开关函数的极小化方法

中国科学院数学研究所代数组编著

一九七六·九

目　录

开关函数的极小化方法

在组合电路的逻辑设计中，经常遇到用给定的一组逻辑元件实现一个任意给定的开关函数的综合问题。由于一个给定的开关函数往々可以用不同的组合网络来实现，那么如何得到一个既经济又简单的网络实现给定的开关函数的问题便提出来了。然而，现在距这个问题的全面解决还差的很远。本文目的是就用二级与一或网络实现任意给定的开关函数这一具体情况回答上面的问题。

本文首先介绍一些必需的开关函数的基本知识，然后给出单输出与多输出网络的极小化派法。一些主要结果的证明放在附录中，以适应读者的不同需要。

(一)预备知识

§1: 开关函数的定义

1.1: 开关函数的定义:

一个逻辑装置,如果它的输出只依赖于当前时刻的输入,通常称为组合电路。如常见门电路都是组合电路。

为简单起见,先考察这个组合电路只有一个输出的情形。一般,一个组合电路的输入和输出只取两种物理状态(如高电位与低电位,接通与断开,有脉冲或无脉冲等等),在数学上就分别用0和1这两个符号来代表这两个状态,这样就可以把组合电路的输出看作依赖于它的输入的一个函数。通常称这种函数为开关函数。

为了使用方便,下面给出开关函数的纯数学描述。

设Q是二个元素的集合,用$Q=\{0,1\}$表示。n是一个任意给定的正整数,Q^n表示集合Q的积,即

$$Q^n=\{(X_1,X_2,\cdots X_n)\mid X_i=0\text{ 或 }1,\ i=1,2,\cdots n\}$$

例如: $Q^1=\{0,1\}$

$$Q^2=\{(0,0),(0,1),(1,0),(1,1)\}$$

$$Q^3=\{(0,0,0),(0,0,1),(0,1,0),(0,1,1),$$
$$(1,0,0),(1,0,1),(1,1,0),(1,1,1)\}$$

定義1:n元开关函数,是指定义在Q^n上取值在Q之中的一个函数。用符号表示为:

$$f:\ Q^n\longrightarrow Q$$

称Q^n为n维立方体,Q^n中的元素称为点。显然,Q^n中有2^n个点。对于Q^n中的一点$(X_1,X_2,\cdots X_n)$,$X_i=1$或0.

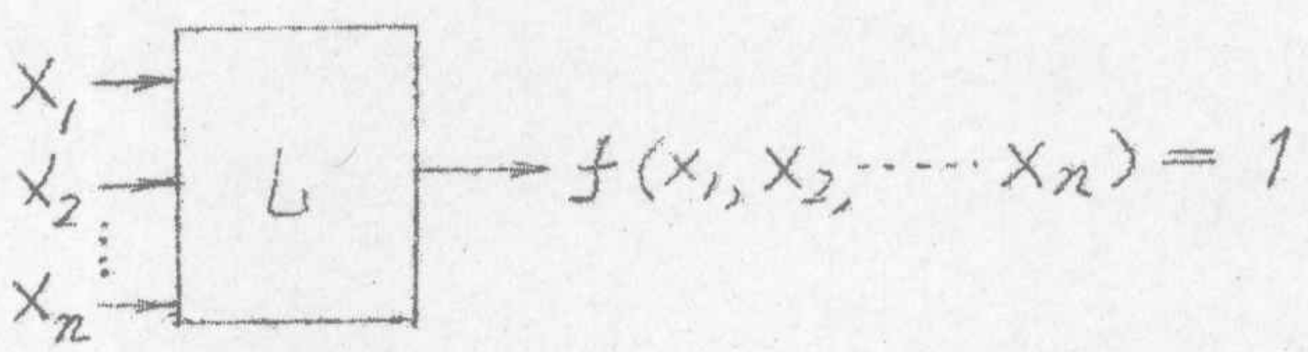
$i=1,2,\cdots n$，可简单记为 $X_1 X_2 \cdots X_n$，而不会产生混淆。称 X_i 为点 $X=X_1 X_2 \cdots X_n$ 的第 i 个坐标或第 i 个变量。

事实上，n 元开关函数就是指对 n 个变量的 2^n 种组合都有确定值 0 或 1 的函数。

例1：　$f_1:\ Q^2 \longrightarrow Q$，

$f_1(X)=1$，　　对所有 $X \in Q^n$

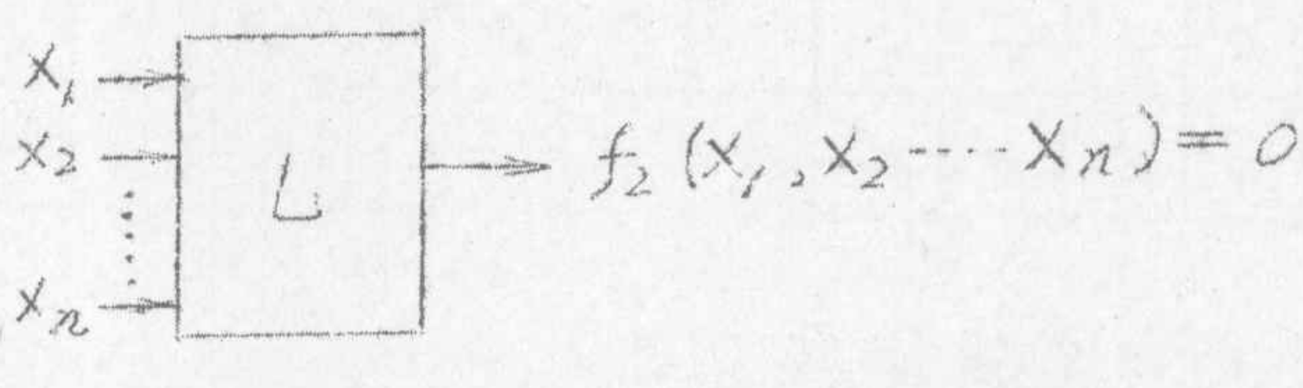
对应的逻辑网络为：



例2：　$f_2:\ Q^n \longrightarrow Q$，

$f_2(X)=0$，　　对所有 $X \in Q^n$

对应的逻辑网络为：

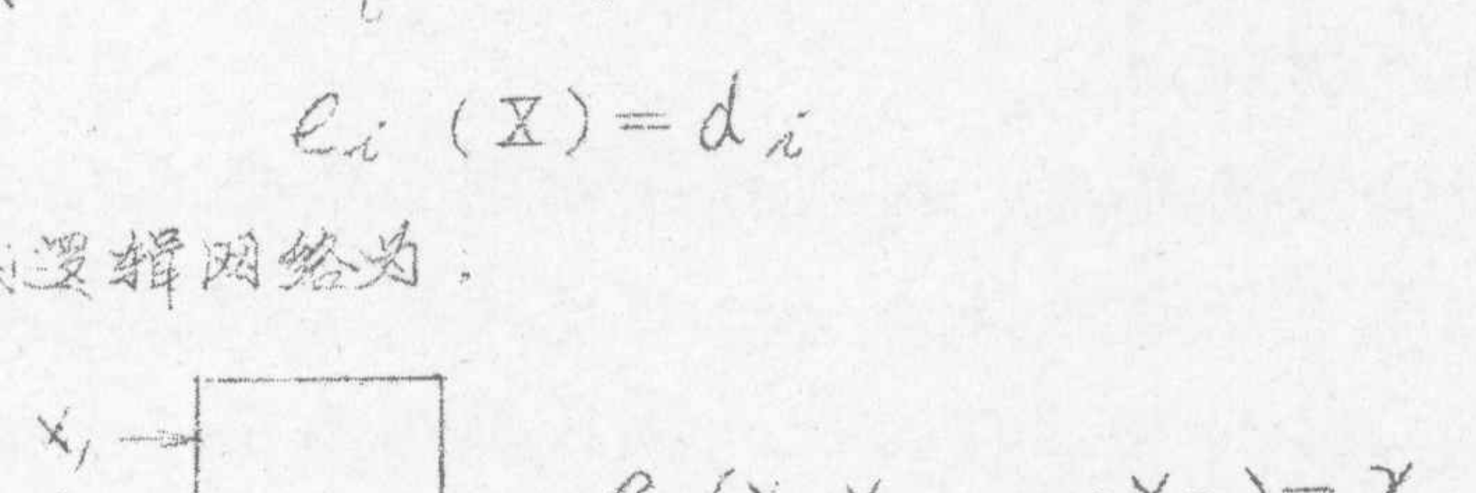


通常称开关函数 f_1 和 f_2 为<u>常值函数</u>。简单地用 1 和 0 表示。

例3：　$e_i = Q^n \longrightarrow Q$，

$e_i\ (X)=d_i$

对应的逻辑网络为：



通常称 e_i，$i=1,2,\cdots n$，为 n 元开关函数中的 n 个<u>基</u>

本开关函数，把e_i（$\underline{X}$）简单地用x_i表示，不会产生混淆。

例4：　　$C: Q \longrightarrow Q$

$$C(0)=1,\quad C(1)=0$$

通常称C为补函数，而把C用$'$代替，即

$$C(x)=x'$$

事实上，这就是：通常非门的逻辑功能。

根据开关函数的定义，易知不同的n元开关函数的总数为2^{2^n}个。对给定的n，这2^{2^n}个开关函数是可以通过列表完全给出来的。例如，对$n=2$，有$2^{2^n}=16$个不同的2元开关函数，由下表给出：

x_1	x_2	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6	f_7	f_8	f_9	f_{10}	f_{11}	f_{12}	f_{13}	f_{14}	f_{15}	f_{16}
0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
0	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1

其中f_1、和f_{16}分别是常值函数0与1，f_{13}和f_{11}分别是基本开关函数x_1与x_2，f_9是描述与门的逻辑功能，f_{15}是描述或门的逻辑功能，f_8是描述与一非门的逻辑功能，f_2是描述或一非门的逻辑功能。

为了后面使用方便起见，我们把Q^n中的2^n个点与0到2^n-1之间的2^n个正整数建立一一对应关系。对应方法如下：

对于$\underline{X}=x_1, x_2 \cdots x_n \in Q^n$，把其座标表示$x_1, x_2 \cdots x_n$看作0与$2^n-1$之间的一个整数的二进制表示，那么它相应的正整数的十进制表示为：

$$m=\sum_{i=1}^{n} x_i 2^{n-i}$$

由此，点X与m建立了一一对应。我们把m看作点X的十进数表示，记作$X=m$，不会产生混淆。下面，对Q^n中的一个点有时用坐标表示，有时用十进制数表示，例如，在Q^3中，点$X=110$，有时也表作$X=6$，点$X=101$，有时表作$X=5$。另一方面，在Q^3中，若点X以$X=7$给出，立即可知，点X的坐标表示为$X=111$。

1.2：开关函数的真值表.

真值表是开关函数用表给出的一种方法。对一任意给定的n元开关函数，先将Q^n中的2^n个点列成一列，然后将其函数值列成另一列，而将Q^n中的点对应的函数值位于同一行，便得到这开关函数的真值表，一个开关函数由它的真值表完全决定。一般说来，真值表中Q^n之点按其十进制数表示时由0到2^n-1的递增顺序排列。

事实上，前面对$n=2$的16个开关函数就是用真值表给出的。

我们注意到，开关函数真值表与Q^n中f取值为1的点的集合$f^{-1}(1)$，和f取值为0的点的集合$f^{-1}(0)$有一一对应关系。$f^{-1}(1)$与$f^{-1}(0)$用符号表示为：

$$f^{-1}(1)=\{X\in Q^n \mid f(X)=1\}$$

$$f^{-1}(0)=\{X\in Q^n \mid f(X)=0\}$$

只要给出$f^{-1}(1)$与$f^{-1}(0)$就相当于给出f的真值表，反之，有了开关函数f的真值表，立即可得到$f^{-1}(1)$与$f^{-1}(0)$，下面为方便起见，真值函数经常用$f^{-1}(1)$与$f^{-1}(0)$给出。

例如：　　$f: Q^4 \longrightarrow Q$

$$f^{-1}(1)=\{0,3,8,11,15\}$$

$$f^{-1}(0)=Q^4 \setminus f^{-1}(1) \quad (\text{集合之差})$$

1.3：卡諾图

卡諾图是n元开关函数的图表示法它一般对$n \leq 6$使用。为得开关函数的卡諾图表示，首先将Q^n中的点按一定规则排列。对$n=1$，平凡情况，对$n=2,3,4,5,6$排列方法如下：

X x_2 / x_1	0	1
0	0	1
1	2	3

$n=2$

X x_2x_3 / x_1	00	01	11	10
0	0	1	3	2
1	4	5	7	6

$n=3$

X x_3x_4 / x_1x_2	00	01	11	10
00	0	1	3	2
01	4	5	7	6
11	12	13	15	14
10	8	9	11	10

$n=4$

	$x_1=0$				$x_1=1$			
x_4x_5 / x_2x_3	00	01	11	10	00	01	11	10
00	0	1	3	2	16	17	19	18
01	4	5	7	6	20	21	23	22
11	12	13	15	14	28	29	31	30
10	8	9	11	10	24	25	27	26

$n=5$

		$x_2=0$				$x_2=1$			
	x_5x_6 / x_3x_4	00	01	11	10	00	01	11	10
$x_1=0$	00	0	1	3	2	16	17	19	18
	01	4	5	7	6	20	21	23	22
	11	12	13	15	14	28	29	31	30
	10	8	9	11	10	24	25	27	26
$x_1=1$	00	32	33	35	34	48	49	51	50
	01	36	37	39	38	52	53	55	54
	11	44	45	47	46	60	61	63	62
	10	40	41	43	42	56	57	59	58

$n=6$

n元开关函数的卡诺图表示，即是由在相应n的Q^n中点的排列图表中，将$f^{-1}(1)$的点用1代替，将属于$f^{-1}(0)$的点用0或空格代替而得到。

例1：　$f:\ Q^4 \longrightarrow Q$

$f^{-1}(1)=\{0,3,8,11,15\}$

$f^{-1}(0)=Q^4 \setminus f^{-1}(1)$

f的卡諾图表示为：

f x_3x_4 / x_1x_2	00	01	11	10
00	1		1	
01				
11			1	
10	1		1	

例2：　$f:\ Q^5 \longrightarrow Q$

$f^{-1}(1)=\{0,1,4,5,6,11,12,14,16,20,22,28,30,31\}$

$f^{-1}(0)=Q^5 \setminus f^{-1}(1)$

f的卡諾图表示为：

	$x_1=0$				$x_1=1$			
x_3x_4 / x_1x_2	00	01	11	10	00	01	11	10
00	1	1			1			
01	1	1		1	1			1
11	1			1	1		1	1
10			1					

§2：布尔代数与布尔表示

2.1：布尔代数

在集合 $Q=\{0,1\}$ 中引进三种运算：$\wedge$，$\vee$，$'$，运算法则由下表给出：

$\wedge$	0	1
0	0	0
1	0	1

$\vee$	0	1
0	0	1
1	1	1

$'$	
0	1
1	0

事实上，这三种运算就是通常的逻辑运算。

Q中元素对这三种运算满足下面的7个规律：

L1：　$a\vee a=a$，　$a\wedge a=a$；　同等律

L2：　$a\vee b=b\vee a$，　$a\wedge b=b\wedge a$；　交换律

L3：　$a\vee(b\vee c)=(a\vee b)\vee c$，$a\wedge(b\wedge c)=(a\wedge b)\wedge c$；　结合律

L4：　$a\vee(a\wedge b)=a$　$a\wedge(a\vee b)=a$；　吸收律

L5：　$a\vee(b\wedge c)=(a\vee b)\wedge(a\vee c)$，$a\wedge(b\vee c)=(a\wedge b)\vee(a\wedge c)$；　分配律

L6：　$a\vee a'=1$，　$a\wedge a'=0$　互补律

L7：　$(a\vee b)'=a'\wedge b'$，$(a\wedge b)'=a'\vee b'$．狄摩根法则

由此我们说，集合 $Q=\{0,1\}$ 对三种运算 $\vee$，$\wedge$，和 $'$ 成一布尔代数。

一般布尔代数的定义如下：

定义2：一个集合B，在其中定义了三种运算：$\wedge$，$\vee$，$'$。若对B中任意元素 a, b, c 运算规律 L1到L5 和 L_7成立；且B中存在唯一确定的二个元素 0与 1，使对B中任何元素 a，L6 成立；这时称B对 $\wedge$，$\vee$和 $'$ 成一布尔代数。

例如，所有 n 元开关函数全体，对三种运算 $\wedge$，$\vee$，$'$ 作如

下定义：

$$(f\wedge g)(X)=f(X)\wedge g(X) \quad 对所有 X\in Q^n$$

$$(f\vee g)(X)=f(X)\vee g(X) \quad 对所有 X\in Q^n$$

$$f'(X)=(f(X))' \quad 对所有 X\in Q^n$$

成一布尔代数。

事实上，这可由直接验算7条规律得知。

这里只给出L7的验算结果：

f	g	$f\wedge g$	$f\vee g$	f'	g'	$(f\wedge g)'$	$(f\vee g)'$	$f'\vee g'$	$f'\wedge g'$
0	0	0	0	1	1	1	1	1	1
0	1	0	1	1	0	1	0	1	0
1	0	0	1	0	1	1	0	1	0
1	1	1	1	0	0	0	0	0	0

由此，开关函数常称为布尔函数，这三种运算总称为布尔运算，对∧称为逻辑乘运算，为简单起见，用·表示，或象通常乘号那样，有时可省略。对∨称为逻辑和运算，在不会混淆的前提下，有时用“＋”表示，对′称为逻辑补运算，有时可用“－”表示。

为熟悉布尔运算，下面举几个例子

例1： 由L4推出L1

解： $a\vee a=a\vee(a\wedge(a\vee b))=a$

例2： 求证 $a\vee a'b=a\vee b$

解： $a\vee a'b=(a\vee a')(a\vee b)=1\cdot(a\vee b)=a\vee b$

例3： 求证 $ab\vee a'c\vee bc=ab\vee a'c$

解： $ab\vee a'c\vee bc$.

$$=ab\vee a'c\vee bc(a\vee a')$$
$$=ab\vee a'c\vee bca\vee bca'$$
$$=ab\vee a'c.$$

例4：求证 $(a\vee b)(a'\vee c)(b\vee c)=(a\vee b)(a'\vee c)$

解： $(a\vee b)(a'\vee c)(b\vee c)$
$$=(a\vee b)(a'\vee c)(b\vee c\vee(a\wedge a'))$$
$$=(a\vee b)(a'\vee c)(b\vee c\vee a)\cdot(b\vee c\vee a')$$
$$=(a\vee b)(a'\vee c)$$

注意观察 L_1 到 L_7，每一条规律都由二个等式组成，而且后一等式全是由前一等式将其中的 $\vee$ 全部换成 $\cdot$，将其中 $\cdot$ 全部换成 $\vee$，将 0 全部换成 1，将 1 全部换成 0 而得到的，因此，若运用 L_1 到 L_7 这 7 条规律得到的布尔代数性质，那么将其中的 $\vee$ 全部换成 $\cdot$，将 $\cdot$ 全部换成 $\vee$，将 1 全部换成 0，将 0 全部换成 1，所得到的新的性质也必定成立。这就是布尔代数的对偶原则。使用时对偶原则有时很方便，如上面例 4 就是例 3 的对偶性质，这二者之一成立，另一个由对偶原则就必定成立，而不必从头证一遍。

2.2：布尔表示

开关函数不一定由真值表给出，也可通过基本开关函数和常值函数进行有限次布尔运算给出。例如，2元开关函数 f，

$$f:\ Q^2 — Q,$$

由

$$f(x_1,x_2)=x_1\vee x_1'x_2.$$

给出，我们把这种表示，称为开关函数的布尔表示。显然，一个开关函数可有几种不同的布尔表示。如 $f(x_1,x_2)=x_1\vee x_2$ 与上面的 $f(x_1,x_2)=x_1\vee x_1'x_2$ 就是同一个 f 的不同布尔表示。

下面介绍几种常用的布尔表示

(1). 小项表示.

先看一个3元开关函数f,

$$f: Q^3 \longrightarrow Q$$

$$f(x_1, x_2, x_3) = x_1' x_2 x_3'$$

为方便起见,令$x^0 = x'$,$x^1 = x$, 于是

$$f(x_1, x_2, x_3) = x_1^0 x_2 x_3^0$$

计称$f^{-1}(1)$得知:$X = x_1 x_2 x_3 \in f^{-1}(1)$当且仅当

$$x_1 = 0, \quad x_2 = 1, \quad x_3 = 0$$

即$f(X)$只在一点$X = 010$处取值为1,其余各点均取值为0。

一般说来,对于$f(X) = x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \cdots x_n^{\alpha_n}$,$\alpha_i = 0$或1,$i = 1, 2, \cdots n$,只有一点$X = \alpha_1 \alpha_2 \cdots \alpha_n$处取值为1,其余各点均取值为0,我们称$x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \cdots x_n^{\alpha_n}$为一个$n$变易的小项。

<u>定义3</u>:n元开关函数的小项表示是指由某些n变易小项的布尔和得到的布尔表示。用式子表为:

$$f(x_1, x_2, \cdots x_n) = \bigvee_{(\alpha_1, \cdots \alpha_n) \in Q^n} f(\alpha_1, \alpha_2, \cdots \alpha_n) x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \cdots x_n^{\alpha_n}$$

$$= \bigvee_{f(\alpha_1, \cdots \alpha_n) = 1} x_1^{\alpha_1} \cdot x_2^{\alpha_2} \cdots x_n^{\alpha_n}$$

例如: $g: Q^3 \longrightarrow Q$,

$$g(x_1, x_2, x_3) = x_1^0 x_2^1 x_3^0 \vee x_1^1 x_2^0 x_3^1$$

就是小项表示给出的g.

事实上,开关函数的真值表与小项表示有着对应关系,如上面的$g(x_1, x_2, x_3)$由它的小项表示知道它有值为1的点只有$X = 010$和$X = 101$,即把小项中的$(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$留下来构成的点的全体。反之,有了开关函数的真值表,只须将其中取

值为1的点对应的小项作逻辑和得到这个开关函数的小项表示。

例如，$f: Q^3 \to Q$. 其真值表为

x_1	x_2	x_3	$f(x_1, x_2, x_3)$
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

$f^{-1}(1)=\{000, 011, 111\}$. $X=000$ 对应的小项为 $x_1^0 x_2^0 x_3^0$.

$X=011$ 对应的小项为 $x_1^0 x_2 x_3$，$X=111$ 对应的小项为 $x_1 x_2 x_3$，

于是有 f 的小项表示.

$$f(x_1, x_2, x_3)=x_1^0 x_2^0 x_3^0 \vee x_1^0 x_2 x_3 \vee x_1 x_2 x_3$$

（2）大项表示.

在 n 变易小项 $x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \cdots x_n^{\alpha_n}$ 中，把·用 $\vee$ 代替得到 $x_1^{\alpha_1} \vee x_2^{\alpha_2} \vee \cdots \vee x_n^{\alpha_n}$，我们称为 n 变易的大项。

定义4：n 元开关函数的大项表示是指由某些 n 变易的大项之布尔积得到的布尔表示. 用式子表为：

$$f(x_1, x_2 \cdots x_n)=\prod_{(\alpha_1', \cdots \alpha_n') \in Q_n} (f(\alpha_1', \alpha_2', \cdots \alpha_n') \vee x_1^{\alpha_1'} \vee x_2^{\alpha_2'} \vee \cdots \vee x_n^{\alpha_n'})$$

$$=\prod_{f(\alpha_1' \alpha_2' \cdots \alpha_n')=0} (x_1^{\alpha_1'} \vee x_2^{\alpha_2'} \vee \cdots \vee x_n^{\alpha_n'})$$

例如：$f: Q^3 \to Q$.

$$f(x_1, x_2\, x_3)=(x_1^0 \vee x_2 \vee x_3^0)(x_1 \vee x_2^0 \vee x_3)$$

就是 f 的一个大项表示。

与小项类似，大项 $X_1^{\alpha_1} \vee X_2^{\alpha_2} \vee \cdots \vee X_n^{\alpha_n}$ 取值为 0 的点只有 $\bar{X} = (\alpha_1', \alpha_2', \cdots \alpha_n')$，其余各点取值均为 1，由此性质，开关函数的真值表也可和开关函数的大项表示建立对应关系。这由例子很容易看清，如在上面 f 给出了大项表示，那么大项 $X_1^0 \vee X_2 \vee X_3^0$ 对应的点（1 0 1）和大项 $X_1 \vee X_2^0 \vee X_3$ 对应的点（0 1 0）构成 $f^{-1}(0)$，Q^3 中其余各点构成 $f^{-1}(1)$。一般说来，大项表示中各大项 $X_1^{\alpha_1} \vee X_2^{\alpha_2} \vee \cdots \vee X_n^{\alpha_n}$ 对应的点 $(\alpha_1', \alpha_2' \cdots \alpha_n')$ 全体构成 $f^{-1}(0)$，而其余各点构成 $f^{-1}(1)$ 于是便得到真值表。反之，有了真值表，只需将其中取值为 0 的点 $(\alpha_1, \alpha_2, \cdots \alpha_n)$ 对应的大项 $X_1^{\alpha_1'} \vee X_2^{\alpha_2'} \vee \cdots \vee X_n^{\alpha_n'}$ 作逻辑乘便得到大项表示，例如：$f: Q^2 \longrightarrow Q$，其真值表为：

X_1	X_2	$f(X_1, X_2)$
0	0	0
0	1	1
1	0	0
1	1	1

$f^{-1}(0) = \{00, 10\}$，$\bar{X} = 00$ 对应大项 $X_1 \vee X_2$，$\bar{X} = 10$ 对应大项 $X_1^0 \vee X_2'$，于是 f 的大项表示为

$$f(X_1, X_2) = (X_1 \vee X_2)(X_1^0 \vee X_2')$$

（3）积 — 和表示（布尔多项式表示）

定义 5：在 n 元布尔函数的集合中，形如

$$X_{i_1}^{\alpha_1} X_{i_2}^{\alpha_2} \cdots X_{i_l}^{\alpha_l},\quad 1 \leq l \leq n,\quad 1 \leq i_1, i_2, \cdots i_l \leq n$$

的函数及常值函数总称为布尔单项式，且两两不同。布尔单项式的次数等于其中出现的变量个数，用符号表示为：

$$\partial^{\circ}(X_{i_1}^{\alpha_1} X_{i_2}^{\alpha_2} \cdots X_{i_l}^{\alpha_l}) = l$$

定义6：布尔单项式的布尔和称为布尔多项式

例如：在3元布尔函数的集合中，X_1X_2，$X_1'X_3$均是布尔单项式，而$X_1 \vee X_2X_3'$是布尔多项式。

若开关函数以布尔多项式的形式给出，则称这布尔多项式为这开关函数的一个布尔多项式表示，或称为这开关函数的积——和表示。

显然，开关函数的小项表示就是布尔多项式表示，因此，任一开关函数必定有布尔多项式表示。

（4）和——积表示。

与布尔多项式概念相对应的有

定义7：在n元布尔函数的集合中，形如

$$X_{i_1}^{\alpha_1} \vee X_{i_2}^{\alpha_2} \vee \cdots \vee X_{i_l}^{\alpha_l}, \ 1 \le l \le n, \ 1 \le i_1, i_2, \cdots i_l \le n$$

且两两不同.

的函数称为布尔对偶单项式.

定义8：布尔对偶单项式之积称为布尔对偶多项式.

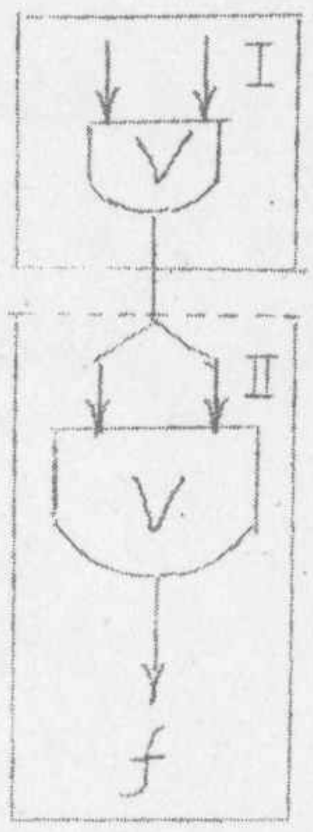
例如，在3元布尔函数集合中，$X_1 \vee X_2^{\circ} \vee X_3$就是布尔对偶单项式，$(X_1 \vee X_2^{\circ} \vee X_3)\cdot(X_1 \vee X_2)$就是布尔对偶多项式.

若开关函数以布尔对偶多项式的形式给出，则称此布尔对偶多项式为这开关函数的和——积表示。

显然，开关函数的大项表示就是和——积表示。因此，任一开关函数必定有和——积表示。

§3. 开关函数的无关点集

在实际设计中，设计的逻辑电路往往是一个大的数字系统中的一个组成部份，对这个电路的某些输入，对应的输出无论取何值都不影响它在大的数字系统中的逻辑功能，于是对描述这电路的开关函数来说，这种点就是无关紧要的，开关函数在这些点上可以任意取值；再有一些电路，由于一定的约束条件，它的输入变量的某些组合根本不会出现。例如图中Ⅱ所示的电路，它的输入是Ⅰ所示电路的输出，显然输入变量的组合（1,0）和（0,1）决不会出现。对描述这电路的开关函数而言，这些点的函数值可任取均不会影响它对这电路的逻辑功能的描述，因此可认为这些点对这开关函数也是无关紧要的。由此，自然需要将定义1中所述的开关函数定义进行推广。



<u>定义9</u>：具有无关点集 $D(\subset Q^n)$ 的 n 元开关函数，是指在集合 $Q^n \setminus D$ 上的每点都有确定的函数值1或0，而在 D 中各点可取值任意的函数。

为方便起见，将 D 中点的函数值用"$*$"表示，D 中的点称为开关函数的无关点。

开关函数的无关点集的存在，对逻辑的化简往往很有好处，因为我们可以适当选取无关点的函数值，以使得逻辑比较简单，这在本文后面讨论中可清楚的看到。

对具无关点集的开关函数，其真值表与一般开关函数类似，只须在无关点对应的函数值位置上标以"$*$"号即可；其卡诺图表示也类似构成；若用集合表示，要给出 $f^{-1}(1)$、$f^{-1}(0)$，和 D