



华章经管



WILEY

投资思想史

A History of the Theory
of Investments:

My Annotated Bibliography

华章经典 · 金融投资

Mark Rubinstein

经济学每个领域
都该有
这样一本书

〔美〕 马克·鲁宾斯坦 著

张俊生 曾亚敏 译

机械工业出版社
China Machine Press

投资思想史

A History of the Theory
of Investments:

My Annotated Bibliography

华 章 经 典 · 金 融 投 资
M a r k R u b i n s t e i n

〔美〕 马克·鲁宾斯坦 著

张俊生 曾亚敏 译



机械工业出版社
China Machine Press

Mark Rubinstein. A History of the Theory of Investments: My Annotated Bibliography
Copyright © 2006 by John Wiley & Sons, Inc.

This translation published under license. Simplified Chinese Translation Copyright © 2009 by
China Machine Press.

No part of this book may be reproduced or transmitted in any form or by any means, electronic or mechanical, including photocopying, recording or any information storage and retrieval system, without permission, in writing, from the publisher.

All rights reserved.

本书中文简体字版由 John Wiley & Sons 公司授权机械工业出版社在全球独家出版发行。
未经出版者书面许可,不得以任何方式抄袭、复制或节录本书中的任何部分。

本书封底贴有 John Wiley & Sons 公司防伪标签,无标签者不得销售。

版权所有,侵权必究

本书法律顾问 北京市展达律师事务所

本书版权登记号:图字:01-2008-1628

图书在版编目(CIP)数据

投资思想史/(美)鲁宾斯坦(Rubinstein, M.)著;张俊生,曾亚敏译.—北京:机械工业出版社,2009.1

(华章经典·金融投资)

书名原文:A History of the Theory of Investments: My Annotated Bibliography

ISBN 978-7-111-25436-2

I. 投… II. ①鲁… ②张… ③曾… III. 投资-经济思想史-世界 IV. F830.59-091

中国版本图书馆CIP数据核字(2008)第205381号

机械工业出版社(北京市西城区百万庄大街22号 邮政编码 100037)

责任编辑:李红梅 版式设计:刘永青

北京诚信伟业印刷有限公司印刷

2009年2月第1版第1次印刷

170mm×242mm·23.25印张

标准书号:ISBN 978-7-111-25436-2

定价:56.00元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换

本社购书热线:(010)68326294

投稿热线:(010)88379007

译者序

Preface

英国著名的史学家柯林武德提出：一切历史都是思想史，历史学的任务就是要重演过去的思想。当现在的出版界充斥着讲述财富故事的书籍之时，当人们将精力更多地放在这些传奇故事之时，普罗大众往往在浮躁的喧嚣中忽略了故事背后的思想，从而落入了只见树木不见森林的视角陷阱。马克·鲁宾斯坦所著的这部《投资思想史》有如一股清泉，令人耳目一新。“现值”的思想是如何出现的？“MM”理论背后的思想真正源自何时？卖空机制为什么是有助于稳定市场的？投资泡沫是如何破灭的？当前流行的投资概念是如何演进的？几乎投资学中所有核心性理论都被囊括在这部思想史中。该书可被视做一张投资思想史全景图。

18 世纪法国启蒙运动的著名思想家伏尔泰认为，对于历史人们不应该只以堆积史实为能事，还应该达到一种哲学理论的理解境界。《投资思想史》很好地做到了这一点。该书从 1202 年斐波那契的《算经》开始写起直至 2005 年的行为金融思想结束，时间跨度 800 余年，内容相当庞杂。但是读者自该书的目录开始全然没有混乱无序之感，这在很大程度上得益于作者深厚的学术功底与高超的写作技巧，同时更离不开作者对分散、独立事件的解读与重构。不过，在卷帙浩繁的投资学文

献中梳理出一条清晰的脉络还是需要非凡的智慧和很大的勇气的。《投资思想史》的作者马克·鲁宾斯坦在金融学界久负盛名。他的学术文章多见于《金融学学刊》(*Journal of Finance*)和《金融经济学学刊》(*Journal of Financial Economics*)等顶级刊物。能在这些顶级刊物上发表文章的学者不在少数,但能将投资理论的发展历程娓娓道来的学者可以说是凤毛麟角。在《投资思想史》中,他以坚韧的努力对一手文献进行搜集考据,他以宏大的气魄将800年投资思想史进行断代划分,他以卓绝的文笔对大家思想进行功过评价。通读全书不禁让人感叹:“洛阳三月花如锦,多少工夫织得成?”

对于学者而言,该书堪称是一部参考文献手册。全书引用到上百篇经典文献,每篇文献都有详尽的出处,这对学者开展相关研究甚有帮助。鲁宾斯坦对投资学历史中出现的基础性概念与核心性思想的解读也将有助于学术研究者把握这些内容的来龙去脉。相信该书能为投资理论的基础性研究在中国的传播与创造有所裨益。

对于投资实务界人士而言,该书有助于投资思维的升华。时至今日,全球正面临着百年一遇的金融危机。历史经验告诉我们,危机中往往孕育着机会。然而,机会的把握往往需要过人的智慧。《投资思想史》虽然不会直白地告诉您如何去投资,但它会帮助您站在费雪、凯恩斯、哈耶克、阿罗、萨缪尔森和弗里德曼等大师的肩膀上去审视投资。

当然,对于任何一部著作我们都应抱着批判的心态去阅读。《投资思想史》虽是大家之作,内容丰富,但它不可避免地存在着潜在的不足。例如,该书对现代投资思想着墨偏少,尤其在行为金融方面显得有些过于吝啬。当然,这与作者对行为金融范式的认知与一般学者可能存在差异有关。再者,读者需要注意的是作者对某些思想的评论只是一家之言,对于鲁宾斯坦的评论我们也应有自己的判断。

本书在中国大陆的出版要感谢华章公司的张渝涓女士、颜诚若女士、王洪波女士、李红梅女士的慧眼识珠与辛劳工作。当然,文章翻译方面的潜在错误由译者承担。欢迎读者批评指正,我们的电子邮箱是: junya@126.com。我们一定会虚心学习!

人类善于忘记历史,长期以来金融学这门显学也不能避免遭此“厄运”。然而,投资归根到底是思想者的活动。那些有意在投资学界或投资实务界大展宏图的人士应将这部《投资思想史》作为一把开启投资思想的金钥匙。一部波澜壮阔的投资思想史即将在您的面前展开,愿您能以“闲坐小窗读《周易》,不知春去几多时”的心境品读欣赏!

张俊生

2008年10月于北京



言 前

纪念与追忆

金融经济学思想的荣耀

在本书中，我们纪念的是那些在金融经济学领域做出卓越贡献的学者。

他们不仅为金融经济学的发展做出了重要贡献，而且他们的思想也深深地影响了后人。

在本书中，我们将回顾他们的生平事迹，以及他们在金融经济学领域的贡献。

我们将看到，他们是如何在金融经济学领域做出卓越贡献的，以及他们的思想是如何影响后人的。

我们将看到，他们是如何在金融经济学领域做出卓越贡献的，以及他们的思想是如何影响后人的。

我们将看到，他们是如何在金融经济学领域做出卓越贡献的，以及他们的思想是如何影响后人的。

我们将看到，他们是如何在金融经济学领域做出卓越贡献的，以及他们的思想是如何影响后人的。

我们将看到，他们是如何在金融经济学领域做出卓越贡献的，以及他们的思想是如何影响后人的。

我们将看到，他们是如何在金融经济学领域做出卓越贡献的，以及他们的思想是如何影响后人的。

我们将看到，他们是如何在金融经济学领域做出卓越贡献的，以及他们的思想是如何影响后人的。

我们将看到，他们是如何在金融经济学领域做出卓越贡献的，以及他们的思想是如何影响后人的。

我们将看到，他们是如何在金融经济学领域做出卓越贡献的，以及他们的思想是如何影响后人的。

我们将看到，他们是如何在金融经济学领域做出卓越贡献的，以及他们的思想是如何影响后人的。

我们将看到，他们是如何在金融经济学领域做出卓越贡献的，以及他们的思想是如何影响后人的。

我们将看到，他们是如何在金融经济学领域做出卓越贡献的，以及他们的思想是如何影响后人的。

我们将看到，他们是如何在金融经济学领域做出卓越贡献的，以及他们的思想是如何影响后人的。

我们将看到，他们是如何在金融经济学领域做出卓越贡献的，以及他们的思想是如何影响后人的。

我们将看到，他们是如何在金融经济学领域做出卓越贡献的，以及他们的思想是如何影响后人的。

我们将看到，他们是如何在金融经济学领域做出卓越贡献的，以及他们的思想是如何影响后人的。

我们将看到，他们是如何在金融经济学领域做出卓越贡献的，以及他们的思想是如何影响后人的。

我们将看到，他们是如何在金融经济学领域做出卓越贡献的，以及他们的思想是如何影响后人的。

前言

Preface

思想很少着衣而诞，而是在艰苦的累积过程中逐渐穿上华美的衣物。在人文艺术的许多领域，为了能更深入地获取知识，有必要知道这个领域的思想是如何演进的：这些思想是如何产生的？如何走向成熟的？一个思想是如何催生另一个思想的？知识环境是如何滋养思想的成长的？为什么现在看起来十分明显的思想曾让人感到十分困惑？

在社会科学中思考这些问题具有特殊的意义。在人文科学中，年代进程是没什么意义的。例如，谁能说过去3个世纪的英国诗歌或戏剧会超越莎士比亚的著作？在自然科学中，可以通过发现先在和永续的自然过程而获得知识累积。然而，社会科学中的知识被发现之后可以影响社会演进，且在相互作用中决定着后续的社会理论。

基于这种精神，我呈现在大家面前的是投资金融理论的年代发展进程中的参考书目。不过，这不是一部投资实践史，只是偶尔会引用到金融理论以外的现实世界。这部“投资思想史”涉猎内容广泛，包括方法论的发展和创造理论所使用的理论工具（包含经济学、数学、心理学和科学方法）。我正在写一部将耗时多年的书卷，名曰《西方文明史纲要》（*My Outline of Western Intellectual History*），这部书也将历史回溯到古代时期。

尽管这本书可作为参考书，但也可以作为一部史书从头至尾地阅读。书中大部分内容并没有按照专题来归纳，这是因为我努力将其当做一个完整的领域来看待，并强调一类研究是如何影响其他研究的，而以前它们可能被认为是割裂的。为了这个目的，采用编年体的形式看起来是比较恰当的，因为后来出现的思想不能影响先前出现的思想，而只会相反。

我们可将金融经济学的历史分为三个阶段：（1）1950年之前的古代时期；（2）1950~1980年的古典时期；（3）1980年之后的现代时期。大约在1980年之后，古典时期的理论基础面临越来越多的挑战。

在大量的金融研究中，我只能选择很小比例的文献。有些文章之所以重要是因为它们撒播下了思想的种子，提出了正确的问题，或者发展了重要的经济直觉；有些文章则在不同思想之间进行了十分有效的沟通；而另外一些文章之所以重要是因为它们将早期的概念定形、理顺假设并用数学给予支持。尽管我努力在这三类研究中做到平衡，但我还是将更多笔墨放在了前两类研究上。未发表的手稿只有满足如下两个条件之一才被编选入内：（1）被广泛地引用；（2）在其他作者公开发表的论文出现很久之前，其包含的思想就在该手稿中出现。如果某些文献回顾对解释思想的渊源有帮助的话，我也会将其收录在内。对一些重要结论的数学解释或证明也在书中有所展示，它基本上是对文字模糊表述的补充。不过，这些证明对理解来说并不是必需的。

读者也应该理解本书还有很多工作要做。许多重要的研究未被提及，并不是因为我认为它们不重要而是因为我还没有获得这些文献。因此，这部史书是不完整的，尤其是1980年后的内容还有很多欠缺。尽管本书将非理性主义者的思想追溯到古代与古典时期，但是本书对现代日益丰富的“行为金融”文献提及甚少。不过，出版商还是鼓励我整理手头已有的文献，因为他们感觉即便这类著作还处于发展时期但还是十分有用的。希望本书的新版本将能弥补这个缺陷。

投资理论的历史发展得益于许多著名经济学家的著作。20世纪的经济学家，如弗兰克·奈特、欧文·费雪、约翰·梅纳德·凯恩斯、弗里德里希·哈耶克、肯尼思·阿罗、保罗·萨缪尔森、米尔顿·弗里德曼、佛朗哥·莫迪利亚尼、杰克·赫希雷佛、詹姆斯·托宾、约瑟夫·斯蒂格利茨、罗伯特·卢卡斯、丹尼尔·卡尼曼、阿莫斯·特沃斯基以及乔治·阿克洛夫都留下了他们的印记。一些非经济学家在这个世纪也对金融学贡献颇丰，包括约翰·冯·诺伊曼、伦纳德·

萨维奇、约翰·纳什、莫里斯·肯德尔。进一步向前回溯，尽管丹尼尔·伯努利和路易斯·巴舍利耶的贡献已经广为人知，但是像斐波那契、布莱斯·帕斯卡、皮埃尔·费马、克里斯汀·惠更斯、亚伯拉罕·棣莫弗、埃德蒙·哈雷这些人的著作还鲜为人知但又十分重要。

可能这个领域与其他领域一样面临着学者忽视思想渊源的问题，我对此感到沮丧。尽管一些学术文章和著作声称是历史回顾，但还是经常过于简单地描绘成熟理论的发展轨迹，而将太多原创性思想只归功于少数学者。无疑本书也可能存在这样的缺陷，但我希望问题没有以前那么严重。一本著作可能淹没在逝去的历史之中，甚至有可能这本著作要比后来出现的且广为引用的文章都要优秀。

例如，问问你自己是谁最先提出了下列思想：

现值

MM 定理

普拉特 - 阿罗风险规避指标

马科维茨的均值 - 方差投资组合理论

戈登增长公式

资本资产定价模型

布莱克 - 斯科尔斯模型

考克斯 - 罗斯 - 鲁宾斯坦的二叉树期权定价模型

卢卡斯交易模型

米尔格罗姆 - 斯托克利无交易定理

从个人理性假定推出预期效用

风险中性概率下的鞅定价

动态完整

随机游走与理性市场的联系

用非平稳方差来描述证券价格的随机过程

上偏股价、异质信念与卖空约束之间的假设关系

规模效应

超常盈余增长模型

前景理论

在上述大多数例子中，思想出现的实际时间要比一般人所认为的起源提前许

多年，偶尔会提前几十年甚至几百年。在某些情况下，独立且近乎同时的发现者却很少甚至从未被提及，这多少证明了斯蒂芬·施蒂格勒的得名法则，即科学思想从未以其最初发现者的名字来命名。包括施蒂格勒法则自身也是这样，该法则最初的提出者实际是社会学家与科学哲学家罗伯特 K. 默顿。金融经济学中的一个著名例子就是 MM 定理，其实在莫迪利亚尼和米勒提出该命题的前 20 年，约翰·伯尔·威廉姆斯就在 1938 年出版的著作中做了精彩的探讨。如果这项创新性的洞察能在当时广为知晓且得到仔细研究，那么我们受困扰的时间就可以减少几十年。有关默顿的另一个取名谬论例子是“戈登增长公式”。不幸的是，一旦这类错误发生就很难纠正。事实上，这个错误已经根深蒂固，即便是最杰出的著作也未必能改变业已形成的习惯。

此外，研究者可能会没有意识到某些理论的基础工作在多年前就已经被发现。一个著名的例子是布莱克-斯科尔斯期权定价模型。尽管这个模型是在 20 世纪 70 年代得到发展的，且无疑是金融经济学中最为重要的发现之一。但事实上，肯尼思·阿罗在 20 年前的 1953 年就已经提出非常类似的观点。反过来，阿罗的想法在 3 个世纪之前布莱斯·帕斯卡与皮埃尔·费马之间的通信集中隐隐地有所体现。一个科学领域的进步通常会借鉴其他领域的方法，尤其是原本用于其他目的的数学工具。历史研究的副产品之一就是能发现原本看似无关的工作之间的联系。

有人会问，为什么学术领域会对自己的渊源不求甚解。历史是由胜利者重新书写的。学生经常依赖于自己的导师来了解学科历史，而导师又过分依赖于他自己的导师，依此类推。很少有学生会拒绝现存的引用方式，而去图书馆书架上翻找古旧书籍和期刊来寻找他们所使用思想的真正渊源。学者与大多数人一样，他们偏爱将成就归因于那些相对出名的人或那些在发展这个思想方面写了几篇文章或花了数年时间的人，而那些非主流的人士（可能是使用的方法或时机方面）即便研究的更早更原创，还是处于不利的位置。绝好的一个例子就是 A. D. 罗伊在均值-方差投资组合方面的基础性文章，就连哈里·马科维茨也承认希望自己能与罗伊共享投资组合理论之父的荣誉。¹ 罗伯特 K. 默顿将之称为“马太效应”。这个典故来源于《马太福音》（第 25 章第 29 节）：“因为凡有的，还要加给他，叫他有余；没有的，连他所有的，也要夺过来”。

当然，并不只有金融学才倾向于忽视自己的起源。例如，算术被认为是艾萨克·牛顿和戈特弗里德·威廉·莱布尼兹发明的。但事实上算术的发明可以追溯

到古希腊时期。尤其是安提丰、欧多克斯、阿基米德在使用“穷举的方法”的时候预期到了可采用极限和积分的概念来决定几何物体的面积和体积（例如，估计圆的面积时，在圆中镶入正规多边形，随着多边形的边数无穷增加，多边形就可以近似估计圆的面积）。尽管伽利略并没有用数学公式来正式表示，但他有关物体运动的著作已经暗含如下内容：物体的运动速度是距离相对于时间的一阶导数，加速度是距离相对于时间的二阶导数。皮埃尔·费马设计出了正切法，今天我们仍在使用这种方法，它可用于判定函数的最大值和最小值。艾萨克·巴罗使用微分的方法去寻找一个曲线的切线。并提出了两个函数的乘积和商的微分定理、 x 的幂函数微分定理以及隐函数的微分定理。

与大多数历史不同，有关金融学思想起源的大多数被遗忘的事实都能在那儿等待我们的发掘，在图书馆书架上的古旧书籍中，在过去的期刊中（现在大多可以以电子版形式获得）我们都能发现这些思想。很多投资理论史只是被胜利者重新书写过，最初雏形被修正过而已。在本书中，我会竭力去探究这些思想的渊源。对于书中所引用到的每一篇文章、每一本著作，我的目标都是明确它们对这个领域的边际贡献。

如同莎士比亚名著《麦克白》中的三个女巫一样拥有后见之明，我能“窥视时间的种子，能说出其中哪一粒能发芽，哪一粒不能成长。”拥有了这项优势，我在那些曾一度被认为很有前景但最终被证明是死胡同的研究上（例如股价的稳定帕累托假设）没有花费太多精力。

不过，我自知本书省略了许多十分重要的发现（部分原因是因为我还没有得到这些文献）或可能将投资思想追溯到不正确的源头，可能并没有发现更早的著作。另一方面，我也可能犯历史学家惯有的毛病，即用后世看起来重要或正确的观点来解释书面记录，这可能是有偏见的。我希望读者能够原谅我。我也从默顿·戴维斯那里获得了一些帮助，为此对他表示公开的致谢。我也请求读者能提出建设性的意见让我知晓错误，以便在以后的版本中修正。

马克·鲁宾斯坦

加州，伯克利

2006年元月

目 录

Contents

译者序

前言

第一部分

古代时期：1950 年之前 / 1

第二部分

古典时期：1950 ~ 1980 年 / 97

第三部分

现代时期：1980 年之后 / 303

注释 / 343

人名对照表 / 354



HUAZHANG CLASSIC FANWANG & INVESTING

第一部分

Part I

古代时期
1950 年之前

1202 年 斐波那契或称**比萨大公** (1170—1240) 出版了《算经》(*Liber Abaci*) 一书。该书最近由劳伦斯 E. 西格勒翻译成《斐波那契的算经: 比萨大公算经的现代英译本》(*Fibonacci's Liber Abaci: A Translation into Modern English of Leonardo Pisano's Book of Calculation*) (Springer-Verlag, 2002 年)。

1478 年 未知的作者 出版了《翠维索算术》(*The Treviso Arithmetic*) 一书。该书由戴维·尤金·史密斯翻译成英文, 见弗兰克 J. 施维茨所编著的《资本主义与算术: 15 世纪的新数学, 包括 1478 年〈翠维索算术〉全文》(*Capitalism and Arithmetic: The New Math of the 15th Century Including the Full Text of the Treviso Arithmetic of 1478*) (LaSalle, IL: Open Court, 1987 年)。

1761 年 埃德蒙·哈雷 (1656 年 11 月 8 日—1742 年 1 月 14 日) 所著的《论复利》(*Of Compound Interest*) 在哈雷逝世后出版。见亨利·舍温编著的《舍温算表》(*Sherwin's Mathematical Tables*) (W. and J. Mount, T. Page and Son, 1761 年)。

斐波那契数列、现值、合伙制、永续年金、资本预算

斐波那契 (1202) 因为将阿拉伯数学符号引入欧洲而闻名于世。阿拉伯

数字最早可能于公元后第一个千年的中期形成于印度，其后逐渐被阿拉伯商人和学者所学习。斐波那契在北非的旅行中学到了阿拉伯数字。在书中的第一章，他是这样开篇的：

如下是印度人使用的九个数字：9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1。

用这九个数字，再加上 0 这个符号，任何数字都既能被书写也能被示范。

在这本小册子出版后，用笔墨计算的阿拉伯数字取代了算盘的地位。这本书也提出了著名的斐波那契数列，1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, ...

《算经》这本书在现值计算发展中的作用却没有得到足够的重视，直到最近才被威廉 N. 戈茨曼发现^①。斐波那契通过几个数学例子来说明他的计算方法。其中对投资学有四方面的应用：（1）在合伙人成员中进行公平的利润分配^②；（2）序列投资的利润计算，其中包括中间撤出投资^③；（3）终值的计算^④；（4）现值的计算^⑤。他对问题（1）的解答很简单：将利润按照投入资本的比例来分配，这个答案在今天看来是显而易见的。关于问题（3）的举例，西格勒是这样翻译的：

有个人在一家银行存入 100 英镑，每英镑每个月能获得 4 便士的利息。他每年取出 30 英镑。那么他需要花多少时间才能把钱全部取出来？（p. 384）

斐波那契的计算结果是，那个人的钱在银行的时间是 6 年零 8 天零 $(1/2)$ $(3/9)$ 5 个小时。上述表达式是斐波那契所使用的符号，按照今天的表示方法每一部分的分母应等于该分母与所有右边分母的乘积，如 $1/2$ 实际上表示的是

① 见戈茨曼（2003）：《斐波那契与金融革命》（*Fibonacci and the Financial Revolution*），耶鲁大学国际金融中心手稿，第 03 ~ 28 号，2003 年 10 月 23 日。

② 见《论公司》（*On Companies*），pp. 172 ~ 173。

③ 见《旅行者的问题》（*Problems of Travelers*），pp. 372 ~ 373。

④ 见《将一百英镑存在银行获取利息时值得注意的问题》（*A Noteworthy Problem on a Man Exchanging One Hundred Pounds at Some Banking House for Interest*），pp. 384 ~ 386。

⑤ 见《论一个战士从封地中获得三百个金币》（*On a Soldier Receiving Three Hundred Bezants for His Fief*），p. 392。

($1/2 \times 1/9$) 而小时数就是所有部分的加总和。因此,按照现代的符号表示的小时数等于 5 小时 + ($3/9$) 小时 + ($1/18$) 小时 = $5\frac{7}{18}$ 小时。值得注意的是,尽管斐波那契的符号已经被废弃,但当度量小数量单位时还是很有用的。例如,斐波那契将会这样来表示 5 周零 3 天零 4 小时零 12 分零 35 秒: ($35/60$) ($12/60$) ($4/24$) ($3/7$) 5。

在问题 (4) 中,斐波那契通过对两只年金现值进行排名的方式演示了现值的使用。两只年金的区别仅在于获得报酬的周期不同,利息再投资的利率都是每个季度 2%: 两只年金每年都各支付 300 个金币,不同在于其中一只年金每季度支付 75 个金币,而另外一只年金则在每年年末支付 300 个金币。

由于复利的存在,固定利率下的现值是几何序列的加权求和。戈茨曼推测,斐波那契的利息概念可能为他提出著名的无穷级数概念提供灵感。不幸的是,我们对斐波那契知之甚少,这样的猜测还不能被证实。

在斐波那契之后,阿拉伯数字在欧洲得到广泛的使用,尤其是用于商业目的。一位不知名的作者所著的《翠维索算术》(1478) 是迄今已知的最早的算术书,它试图普及阿拉伯数字系统。该书在开篇描述了如何使用阿拉伯数字来计数、加、减、乘、除——这与今天使用的程序是一样的。在那个时期,数字刚刚演化成现代所使用的形式。例如,用 $\emptyset$ 表示零的方式在 1275 年后销声匿迹。其中部分原因可能要归因于《翠维索算术》,因为印刷技术可能迫使书写标准化。不过,加、减、乘、除等符号要到很晚才被引入。“+”和“-”出现在 1489 年,“ $\times$ ”出现在 1631 年,“ $\div$ ”出现在 1659 年。既然谈到这个问题,我们就展开一下。“ $\sqrt{\quad}$ ”出现在 1525 年,“=”出现在 1557 年,“<”和“>”出现在 1631 年,“ f ”出现在 1675 年 [由戈特弗里德·威廉·莱布尼兹发明],“ $f(x)$ ”出现在 1735 年 [由列昂哈德·欧拉发明],“ dx/dy ”于 1797 年由约瑟夫-路易斯·拉格朗日提出。用小数表示分数直至 1585 年才出现。用字母表示等式中的未知数直到 1580 年左右才在弗兰克斯·韦达 (1540—1603) 的公式中出现。约翰·纳皮尔于 1614 年发明了对数,并在 1617 年将小数符号

引入欧洲。这些数学运算是通过一些事例来演示的。合伙制可以追溯到公元前 2000 年的巴比伦王国。这种商业组织形式为长期需要大笔资金的投资提供了一种融资方式。在信奉基督教的欧洲，禁止放高利贷收取利息，合伙制则提供了一种迂回的方式。《翠维索算术》这本书中（p. 138）提出的第一个合伙制问题是这样的：

有三个商人共同搭伙投资。第一个人名叫皮耶罗，第二个人名叫保罗，第三个人名叫朱安妮。皮耶罗投入 112 个杜卡托，保罗投入 200 个杜卡托，朱安妮投入 142 个杜卡托。过了一段时间，他们发现已经赚了 563 个杜卡托。问每个人应分多少个杜卡托才是公平的。

建议的答案是：根据他们各自的投资额按照比例来分配利润。这个原则与斐波那契在《论公司》提出的原则一样。第二个合伙制问题更有趣（p. 138）：

有两个商人，分别叫做桑巴斯提亚诺和贾科莫，他们合伙投资来赚钱。桑巴斯提亚诺在 1472 年 1 月 1 日投入了 350 个杜卡托，贾科莫在 1472 年 7 月 1 日投入了 500 个杜卡托和 14 个格罗西。到了 1474 年 1 月 1 日，他们发现已经赚到了 622 个杜卡托。问每个人分多少？

首先将每个人的投资转换为同一计量单位，即桑巴斯提亚诺投入 8400 个格罗西，贾科莫投入 12 014 个格罗西。《翠维索算术》这本书通过两人各自的投资月数来调整投资时点的差异：

桑巴斯提亚诺： $8400 \times 24 = 201\ 600$ 贾科莫： $12\ 014 \times 18 = 216\ 252$

而后根据各自所占的比例来分配。两数之和是 $201\ 600 + 216\ 252 = 417\ 852$ 。因此，桑巴斯提亚诺获得 $622 \times (201\ 600 / 417\ 852) = 300$ 杜卡托，贾科莫获得 $622 \times (216\ 252 / 417\ 852) = 322$ 个杜卡托。

现代的分析师要解决这个分配问题需要区分两种情况：贾科莫的滞后投资是事先约定好的呢，还是在临近投资时才决定的。在第一种情况下，他应当知道利率才能计算出公平的分配利润；在第二种情况下，他应当知道 1472 年 7