

2003

MBA联考系列

研究生入学考试应试指导丛书

Entrance Exams for MD

北京大学研究生院策划

MBA 入学考试 数学应试指导 与模拟试题

邵士敏 主编

北京大学出版社

24

2003 年研究生入学考试应试指导丛书

2003 年 MBA 入学考试

数学应试指导与模拟试题

主 编 邵士敏
撰稿人 邵士敏 娄元仁
应惜亚 张立昂

北京大学出版社
北 京

图书在版编目(CIP)数据

2003 年 MBA 入学考试数学应试指导与模拟试题/邵士敏编著. —北京:北京大学出版社,
2002.10

(2003 年研究生入学考试应试指导丛书)

ISBN 7-301-04496-8

I. 2... II. 邵... III. 高等数学-研究生-入学考试-自学参考资料 IV. 013

书 名: 2003 年 MBA 入学考试数学应试指导与模拟试题

著作责任者: 邵士敏

责任编辑: 刘金海

标准书号: ISBN 7-301-04496-8/G · 580

出版者: 北京大学出版社

地 址: 北京市海淀区中关村北京大学校内 100871

网 址: <http://cbs.pku.edu.cn>

电 话: 出版部 62752015 发行部 62754140 编辑部 62752027

电子信箱: zpup@pup.pku.edu.cn

印刷者: 北京飞达印刷有限责任公司

发 行 者: 北京大学出版社

经 销 者: 新华书店

787 毫米×1092 毫米 16 开本 16.875 印张 421 千字

2002 年 10 月第 3 版 2002 年 10 月第 1 次印刷

定 价: 23.00 元

出版前言

由北京大学研究生院策划、北京大学出版社出版的《2003年研究生入学考试应试指导丛书》包括公共课系列、法律硕士联考系列、MBA联考系列、MPA联考系列和经济管理硕士系列共三十余部。该套丛书是为了帮助有志于攻读硕士研究生的广大考生能在较短的时间内全面地、系统地复习有关的课程内容,而编写的一套题量大、题型齐全、覆盖面广、难度及认知层次分布合理的系列丛书。本套丛书的总体设计是在北京大学研究生院的有关方面专家指导下,在大量的调查和研究的基础上,根据国家教育部最近制定的“全国硕士研究生入学考试各科考试大纲”的有关要求,并结合作者多年参加有关考试的命题、阅卷及辅导的经验进行的。

本套丛书有如下几个特点:

一、本套丛书作者阵容强大

作者皆为北京大学、清华大学、对外经贸大学、中国科技大学等考研辅导名师。他们都多年从事研究生入学考试的阅卷、辅导及教学工作,有些还是原研究生入学考试命题组成员,对研究生入学考试有相当丰富的经验。他们所编写的辅导书和所教授的辅导课在历年研究生入学考试的考生中都有相当大的影响。

二、体系明晰、内容精练

应试指导丛书的每一章或每一部分都由以下几项内容构成:

(一) 考试要求。编写该部分的目的是使广大考生明确每一章或每一部分考的内容是什么,掌握到什么程度就可以了。在编写过程中,根据作者多年来参加有关命题的经验把考试大纲所要求的内容加以细化、归纳和总结,使广大考生能够正确地把握考试要求,这是区别于其他研究生入学考试辅导书的一大特点。

(二) 重要定义、定理及公式。该部分根据考试大纲的要求将概念、定理和公式(数学类)方法进行了简明扼要的叙述、归纳和总结;精选了各种典型的例题并作详细的解答,使得考生能在较短的时间内对重点、难点、疑点问题进行复习,全面、系统地掌握所需要的知识,在考试时能够拿得出、用得上。

(三) 典型例题分析。该部分根据考试大纲要求的题型进行了分类,归纳总结了各种题型解题的方法及技巧,开阔了考生的解题思路,使所学的知识能够融会贯通,并迅速提高考生的综合解题能力。

(四) 自测练习题。每一章或每一部分的最后都精选了适量的练习题,全部习题都附有答案或提示。这些题目作为考生巩固所学知识、复习有关内容时使用,有利于提高考生分析问题和解决问题的能力。

本套丛书模拟试卷由两部分组成:一是为了检查前一阶段考生复习效果、更好地提高考生的应试能力而设计编制的全真模拟试卷及其参考答案;二是近几年考研试题及解答。作者是在深入研究了历年考研试卷的结构、知识点及难度的分布,并紧密结合他们的命题实践、阅卷过程中的常见问题及在全国各大城市“考研辅导班”辅导的经验来编好每一道题。因此,每一份试卷都从不同角度选择了具有多种风格的题目,基本上涵盖了全部命题思路,能够达到实际考试效果。这样,有利于广大考生检验自己复习的效果,更加全面地、系统地掌握所需知识,迅速地提高综合解题能力。

我们认为,这套丛书的出版,必将有助于硕士研究生入学考试应试者开拓思路,提高其分析问题、解决问题的能力,以便考出好成绩。

北京大学出版社

前 言

为了帮助参加 MBA(工商管理硕士学位)联考数学考试的考生复习和应试,我们按照全国 MBA 教育指导委员会确定的《考试大纲》的要求编写了这本书。

本书包括“内容提要”和“模拟试题”两部分。

“内容提要”包括新考试大纲的全部内容:初等数学、微积分、线性代数和概率论。本书详尽地叙述了应考的基本概念、基本定理及计算公式,并配有尽可能多的典型例题,以帮助考生深入理解概念,加强公式的适用。此外,还备有练习题及答案,可供考生复习时使用。

在“内容提要”中,有少数 2003 年考试大纲不作要求的内容,例如微积分中的函数、极限、连续性、不定积分等。但它们是要考内容的基础,且与要考的内容密切相关。所以这些内容我们仍然保留在书中,并且在标题前打上“*”号,仅供读者查阅。

本书还选编了两套模拟试题及解答。每套题都按照 2003 年 MBA 联考综合能力考试样题(数学部分)的题型结构编排,包括条件充分性判断及问题求解,供考生复习时参考。

在编写过程中,我们研究了数学考试大纲对各部分内容要求的深度。书中对基本概念、基础知识的叙述,尽量符合大纲要求的深度。书中的概念、符号等均采用一般教科书的习惯用法,书中就不另作说明。

由于时间仓促,难免有疏误之处,诚望广大考生及众读者提供宝贵意见。

编 者

目 录

第一部分 内容提要

初等数学	(3)
代数	(3)
习题	(64)
微积分	(75)
一 函数、极限、连续	(75)
习题一	(83)
二 一元函数微分学	(84)
习题二	(97)
三 一元函数积分学	(99)
习题三	(112)
四 多元函数微分学	(113)
习题四	(123)
线性代数	(126)
一 行列式	(126)
习题一	(136)
二 矩阵	(137)
习题二	(150)
三 向量与线性方程组	(152)
习题三	(169)
四 矩阵的特征值与特征向量	(171)
习题四	(184)
概率论	(188)
一 随机事件及其运算	(188)
二 随机事件的概率	(191)
三 条件概率	(196)
四 独立性	(199)
习题一	(203)
五 随机变量及其分布	(205)
六 随机变量的数字特征	(215)
习题二	(219)

第二部分 模拟试题

模拟试题一.....	(225)
模拟试题二.....	(229)
模拟试题解答.....	(233)
模拟试题一参考答案.....	(233)
模拟试题二参考答案.....	(236)
习题答案.....	(239)
初等数学.....	(239)
微积分.....	(241)
线性代数.....	(244)
概率论.....	(248)
附录 A 初等数学附注	(252)
附录 B 2002 年全国攻读工商管理硕士学位研究生入学考试数学试题	(256)

第一部分 内 容 提 要

初等数学

前言 本书在初等数学部分,每章节后面附注说明了一些初等数学内容中极其重要的方法或定理的证明,以便使读者容易学习、掌握重要的解题思路,为学习高等数学打下更坚实的基础.

代 数

1. 方程(组)及其解

(1) 定义 含有未知数的等式称为方程;能使方程左、右两边的值相等的未知数的值称为方程的解(一元方程的解即为方程的根);求方程(组)解的过程称为解方程(组).

(2) 分类

1° 一元一次方程 含有一个未知数,且未知数次数最高是一次的方程. $ax=b(a \neq 0)$ 解为 $x=\frac{b}{a}$.

2° 一元二次方程 含有一个未知数,且未知数次数最高是二次的方程 $ax^2+bx+c=0(a \neq 0)$ 其中 $\Delta=b^2-4ac$ 称为判别式. 方程的解分三种情况:

(i) $\Delta > 0$ 方程有两相异实根;

(ii) $\Delta = 0$ 方程有两相等实根;

(iii) $\Delta < 0$ 方程无实数根.

一元二次方程 $ax^2+bx+c=0(a \neq 0)$ 的两根 x_1, x_2 与系数 a, b, c 之间满足下列关系(韦达定理).

$$x_1+x_2=-\frac{b}{a} \quad x_1 \cdot x_2=\frac{c}{a}$$

3° 一元 n 次方程 含有一个未知数,且未知数次数最高是 $n(n \in N)$ 次的方程.

$$a_0x^n+a_1x^{n-1}+a_2x^{n-2}+\cdots+a_{n-1}x+a_n=0 \quad (a_0 \neq 0)$$

此方程的 n 个根 $x_1, x_2, x_3, \cdots, x_n$ 与其系数之间满足韦达(Vieta)定理:

$$\begin{cases} x_1+x_2+x_3+\cdots+x_n=(-1)^1 \frac{a_1}{a_0} \\ x_1x_2+x_1x_3+\cdots+x_{n-1}x_n=(-1)^2 \frac{a_2}{a_0} \\ \cdots \cdots \cdots \\ x_1x_2x_3\cdots x_n=(-1)^n \frac{a_n}{a_0} \end{cases}$$

4° 二元一次方程(组) 含有两个未知数,且未知数次数最高是一次的方程 $A_1x+B_1y+C_1=0 (A_1 \neq 0, B_1 \neq 0)$ 解为无穷多组 $\begin{cases} x_1 \\ y_1 \end{cases}, \begin{cases} x_2 \\ y_2 \end{cases}, \cdots$. 由两个二元一次方程组成的二元一次方程组

$\begin{cases} A_1x+B_1y+C_1=0 \\ A_2x+B_2y+C_2=0 \end{cases}$ 的解分三种情况:

(i) 惟一解, (ii) 无穷多组解, (iii) 无解.

5° n 元一次方程组 由含 n 个未知数, 且未知数次数最高是一次的 n 个方程组成.

6° 二元二次方程组 由含两个未知数, 且未知数次数最高是二次的两个方程组成.

7° 分式(无理)方程 未知数出现在分母(根号)内的方程, 注意进行根的检验问题.

例 1.1 某人承包植树 240 棵的任务, 计划若干天完成, 植树两天后, 由于阴雨天气, 平均每天少植树 8 棵, 因此延缓了 4 天完成任务, 求原计划完成任务的天数.

解 1 原计划植树 x 天, 原计划植树 y 棵/天, 则后植树 $(y-8)$ 棵/天.

$$\begin{cases} xy=240 \\ 2y+(x+4-2)(y-8)=240 \end{cases}$$

$$\text{得 } x^2+2x-120=0 \quad (x+12)(x-10)=0 \quad \therefore x=10 \text{ 天}$$

答: 原计划植树 10 天.

解 2 设原计划植树 x 棵/天, 2 天共植树 $2x$ 棵.

原来植树 $\frac{240-2x}{x}$ 天

$$\text{则 } \frac{240-2x}{x-8} = \frac{240-2x}{x} + 4$$

$$\text{得 } x^2-4x-480=0 \quad \text{即 } x^2-4x-30 \cdot 4^2=0$$

$$[x+5(4)][x-6(4)]=0 \quad x=-20 \text{ 舍} \quad \therefore x=24 \text{ 棵/天}$$

$$\frac{240}{24}=10 \text{ 天}$$

分析: 按题意为方便书写表达式而适当设所需要的未知数为好.

例 1.2 一个车工小组用普通切削法工作 6 小时后改用快速切削法 2 小时后, 共完成全部任务的 $\frac{1}{2}$, 已知快速切削法工作 2 小时可完成普通切削法 4 小时完成的工作, 用这两种方法单独完成全部任务各需多少小时?

解 1 设普通切削法独做需 x 小时, $\therefore$ 普法速 $\frac{1}{x}$,

则快速切削法独做需 $\frac{x}{2}$ 小时, $\therefore$ 快法速 $\frac{2}{x}$,

$$\frac{6}{x} + \left(\frac{2}{x}\right) 2 = \frac{1}{2} \quad \text{解得 } x=20$$

答: 普通切削法独做需 20 小时; 快速法 10 小时.

解 2 设普法需 x 小时, $\therefore$ 普法速 $\frac{1}{x}$.

设快法需 y 小时, $\therefore$ 快法速 $\frac{1}{y}$.

$$\begin{cases} \frac{2}{y} = \frac{4}{x} \\ \frac{6}{x} + \frac{2}{y} = \frac{1}{2} \end{cases} \quad (\text{下略})$$

分析: 解工程问题时能找到工程进行速度是关键所在.

例 1.3 某工程队挖一条长 200 米的沟, 实际施工时, 每天比原计划多挖 5 米, 结果提前 2

天完工,问挖这条沟实际用的天数.

解1 设原计划 x 米/天,实际 $(x+5)$ 米/天.

$$\frac{200}{x} = 2 + \frac{200}{x+5} \quad \text{得 } x^2 + 5x - 20 \cdot 5^2 = 0, \quad x = -25 \text{ 舍}, \quad \therefore x = 20.$$

$$\frac{200}{20+5} = 8 \text{ 天}$$

答:实际用了 8 天.

解2 设实际用 x 天, $\therefore$ 实际 $\frac{200}{x}$ 米/天,

$\therefore$ 原 $\left(\frac{200}{x} - 5\right)$ 米/天.

$$\frac{200}{\frac{200}{x} - 5} = 2 + \frac{200}{x} \quad \text{得 } x^2 + 2x - 80 = 0, \quad x = -10 \text{ 舍}, \quad \therefore x = 8 \text{ 天}.$$

解3 设原计划 x 天,设实际用 y 天

$$\begin{cases} \frac{200}{y} - \frac{200}{x} = 5 \\ y + 2 = x \quad (\text{下略}) \end{cases}$$

分析:列二元方程组不一定比列一元方程更“繁”.

例 1.4 一水池装有进水管各一个,同时开放两管,36 分钟就能使空池注满,若同时开放 6 分钟后关上出水管再进 10 分钟也能使空池注满,单独开进水管要多少时间才能把空池注满?

解1 设进水管 x 分钟注满, $\therefore$ 进水管速 $\frac{1}{x}$.

设出水管 y 分钟放空, $\therefore$ 出水管速 $\frac{1}{y}$.

$$\begin{cases} \frac{36}{x} - \frac{36}{y} = 1 \\ \frac{6}{x} - \frac{6}{y} + \frac{10}{x} = 1 \end{cases}$$

解得 $y = \frac{3}{2}x$ $\therefore x = 12$ 分钟,

答:12 分钟能注满水池.

解2 设进水管 x 分钟注满水池, $\therefore$ 进水管速 $\frac{1}{x}$.

两管齐放 36 分钟注满水池, $\therefore$ 两管速 $\frac{1}{36}$.

$$\frac{6}{36} + \frac{10}{x} = 1 \quad \text{解得 } x = 12 \text{ 分钟}.$$

分析:工作问题中完成全工作量规定为“1”.

例 1.5 甲、乙两地相距 135 千米,大、小汽车从甲地到乙地,大车比小车提前出发 5 小时,小车比大车晚到 30 分钟.已知小、大汽车速度的比为 5:2,求两车的速度.

解1 设大车速度 $2k$ 千米/时,则小车速度 $5k$ 千米/时;

设小车行驶 t 小时,则大车行驶 $\left[5 + \left(t - \frac{30}{60}\right)\right]$ 小时.

$$\text{则 } \begin{cases} (5k)t=135 \\ \left(5+t-\frac{1}{2}\right)(2k)=135 \end{cases} \quad \text{解得 } \begin{cases} t=3 \\ k=9 \end{cases}$$

∴ 大车速度 = $2(9) = 18$ 千米/时 小车速度 = $5(9) = 45$ 千米/时.

答: 大车每小时行驶 18 千米; 小车每小时行驶 45 千米.

解 2 设大车速度 $2k$ 千米/时, 大车共行 $\frac{135}{2k}$ 小时;

小车速度 $5k$ 千米/时, 小车共行 $\frac{135}{5k}$ 小时.

$$\text{则 } \frac{135}{2k} = 5 + \frac{135}{5k} - \frac{30}{60} \quad \text{解得 } k=9 \quad (\text{下略})$$

解 3 设大车速度 $2k$ 千米/时, 则小车速度 $5k$ 千米/时.

$$\text{则 } 2k\left(5 + \frac{135}{5k} - \frac{1}{2}\right) = 135 \quad k=9 \quad (\text{下略})$$

解 4 设大车速度 $2k$ 千米/时, 则小车速度 $5k$ 千米/时.

$$\text{则 } 5k\left(\frac{135}{2k} - 5 + \frac{1}{2}\right) = 135 \quad k=9 \quad (\text{下略})$$

分析: 在解行程问题时可充分利用距离、速度、时间的关系假设出“多余”的未知数建立方程.

说明: 参数 k 的引用见例 1.11 的分析.

例 1.6 甲、乙两车分别从 A、B 两地同时相向出发, 相遇时甲车比乙车少走 18 千米; 相遇后甲车又行驶 1 小时 21 分钟到达 B 地, 乙车又行驶 36 分钟到达甲地, 求甲、乙两车速度.

解 设甲车速 x 千米/分钟, 设乙车速 y 千米/分钟, 设相遇前甲走 z 千米

$$\text{则 } \begin{cases} \frac{z+18}{81} = x \\ \frac{z}{36} = y \\ \frac{z}{x} = \frac{z+18}{y} \end{cases}$$

$$\text{得 } 5x^2 - 144x - 1296 = 0, \text{ 即 } 5x^2 - 8(18)(x) - 4(18)^2 = 0, \quad z = -\frac{36}{5} \text{ 舍 } \quad z = 36$$

$$\text{解得 } x = \frac{2}{3} \text{ 千米/分钟 } \quad y = 1 \text{ 千米/分钟}$$

答: 甲速 $\frac{2}{3}$ 千米/分钟; 乙速 1 千米/分钟.

分析: 设几个“多余的”未知数不一定对解应用题“不利”.

例 1.7 某学生以每小时 5 千米的速度前进, 可以按时从学校返回家中, 走了 $\frac{1}{3}$ 的路程以后他搭乘以每小时 20 千米的速度行驶的汽车, 则他比预计时间提前 2 小时到达, 求他的家离学校有多远?

解 1 设全程 x 千米, 步行全程需 $\frac{x}{5}$ 小时.

设步行用了 t 小时, 汽车走了 $\left(\frac{x}{5} - t - 2\right)$ 小时.

$$\text{则 } \begin{cases} 5t = \frac{x}{3} \\ 20\left(\frac{x}{5} - t - 2\right) = \frac{2}{3}x \end{cases} \quad \text{解得 } \begin{cases} t = \frac{4}{3} \\ x = 20 \end{cases}$$

答：学生的家与学校相距 20 千米。

解 2 设步行全程需 t 小时 $\because$ 步行速度为 5 千米/时 $\therefore$ 全程共有 $5t$ 千米。

步行走 $\frac{1}{3}(5t)$ 千米 共用 $\left(\frac{5t}{3}\right) \div 5 = \frac{t}{3}$ 小时。

汽车行进 $\frac{2}{3}(5t)$ 千米 共用 $\left(\frac{10t}{3}\right) \div 20 = \frac{t}{6}$ 小时。

则 $\frac{t}{3} + \frac{t}{6} + 2 = t$ 解得 $t = 4$ $\therefore$ 全程共有 $5(4) = 20$ 千米。

解 3 同解 2 的假设：设步行全程需 t 小时。

步行 $\frac{t}{3}$ 小时走 $\frac{t}{3}(5)$ 千米，汽车 $\left(\frac{2t}{3} - 2\right)$ 小时行进 $20\left(\frac{2}{3}t - 2\right)$ 千米。

则 $\frac{5}{3}t + 20\left(\frac{2t}{3} - 2\right) = 5t$ (下略)

解 4 设全程 x 千米，步行全程需用 $\frac{x}{5}$ 小时，步行 $\frac{1}{3}$ 全程用 $\frac{1}{3}\left(\frac{x}{5}\right) = \frac{x}{15}$ 小时，汽车行进 $\frac{2}{3}$ 全程需用 $\left(\frac{2}{3}x\right) \div 20 = \frac{x}{30}$ 小时。

则 $\frac{x}{15} + \frac{x}{30} + 2 = \frac{x}{5}$ $\therefore x = 20$ 千米。

解 5 同解 4 的假设：设全程为 x 千米，步行 $\frac{1}{3}$ 全程共走 $\frac{x}{3}$ 千米，汽车走 $\frac{2}{3}$ 全程为 $\left(\frac{2}{15}x - 2\right) 20$ 千米。

则 $\frac{x}{3} + \left(\frac{2}{15}x - 2\right) 20 = x$ (下略)

解 6 设汽车共走 t 小时 $\because$ 汽车速度为 20 千米/时 $\therefore$ 汽车共走 $20t$ 千米，这是全程的 $\frac{2}{3}$ 即 $\frac{2}{3}(\text{全程}) = 20t$ $\therefore$ 全程 $= 30t$ 千米，需用时间 $\frac{20t}{5} = 4t$ 小时。

则 $4t = t + 2$ $\therefore t = \frac{2}{3}$ $\therefore$ 全程 $= 30\left(\frac{2}{3}\right) = 20$ 千米。

例 1.8 某汽车装配厂计划在规定期限内组装汽车 21 辆，组装了 6 辆汽车后，又追加了组装 5 辆汽车的订单，要求交货时间不超过原定的期限。通过挖潜改革，提高工效，平均每天比原计划多组装 2 辆汽车，结果提前 1 天交货，求追加订单后，平均每天组装多少辆汽车？

解 1 设原定期 x 天，则原速 $\frac{21}{x}$ 辆/天、后速 $\left(\frac{21}{x} + 2\right)$ 辆/天

组装 6 辆用 $\frac{6}{\frac{21}{x}}$ 天，组装 $(21 + 5 - 6)$ 辆用 $\frac{20}{\frac{21}{x} + 2}$ 天。

因此 $x - 1 - \frac{6}{\frac{21}{x}} = \frac{20}{\frac{21}{x} + 2}$ 得 $10x^2 - 49x - 147 = 0$

解得 $x = -\frac{21}{10}$ 舍 $x = 7$ 后速为 $\frac{21}{7} + 2 = 5$ 辆/天

答：追加订单后平均每天组装 5 辆汽车。

解 2 设原定期 x 天,按原速组装 $(21-6)$ 辆的速度为 $\frac{15}{x}$ 辆/天,后用 $(x-1)$ 天,按后速组装 20 辆的速度为 $\frac{20}{x-1}$ 辆/天

因此 $\frac{15}{x} + 2 = \frac{20}{x-1}$ 得 $2x^2 - 7x - 15 = 0$

解得 $x = -\frac{3}{2}$ 舍 $x = 5$ 后速为 $\frac{20}{5-1} = 5$ 辆/天

解 3 设后用 x 天,按后速组装 20 辆的速度为 $\frac{20}{x}$ 辆/天,原定期为 $(x+1)$ 天,按原速组装 15 辆的速度为 $\frac{15}{x+1}$ 辆/天

因此 $\frac{15}{x+1} = \frac{20}{x} - 2$ 得 $2x^2 - 3x - 20 = 0$

解得 $x = -\frac{5}{2}$ 舍 $x = 4$ 后速为 $\frac{20}{4} = 5$ 辆/天

解 4 设后速为 x 辆/天,组装 20 辆用 $\frac{20}{x}$ 天

原速为 $(x-2)$ 辆/天,组装 15 辆用 $\frac{15}{x-2}$ 天

因此 $\frac{15}{x-2} - \frac{20}{x} = 1$ 得 $x^2 + 3x - 40 = 0$

解得 $x = -8$ 舍 $x = 5$ 即后速为 5 辆/天

解 5 设原速为 x 辆/天,组装 15 辆用 $\frac{15}{x}$ 天

后速为 $(x+2)$ 辆/天,组装 20 辆用 $\frac{20}{x+2}$ 天

因此 $\frac{15}{x} = \frac{20}{x+2} + 1$ 得 $x^2 + 7x - 30 = 0$

解得 $x = -10$ 舍 $x = 3$ 即后速为 $3+2=5$ 辆/天

分析: 对应用题的解题方式可有多种,但是设怎样的未知数、建立怎样的等量关系更简便是有选择的. 多种解法是来自于不同的未知数假设和相应等式的建立.

例 1.9 一批出口货物要运到码头,甲、乙两队合运 8 小时可运全部货物的 40%,乙队独运 36 小时可运完,又甲每小时可运 5 吨,这批货物共有几吨?

解 设这批货物共有 x 吨,甲速 5 吨/时,乙速 $\frac{x}{36}$ 吨/时.

$8(5) + 8\left(\frac{x}{36}\right) = x \cdot 40\%$ 解得 $x = 225$ 吨

答: 这批货物共有 225 吨.

分析: 运货需知速度,有已知数(如甲速)可以;写符合题意的代数式(如乙速)也可以.

例 1.10 制衣厂本月计划生产运动服 6000 套,结果 12 天完成了计划的 55%,照这样的进度,全月(按 30 天计算)生产的运动服将比原计划多生产几套?

解 12 天完成量为 $6000(55\%) = 3300$ 套

制衣速度 $\frac{3300}{12} = 275$ 套/天

30 天共生产 $30(275) = 8250$ 套

$8250 - 6000 = 2250$ 套

答: 比原计划多生产 2250 套.

例 1.11 甲、乙、丙三名工人加工完一批零件, 甲工人完成了总件数的 35%, 乙、丙两工人完成的件数之比是 7:6, 已知丙工人完成了 42 件, 则甲工人完成了多少件?

解 设零件总数为 x 件.

甲完成 $x \cdot 35\%$ 件, 乙完成 $7k$ 件, 丙完成 $6k$ 件.

$$\begin{cases} x \cdot 35\% + 7k + 6k = x \\ 6k = 42 \end{cases} \quad \therefore k = 7$$

得 $0.35x + 7(7) + 6(7) = x$

$\therefore x = 140$ 件, 甲完成 $0.35(140) = 49$ 件.

分析: 凡是用比值给出的已知条件, 必须利用参数 k 写出比值所反映的确切数值.

例 1.12 修建中关村科技园区的某项工程. A、B 两公司合作 35 天可完成; A 公司独做 25 天后, B 公司加入两公司合作 15 天, 此时 A 公司另有任务, 余下工程由 B 公司又经过 18 天才完成, 问由 A 公司单独完成需要的天数?

解 设 A 公司独做需 x 天, $\therefore$ A 速 $\frac{1}{x}$ 1/天

设 B 公司独做需 y 天, $\therefore$ B 速 $\frac{1}{y}$ 1/天

$$\begin{cases} \frac{35}{x} + \frac{35}{y} = 1 \\ \frac{24}{x} + \left(\frac{15}{x} + \frac{15}{y} \right) + \frac{18}{y} = 1 \end{cases}$$

解得 $x = 105$ 天. 答: 由 A 公司独做 105 天完成.

分析: 题中虽然未要求 B 公司独做需要的天数, 但为了表达两公司工作情况应找出 A、B 的工作速度, 对 B 也作独做需 y 天的假设是必须的.

例 1.13 某校两个年级抽出若干学生参加 2001 年春节晚会的排练, 其中一年级人数占全部演员的 60%, 若从一年级抽出 20 人参加二年级演出, 则两个年级人数各占全部演员的 50%, 问这次演出共有几人?

解 1 设一年级 x 人, 则全部演员 $\frac{x}{60\%}$ 人.

$$x - 20 = \frac{x}{60\%} \cdot 50\% \quad x = 120 \text{ 人,}$$

$$\therefore \text{全部演员 } \frac{120}{60\%} = 200 \text{ 人.}$$

答: 这次演出共有 200 人.

解 2 设一年级 x 人, 设二年级 y 人.

$$\begin{cases} x = (x + y) 60\% \\ x - 20 = (x + y) 50\% \end{cases} \quad \begin{cases} x = 120 \\ y = 80 \end{cases}$$

$\therefore$ 全部演员 $120 + 80 = 200$ 人.

解 3 设一年级 x 人, 设全部演员 y 人.

$$\begin{cases} x - 20 = y \cdot 50\% \\ x = y \cdot 60\% \end{cases} \quad \begin{cases} x = 120 \\ y = 200 \end{cases}$$

$\therefore$ 全部演员 200 人.

解4 设二年级 x 人, 设全部演员 y 人.

$$\begin{cases} x+20=y \cdot 50\% \\ (y-x)=y \cdot 60\% \end{cases} \quad \begin{cases} x=80 \\ y=200 \end{cases}$$

$\therefore$ 全部演员 200 人.

解5 设全部演员 x 人, 则一年级 $x \cdot 60\%$ 人.

$$x \cdot 60\% - 20 = x \cdot 50\%$$

$\therefore x=200$ 人, 答: 全部演员 200 人.

分析: 解应用题时不一定只设所求概念为未知数, 而要掌握使布列方程简便即可, 如解4 解5.

例 1.14 甲仓存化肥 50 吨, 乙仓存化肥 70 吨, 再往甲仓、乙仓共运化肥 100 吨, 使甲仓化肥是乙仓化肥数量的 1.2 倍. 应运往乙仓的化肥几吨?

解 设运往乙仓化肥 x 吨, 则运往甲仓化肥 $(100-x)$ 吨.

$$50 + (100 - x) = 1.2(70 + x) \quad \therefore x = 30 \text{ 吨.}$$

答: 运往乙仓化肥 30 吨.

分析: 需找最基本因素设为未知数 x , 其余量为 x 的倍数.

例 1.15 某商场将原有 586 电脑按原价提高 40% 后, 再作 8 折“优惠价”销售. 这样每售出一台电脑可获利 5440 元. 已知每台电脑的成本为 8000 元, 该商场按“优惠价”售出一台电脑比按原价().

(A) 多赚 2000 元

(B) 少赚 2000 元

(C) 多赚 1440 元

(D) 少赚 1440 元

(E) 多赚 1500 元

解 设原价 x 元/台

提高 40% 后价为 $x + x \cdot 40\% = x(1 + 40\%) = 1.4x$ 元/台.

8 折后“优惠价”为 $1.4x \cdot 80\% = 1.12x$ 元/台.

$$1.12x - 8000 = 5440 \quad \therefore \text{原价 } x = 12000 \text{ 元/台.}$$

$$\therefore \text{“优惠价” } 1.12(12000) = 13440 \text{ 元/台.}$$

$$13440 - 12000 = 1440 \text{ 元/台.}$$

$\therefore$ 每台多赚 1440 元, 选(C).

分析: 根据题意, 为将每个已知条件写成相应代数式, 应设法找出合理的假设(不一定是“直接设法”).

例 1.16 采购员用一笔资金购买多功能小电脑, 若买 6 台余 2000 元, 若买 7 台则缺 3000 元. 若用此资金购买儿童玩具电脑, 恰好能买 8 台. 则儿童玩具电脑的每台售价为多少?

解 设多功能小电脑 x 元/台

$$6x + 2000 = 7x - 3000 \quad \therefore x = 5000 \text{ 元}$$

$$\text{总钱数 } 6(5000) + 2000 = 32000 \text{ 元.}$$

$$\therefore \text{玩具电脑 } \frac{32000}{8} = 4000 \text{ 元/台.}$$

分析: 根据多次购买电脑的需要, 对每台电脑价格的假设是至关重要的.

例 1.17 某投资者以 4 万元购买甲、乙两种股票. 甲股票的价格为每股 10 元, 乙股票的价格为每股 4 元. 它们的投资额之比为 3 : 1. 在甲、乙股票价格分别为每股 14 元和 3 元时, 该