子结构经典理论的困难(291) 3.2 氢原子光谱中的谱线	
系(293) 3.3 玻尔假说(295) 3.4 粒子数按能级的统计分	
布(297) 3.5 自发辐射、受激辐射和受激吸收(298) 3.6 粒子	
数反转与光放大(301) 3.7 能级的寿命(302) 习题(303)	
§ 4 激光的产生	(304)
4.1 激光概述(304) 4.2 激活介质中反转分布的实现(306)	
4.3 增益系数(308) 4.4 谐振腔的作用(309)	
§ 5 激光器对频率的选择	(314)
5.1 由谐振腔决定的纵模间隔和单模线宽(315) 5.2 由激活介	
质辐射决定的线宽(317) 5.3 小结(318)	
§ 6 激光的特性及应用	(319)
6.1 激光光束的特性(319) *6.2 激光的应用(322) 6.3 光速的	
测量与长度单位“米”的定义(324) *6.4 非线性光学效应(327)	

第四章 衍射光栅

广义地说，具有周期性的空间结构或光学性能(如透射率、折射率)的衍射屏，统称光栅。例如在一块不透明的障板上刻划出一系列等宽又等间隔的平行狭缝(见图0-1(a))，就是一种简单的一维多缝光栅。在一张透明胶片上因曝光而记录的一组等宽又等间隔的平行干涉条纹，便是一块一维的正弦光栅。又例如在一块很平的铝面上刻上一系列等间隔的平行槽纹(见图0-1(b))，就是一种反射光栅。晶体由于内部原子排列具有空间周期性而成为天然的三维光栅。光栅的种类很多，有透射光栅和反射光栅，有平面

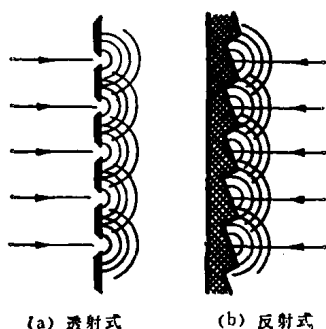


图 0-1 光 栅

光栅和凹面光栅，有黑白光栅和正弦光栅，有一维光栅、二维光栅和三维光栅，等等。我们曾记得，参与相干迭加的单元越多，则迭加后光场的方向性越强，单色性越好。由一系列衍射单元重复排列而成的光栅正是利用了这一点，光栅的衍射场鲜明地表现出“多光束干涉”的基本特征。所以利用光栅衍射可以分析光谱，

也可以分析结构。正弦光栅的衍射在现代光学中具有新的意义，本章略加介绍，下一章我们将以它作为光学变换概念的基础详加讨论。

§1 多缝夫琅和费衍射

1.1 实验装置和衍射图样

实验装置如图 1-1 所示， S 为点光源或与纸面垂直的狭缝光源，它位于透镜 L_1 的焦面上，幕放在物镜 L_2 的焦面上。这个装置与第二章图 7-8 所示的单缝衍射装置唯一不同的地方，是衍射屏上一系列等宽等间隔的平行狭缝代替了单缝。设这里每条缝的宽度仍为 a ，缝间不透明部分的宽度为 b ，则相邻狭缝上对应点（例如上边缘和上边缘，下边缘和下边缘或中点和中点）之间的距离为 $d = a + b$ 。

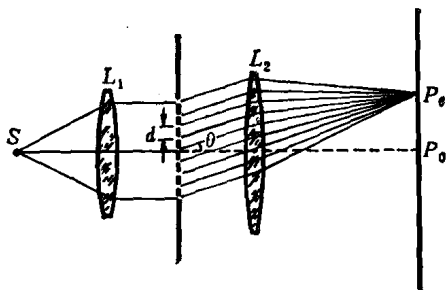


图 1-1 多缝夫琅和费衍射的实验装置

图 1-2 给出了不同数目的狭缝在幕上形成衍射花样的照片，其中图 (a) 是点光源照明的，图 (b) 是缝光源照明的。图 1-3 给出相应的相对强度分布曲线。这里所谓“相对”，是指强度 I 与中央最

大强度 I_0 之比。最上面是我们已熟悉的单缝情形，以下顺次序分别是缝数 $N = 2, 3, 4, 5, 6$ 的情形。从这里我们看到强度分布有如下一些主要特征：（1）与单缝衍射花样相比，多缝的衍射花样中出现了一系列新的强度极大和极小，其中那些较强的亮线叫做**主极强**，较弱的亮线叫做**次极强**；（2）主极强的位置与缝数 N 无关，但它们的宽度随 N 减小；（3）相邻主极强间有 $N - 1$ 条暗纹和 $N - 2$ 个次极强；（4）强度分布中都保留了单缝衍射的痕迹，那就是曲线的包络（外部轮廓）与单缝衍射强度曲线的形状一样。

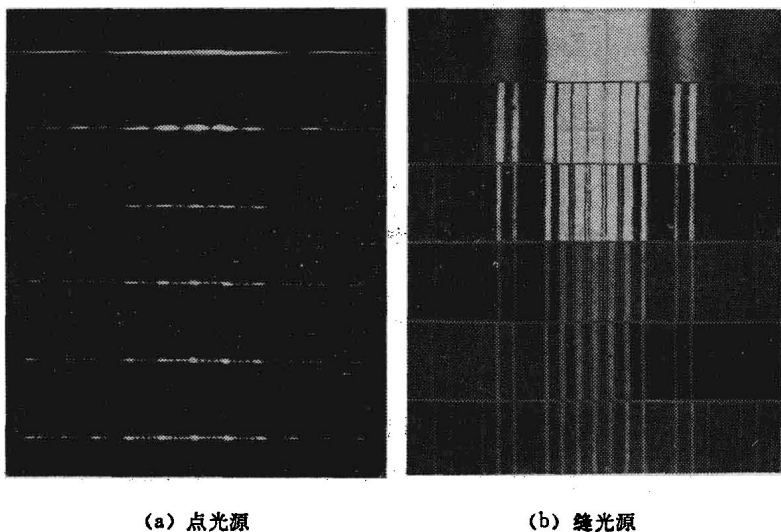


图 1-2 多缝夫琅和费衍射图样

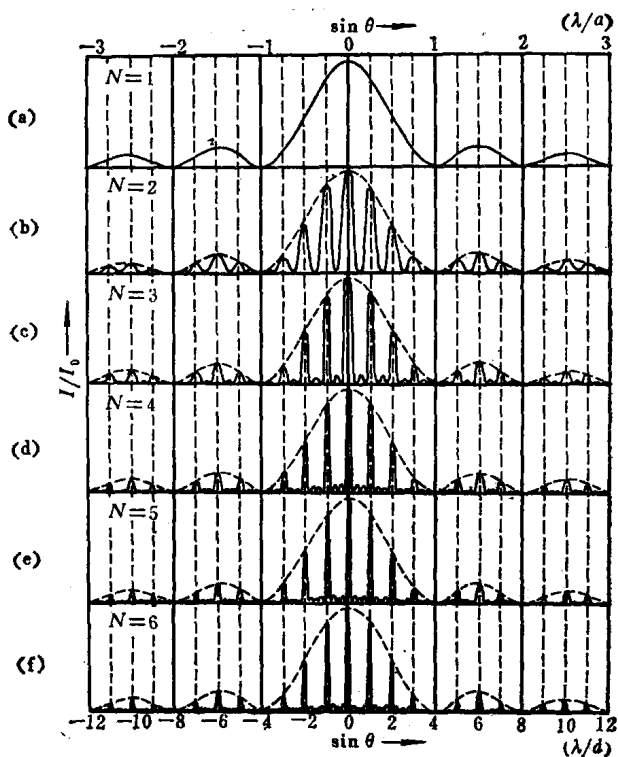


图 1-3 多缝夫琅和费衍射强度曲线

1.2 N 缝衍射的振幅分布和强度分布

现在我们采用矢量法计算 N 缝夫琅和费衍射的振幅分布和强度分布。

我们先设想，在图 1-1 的装置中把衍射屏上的各缝除某一条之外都遮住。这时接收屏幕上呈现的是单缝衍射图样，其振幅分布和强度分布分别为

$$a_{\theta} = a_0 \frac{\sin \alpha}{\alpha}, \quad I_{\theta} = a_{\theta}^2 = a_0^2 \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2, \quad (1.1)$$

其中

$$\alpha = \frac{\pi a}{\lambda} \sin \theta. \quad (1.2)$$

以上是我们在第二章 § 7 中已知的结果。在该节有过一个思考题，即单缝上下平移时，幕上衍射图样不动。因此，若我们让图 1-1 装置中的 N 条缝轮流开放，幕上获得的衍射图样将是完全一样的。假如 N 条缝彼此不相干，当它们同时开放时，幕上的强度分布形式仍与单缝一样，只是按比例地处处增大了 N 倍。然而， N 条缝实际上是相干的，且它们之间有位相差，因此幕上实际的衍射图样将与单缝大不相同，这在图 1-2 中的照片里已可明显看出。由于多缝之间的干涉，幕上的强度发生了重新分布。

如图 1-1，考虑沿某一任意方向 θ 的各衍射线，它们有的来自同一狭缝中不同部分，有的来自不同的狭缝，经物镜 L_2 的聚焦都会合在幕上同一点 P_θ 。 P_θ 点的振动是所有这些衍射线相干迭加的结果。在计算时我们可以先把来自每条狭缝的次波迭加起来，得到 N 个合成振动，然后再把这 N 个合成振动迭加起来，即得到 P_θ 点的总振动。因为来自每条狭缝的衍射线的合成振幅 a_θ 早已计算过了，剩下的问题只是这 N 个合成振动的迭加。计算来自 N 缝合成振动的迭加，需要计算它们之间的位相差，而合成振动间的位相差同 N 缝对应点发出的衍射线间的位相差是一样的。按照以前在第二章 § 7 中采用的作光束垂线的办法不难看出，对应点衍射线间的光程差 ΔL 和位相差 δ 分别为(参见图 1-4(a))

$$\Delta L = d \cdot \sin \theta, \quad \delta = \frac{2\pi d}{\lambda} \sin \theta.$$

幕上总振幅 A_θ 可用矢量图 1-4(b) 来计算。图中 $\overrightarrow{OB_1}, \overrightarrow{B_1B_2}, \dots, \overrightarrow{B_{N-1}B_N}$ 各矢量的长度都是单缝的合成振幅 a_θ ，方向逐个相差 δ 角，所以折线 $OB_1B_2 \cdots B_N$ 是等边多边形的一部分。令 C 代表这个多边形的中心，即 $\overline{OC} = \overline{B_1C} = \overline{B_2C} = \cdots = \overline{B_NC}$ 。由于等腰三角形 OCB_1 的顶角 $\delta = 2\beta$ ，故 $2\overline{OC} \sin \beta = \overline{OB_1} = a_\theta$ ，于是

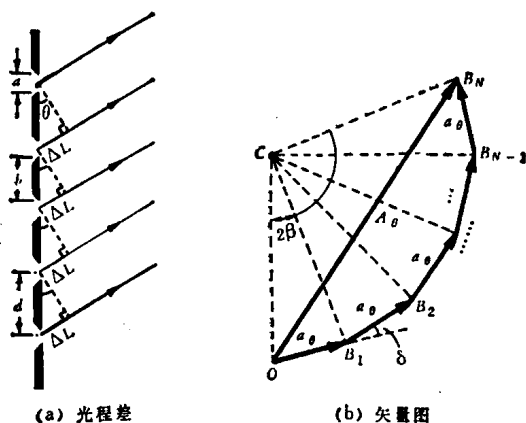


图 1-4 缝间干涉因子的计算

$$\overline{OC} = \frac{a_0}{2 \sin \beta},$$

又由于等腰三角形 OCB_N 的顶角 $N\delta = 2N\beta$, 故代表总振动的矢量 $\overrightarrow{OB_N}$ 的长度为

$$\overline{OB_N} = 2\overline{OC} \sin N\beta,$$

这就是 N 缝的总振幅 A_0 , 将以上两式结合起来, 即得

$$A_0 = a_0 \frac{\sin N\beta}{\sin \beta}, \quad (1.3)$$

取上式的平方, 即可得 N 缝的强度分布公式

$$I_0 = a_0^2 \left(\frac{\sin N\beta}{\sin \beta} \right)^2. \quad (1.4)$$

把 a_0 的表达式(1.1)代入上面二式, 最后得到

$$A_0 = a_0 \frac{\sin \alpha}{\alpha} \frac{\sin N\beta}{\sin \beta}, \quad (1.5)$$

$$I_0 = a_0^2 \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2 \left(\frac{\sin N\beta}{\sin \beta} \right)^2, \quad (1.6)$$

其中

$$\alpha = \frac{\pi a}{\lambda} \sin \theta, \quad \beta = \frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta. \quad (1.7)$$

式(1.5)和(1.6)便是 N 缝衍射的振幅分布和强度分布公式。各式都有两个随 θ 变化的因子： $\sin \alpha / \alpha$ 或 $(\sin \alpha / \alpha)^2$ 来源于单缝衍射，所以叫单缝衍射因子； $\sin N \beta / \sin \beta$ 或 $(\sin N \beta / \sin \beta)^2$ 来源于缝间的干涉，所以叫缝间干涉因子。下面我们分别研究两个因子的特点和作用。

1.3 缝间干涉因子的特点

图1-5中给出几条不同缝数缝间干涉因子的曲线。为了便于比较，纵坐标缩小了 N^2 倍，即它代表因子 $(\sin N \beta / (N \sin \beta))^2$ 。它们有以下一些特点：

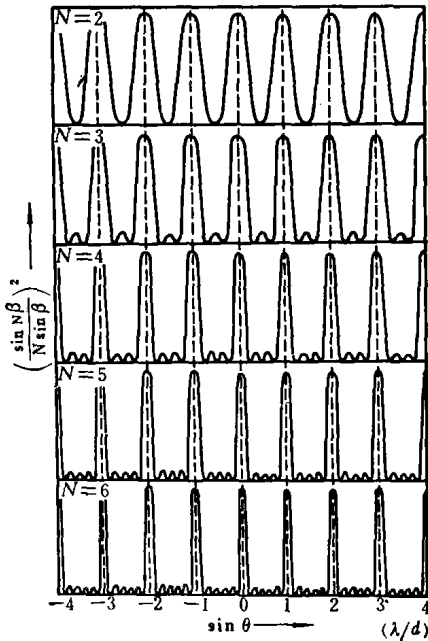


图 1-5 缝间干涉因子曲线

(1) 主极强峰值的大小、位置和数目

当 $\beta = k\pi$ ($k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$) 时, $\sin N\beta = 0$, $\sin \beta = 0$, 但它们的比值 $\sin N\beta / \sin \beta = N$, 这些地方是缝间干涉因子的主极大. $\beta = k\pi$ 意味着衍射角 θ 满足下列条件:

$$\sin \theta = k \frac{\lambda}{d}. \quad (1.8)$$

这就是说, 凡是在衍射角满足式(1.8)的方向上, 出现一个主极强, 它的强度是单缝在该方向强度的 N^2 倍. 式(1.8)还表明, 主极强的位置与缝数 N 无关.

此外由于衍射角的绝对值 $|\theta|$ 不可能大于 90° , $|\sin \theta|$ 不可能大于 1, 这就对主极强的数目有了限制. 式(1.8)表明, 主极强的最大级别 $|k| < d/\lambda$, 例如当 $\lambda = 0.4d$ 时, 只可能有 $k = 0, \pm 1, \pm 2$ 级的主极强, 而没有别的更高级主极强; 如果 $\lambda \geq d$, 则除 0 级外别无其它主极强.

(2) 零点的位置、主极强的半角宽度和次极强的数目

当 $N\beta$ 等于 π 的整数倍但 β 不是 π 的整数倍时, $\sin N\beta = 0$, $\sin \beta \neq 0$, 这里是缝间干涉因子的零点. 用公式来表示, 零点在下列位置:

$$\beta = \left(k + \frac{m}{N}\right)\pi \quad \text{即} \quad \sin \theta = \left(k + \frac{m}{N}\right)\frac{\lambda}{d}, \quad (1.9)$$

其中 $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$; $m = 1, \dots, N - 1$.

所以每两个主极强之间有 $N - 1$ 条暗线(零点), 相邻暗线间有一个次极强, 故共有 $N - 2$ 个次级强.

图 1-3 表明, 主极强亮线的宽度随 N 减小. 这一点在光栅光谱中具有重要的实际意义. 如何来规定主极强的宽度呢? 可以认为每个主极强的宽度是以它两侧的暗线为界的, 它的中心到邻近的暗线之间的角距离就是它的半角宽度 $\Delta\theta$. 对于那些偏离幕中央不远的主极强, θ 较小, $\sin \theta \approx \theta$. k 级主极强的角位置近似为 $\theta_k \approx k\lambda/d$, 而相邻暗线的位置近似为 $\theta_k + \Delta\theta \approx (k + 1/N)\lambda/d$,

于是半角宽度为

$$\Delta\theta = \frac{\lambda}{Nd}. \quad (1.10)$$

如果主极强的位置较偏，则不能认为 $\sin\theta \simeq \theta$ ，可以证明，普遍的半角宽度公式应为①

$$\Delta\theta = \frac{\lambda}{Nd \cdot \cos\theta_k}. \quad (1.11)$$

式(1.10)或(1.11)表明，主极强的半角宽度 $\Delta\theta$ 与 Nd 成反比， Nd 越大， $\Delta\theta$ 越小，这意味着主极强的锐度越大。反映在幕上，就是主极强亮纹越细。

以上我们分析了 N 缝干涉因子的全部主要特征，§2 中我们将把这些结果用于光栅上，由于光栅的缝数 N 总是很大的，近代光栅每毫米内可以有上千条刻痕，总缝数 N 达 10^5 的数量级，在这种情况下次极强是很弱的，它们完全观察不到。所以上述各条结论中最重要的只是两条，即主极强的位置和半角宽度，它们分别由式(1.8)和(1.11)决定。

1.4 单缝衍射因子的作用

上面我们只分析了缝间干涉因子的特征，实际的强度分布还要乘上单缝衍射因子。在图 1-5 中所示的缝间干涉因子上乘以图 1-3(a)所示的单缝衍射因子，就得到图 1-3(b),(c),(d),(e),(f) 中所示的强度分布。从这里可以看出，乘上单缝衍射因子后得到的实际强度分布中各级主极强的大小不同，特别是刚好遇到单缝衍射因子零点的那几级主极强消失了，这现象叫做缺级。

① 在 $\sin\theta$ 不能用 θ 来近似代替时，我们应该写

$$\sin\theta_k = k \frac{\lambda}{d}, \quad \sin(\theta_k + \Delta\theta) = \left(k + \frac{1}{N}\right) \frac{\lambda}{d},$$

而 $\Delta\theta$ 总是很小的， $\sin(\theta_k + \Delta\theta) - \sin\theta_k \simeq \left(\frac{d\sin\theta}{d\theta}\right)_{\theta=\theta_k} \cdot \Delta\theta = \cos\theta_k \cdot \Delta\theta$ ，这样就得到式(1.11)。