花 1 小时的家教成本，
请回 1 学期的家教老师！

北师大版
数学
九年级下学期

FEICHANGJIAJIAO

非常家教

解析

⊙重点
⊙难点
⊙疑点

⊙青岛出版社

《非常家教》出版说明

知识导航 提纲挈领 帮你明确学习目的，了解章节基本内容，梳理清晰的线索，是你课前预习的良师。

要点点拨 有的放矢 直击重点、难点与考点，点拨核心知识点，记录课堂讲评要点，是你课堂学习的益友。

典例详析 举一反三 精选典型例题，通透讲解，明示诀窍，详析规律，纠正误区，是你快速提高的捷径。

基础自测 知根知底 题目难度适中，涵盖章节基本内容，力求夯实基础，可用于课后及时检测，是你巩固根本的秘方。

能力拓展 触类旁通 优中选精，拒绝题海。帮你有效提升创新能力，增强学习的信心，打造智慧与成功之旅。

学习指南 授人以渔 帮你归纳学习方法，及时总结解题思路，增强学习效果，探求为学之道。

章末总结 温故知新 串联知识点，梳理知识结构；明确中考定位，把握命题趋势；指点迷津，是你自主复习的“非常家教”。

本章测评 量身定做，查漏补缺 名家精心挑选全面涵盖本章内容的各种形式的习题，帮你巩固知识，及时发现不足，从而使复习更有针对性，事半功倍。

挑战中考 因为似曾相识，所以游刃有余！

期中测评 行百里者半九十，一定要再接再厉！

期末测评 面对优异的成绩，非常家教平常心！

CONTENTS

目录

第一章　直角三角形的边角关系

1.1 从梯子的倾斜程度谈起

知识导航　勇于开始，才能找到成功的路

1. 倾斜角越大——梯子________，铅直高度与水平宽度的比________——梯子越陡.

2. 在 Rt△ABC 中，如果锐角 A 确定，那么∠A 的对边与邻边的比也________，这个比叫做∠A 的________，记作 tan A. 梯子的倾斜程度与________有关系. tan A 的值越大，梯子越________.

3. 在 Rt△ABC 中，锐角 A 的________边与________边的比叫做∠A 的正弦，记作 sin A，如图 1－1－1 所示，sin A=________.

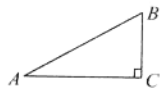

图 1－1－1

4. 在 Rt△ABC 中，锐角 A 的________边与________边的比叫做∠A 的余弦，记作 cos A，如图 1－1－1 所示，cos A=________.

5. 坡面的________与________的比称为坡度(或坡比).

6. 锐角 A 的________、________和________都是∠A 的三角函数.

要点点拨　读书不知要领，劳而无功

1. 关于正切与梯子的倾斜程度的理解

(1)正切的定义：如图 1－1－2 所示，在 Rt△ABC中，如果锐角 A 确定，那么∠A 的对边与邻边的比也随之确定，这个比叫做∠A 的正切，记作 tan A，即 $\tan A=\dfrac{\angle A\text{的对边}}{\angle A\text{的邻边}}=\dfrac{a}{b}$.

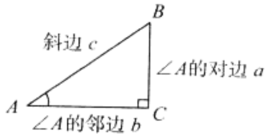

图 1－1－2

(2)tan A 的值越大，梯子越陡. 梯子的倾斜程度实际上就是梯子与地面的夹角的大小，夹角越大说明梯子倾斜程度越大. 但在很多实际问题中，人们无法测得倾斜角，这时通常采用倾斜角的正切来刻画倾斜程度. 在 0°～90°间，一个锐角的正切值随角度的增大(减小)而增大(减小).

2. 正弦、余弦的定义及理解

如图 1－1－3 所示，在 Rt△ABC 中，锐角 A 的对边与斜边的比叫做∠A 的正弦，记作 sin A，即 $\sin A=\dfrac{\angle A\text{的对边}}{\text{斜边}}=\dfrac{a}{c}$.

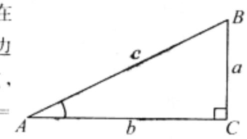

图 1－1－3

在 Rt△ABC 中，锐角 A 的邻边与斜边的比叫做∠A 的余弦，记作 cos A，即 $\cos A=\dfrac{\angle A\text{的邻边}}{\text{斜边}}=\dfrac{b}{c}$.

从定义中可以看出，正弦、余弦都是在直角三角形中给出的，要避免应用时对任意三角形随便套用定义.

sin A、cos A 分别是正弦、余弦的数学表达符号，是一个整体，不能理解为 sin 与 A、cos 与 A 的乘积. 在直角三角形中，正弦、余弦分别是直角三角形中两直角边与斜边的比值，当锐角 A 确定后，这些比值就是固定值.

3. 关于坡度(或坡比)的定义的理解

坡面的铅直高度与水平宽度的比称坡度(或坡比). 如图 1－1－4 所示，正切值经常用来描述山坡的坡度. 例如，有一山坡在水平方向上每前进 100 米就升高 60 米，那么山坡的坡度(tan α)就是 $\dfrac{60}{100}=\dfrac{3}{5}$. 工程上，斜坡的倾斜程度通常用坡度来表示，而坡度是坡角的正切，因此要注意坡度与坡角的区别和联系，显然，坡度越大，坡面越陡.

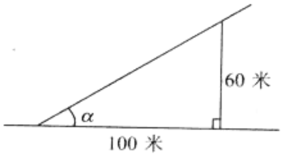

图 1－1－4

4. 三角函数随锐角大小的变化规律

(1)在 0°～90°间正弦值、余弦值的变化.

如图 1－1－5 所示，令 $c=1$，锐角 A 越小，则 a 越小，b 就越接近于 1；A 越大，则 a 越大($a<c$)，b 就越小. 所以，当角度在 0°～90°间变化时，正弦值随角度的增大(或减小)而增大(或减小)；余弦值随角度的增大(或减小)而减小(或增大). 由此可见，在 0°～90°间角的正弦值和余弦值在 0～1 之间，即 $0<\sin A<1$，$0<\cos A<1$.

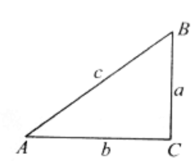

图 1－1－5

可以应用 $0^\circ \sim 90^\circ$ 间正弦值、余弦值的增减性来比较角的正弦值、余弦值的大小，其规律是：A、B 是锐角，若 $A>B$，则 $\sin A>\sin B$；若 $A<B$，则 $\sin A<\sin B$；A、B 是锐角，若 $A>B$，则 $\cos A<\cos B$；若 $A<B$，则 $\cos A>\cos B$. 上述规律反过来也成立.

(2)在 $0^\circ \sim 90^\circ$ 间正切值、余切值的变化.

当角度从 0° 增加到 90° 时，它的正切值从 0 开始增大，而余切值逐渐减小到 0；当角度从 90° 减小到 0° 时，它的正切值逐渐减小到 0，而余切值从 0 开始逐渐增大，即①$\angle A$、$\angle B$ 是锐角，若 $\angle A>\angle B$，则 $\tan A>\tan B$；若 $\angle A<\angle B$，则 $\tan A<\tan B$；②$\angle A$、$\angle B$ 是锐角，若 $\angle A>\angle B$，则 $\cot A<\cot B$；若 $\angle A<\angle B$，则 $\cot A>\cot B$. 由此变化规律可以比较角的正切值、余切值的大小，反过来也可以依据正切值、余切值的大小比较角的大小.

归纳起来就是：当角度在 $0^\circ \sim 90^\circ$ 之间变化时，正切值随角度的增大(或减小)而增大(或减小)，余切值随角度的增大(或减小)而减小(或增大).

核心记忆

1. 求锐角的正切值，就是根据正切的定义求锐角所在直角三角形的两边之比.

2. 坡度不是斜面距离与水平距离(或铅直距离)的比，遇到斜面问题时可将其转化为直角三角形中的边角关系问题并且正确地画出示意图.

3. 求锐角三角函数值的实质是求直角三角形的两边的比，因此求值的关键是求出三角形的三边长.

4. 求一个角的三角函数值时要留心"对边"、"邻边"，不要弄混！

典例详析　读书之法，莫贵于循序而致精

例题 1

如图 1—1—6 所示，A 是 $\angle\alpha$ 的边 OP 上一点，且 A 点的坐标为(2，1). 求 $\sin\alpha$、$\cos\alpha$、$\tan\alpha$ 的值.

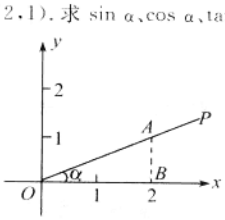

图 1—1—6

指点迷津

因为 $\angle\alpha$ 一边上的点的坐标已给出，所以过点 A 作 x 轴的垂线就可构造直角三角形，从而求出 α 角的三角函数值.

【解】 过点 A 作 $AB\perp x$ 轴于 B.

$\because A$ 点的坐标为(2，1)，

$\therefore OB=2$，$AB=1$.

由勾股定理，得 $OA=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$.

$\therefore \sin\alpha=\dfrac{1}{\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$，

$\cos\alpha=\dfrac{2}{\sqrt{5}}=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$，

$\tan\alpha=\dfrac{1}{2}$.

解题诀窍

在直角坐标系中，根据点坐标的意义可构造直角三角形，从而可求相关角的三角函数值.

例题 2

如图 1—1—7 所示，在梯形 $ABCD$ 中，$AD\parallel BC$，$AB=DC$，$AD=6$，$BC=14$，$S_{梯形ABCD}=40$，求 $\tan B$.

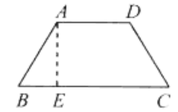

图 1—1—7

指点迷津

要求 $\tan B$，由定义知，应将 $\angle B$ 置于一个直角三角形中，图中没有包含 $\angle B$ 的直角三角形，因此，应添加辅助线构造包含 $\angle B$ 的直角三角形.

【解】 过 A 作 $AE\perp BC$ 于 E.

友情提示
构造直角三角形.

$\because$ 梯形 $ABCD$ 是等腰梯形，

$\therefore BE=\dfrac{1}{2}(BC-AD)$

$=\dfrac{1}{2}(14-6)=4$.

$\because S_{梯形ABCD}=\dfrac{1}{2}(AD+BC)\cdot AE$，

$\therefore 40=\dfrac{1}{2}(6+14)\cdot AE$，

$\therefore AE=4$. 在 Rt$\triangle AEB$ 中，$\tan B=\dfrac{AE}{BE}=\dfrac{4}{4}=1$.

解题诀窍

在梯形中往往通过添加辅助线构造直角三角形来求锐角三角函数值.

例题 3

在$\triangle ABC$ 中，$\angle A$、$\angle B$、$\angle C$ 的对边分别是 a、b、c，且 $a:b:c=3:4:5$，求证：$\sin A+\sin B=\dfrac{7}{5}$.

错解

设 $a=3k,b=4k,c=5k$，则 $\sin A=\frac{a}{c}=\frac{3k}{5k}=\frac{3}{5}$，$\sin B=\frac{b}{c}=\frac{4k}{5k}=\frac{4}{5}$，

$\therefore \sin A+\sin B=\frac{7}{5}$.

错因

本题引用的 $\sin A=\frac{a}{c}$ 和 $\sin B=\frac{b}{c}$ 是在 $\angle C=90^\circ$ 的前提下得出的结论，而题目的已知条件中并没有说明 $\angle C=90^\circ$，因此直接应用此结论是错误的，应先证明 $\triangle ABC$ 是直角三角形，然后应用.

【正解】 设 $a=3k,b=4k,c=5k$，则 $a^2+b^2=(3k)^2+(4k)^2=25k^2=c^2$，

$\therefore \triangle ABC$ 是直角三角形，且 $\angle C=90^\circ$.

$\therefore \sin A+\sin B=\frac{a}{c}+\frac{b}{c}=\frac{a+b}{c}=\frac{3k+4k}{5k}=\frac{7}{5}$.

解题诀窍

求角的三角函数值时首先应确定角所在三角形为直角三角形.

例题 4

如图 1—1—8 所示，方方和圆圆将两根木棒 $AB=10$ cm，$CD=6$ cm，分别斜立在墙上，其中 $BE=6$ cm，$DE=2$ cm，你能判断谁的木棒更陡吗？说明理由.

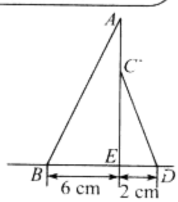

图 1—1—8

指点迷津

要比较木棒的陡缓，只要求出木棒与地面夹角的正切值即可. 正切值越大，木棒越陡.

【解】 木棒 CD 更陡. 理由如下：

在 $\mathrm{Rt}\triangle ABE$ 中，$AE=\sqrt{AB^2-BE^2}=\sqrt{10^2-6^2}=8$(cm)，

$\therefore \tan\angle ABE=\frac{AE}{BE}=\frac{8}{6}=\frac{4}{3}$.

在 $\mathrm{Rt}\triangle CDE$ 中，$CE=\sqrt{CD^2-DE^2}=\sqrt{6^2-2^2}=4\sqrt{2}$(cm).

$\therefore \tan\angle CDE=\frac{CE}{DE}=\frac{4\sqrt{2}}{2}=2\sqrt{2}$.

$\therefore \tan\angle CDE>\tan\angle ABE$.

$\therefore$ 木棒 CD 更陡.

例题 5

如图 1—1—9 所示，一铁路路基的横断面为等腰梯形 $ABCD$，已知 AB 的坡度为 $\frac{1}{1.6}$，(1)请你根据图示数据计算出路基下底宽 AD(精确到 0.1).(2)假如你是核算人员，请你核算修筑 200 km 这种路基共需多少方石子？

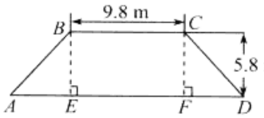

图 1—1—9

指点迷津

作 $BE\perp AD$，$CF\perp AD$，则可将梯形分割为两个直角三角形 AEB 和 DFC 以及矩形 $BEFC$，利用 $\mathrm{Rt}\triangle AEB$ 和 $\mathrm{Rt}\triangle DFC$，把 AE 和已知坡度联系起来.(2)石子方数＝梯形的面积×坝长.

【解】 (1)过 B、C 分别作 $BE\perp AD$，$CF\perp AD$，垂足分别为 E、F，$\because \frac{BE}{AE}=\frac{1}{1.6}$，$BE=5.8$，$\therefore AE=1.6\times5.8=9.28$(m)，

$\therefore AD=2AE+EF=2\times9.28+9.8\approx28.4$(m).

(2)$\frac{1}{2}(9.8+28.4)\times5.8\times200\ 000=2.215\ 6\times10^7$($\mathrm{m}^3$).

$\therefore$ 下底宽为 28.4 m，修筑 200 km 这种路基需 $2.215\ 6\times10^7\ \mathrm{m}^3$ 石子.

解题诀窍

梯形往往与坡度相关. 在梯形中常见辅助线是作高构造直角三角形，要利用有关数据求值. 而求工程所需土石方数，即为大坝的体积，等于横截面积×坝长.

基础自测 做的技艺，来自做的过程

一、选择题

1. $\triangle ABC$ 中，$AC=3$，$BC=4$，$AB=5$，则 $\tan B$ 的值是 ( )

A. $\frac{3}{4}$　　B. $\frac{4}{3}$

C. $\frac{3}{5}$　　D. $\frac{4}{5}$

2. 在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中，$\angle C=90^\circ$，$AC=2$，$BC=3$，那么下列各式中正确的是 ( )

A. $\sin B=\frac{2}{3}$　　B. $\cos B=\frac{2}{3}$

C. $\tan B=\frac{2}{3}$　　D. $\tan B=\frac{3}{2}$

3. (南京中考)在 $\triangle ABC$ 中，$\angle C=90^\circ$，$AB=2$，$AC=1$，则 $\sin B$ 的值是 ( )

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　　D. 2

4. 在 Rt△ABC 中，$\angle C=90°$，$\cos A=\frac{1}{5}$，则 $\tan A$ 等于　（　　）

A. $2\sqrt{6}$　　　B. $\frac{\sqrt{6}}{2}$

C. $\frac{2\sqrt{6}}{5}$　　　D. 24

5. (扬州中考)在正方形网格中，$\angle AOB$ 按如图 1－1－10所示放置，则 $\cos\angle AOB$ 的值为　（　　）

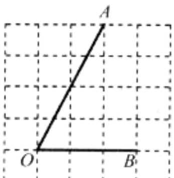

图 1－1－10

A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$　　　B. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

C. $\frac{1}{2}$　　　D. 2

二、填空题

6. 在△ABC 中，$\angle C=90°$，若$\sqrt{2}a=\sqrt{3}b$，其中 a、b 分别为$\angle A$、$\angle B$ 的对边，则 $\tan A=$________.

7. 当角度在 0～90 度范围内变化时，正切值随着角的增大而________.

8. 在 Rt△ABC 中，$\angle C=90°$，$\angle A$、$\angle C$ 的对边分别为 12、13，则 $\sin A=$________，$\cos A=$________.

三、解答题

9. 直角三角形的斜边和一直角边的比为 13∶5，设较大的锐角为 α，求 $\sin\alpha$、$\cos\alpha$、$\tan\alpha$ 的值.

10. 若三角形三边的比为 $1:\sqrt{3}:2$，求此三角形最小角的正弦值、余弦值和正切值.

能力拓展

有志者自有千方百计，无志者只感千难万难

11. 在 Rt△ABC 中，$\angle C=90°$，$AB=c$，$BC=a$，且 a、c 满足 $3a^2-4ac+c^2=0$，则 $\sin A$ 等于　（　　）

A. $\frac{1}{3}$　　　B. 1

C. $\frac{1}{3}$或 1　　　D. 1 或 3

12. 如图 1－1－11，一次函数 $y=ax+b$ 的图象经过点 $P(1,2)$，且与 x 轴的正半轴交于点 A，与 y 轴交于点 B，若 $\tan\angle PAO=\frac{1}{2}$，则点 B 的坐标是　（　　）

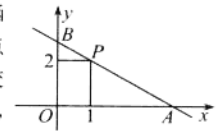

图 1－1－11

A. $\left(\frac{5}{2},1\right)$　　　B. $\left(0,\frac{5}{2}\right)$

C. $(2,1)$　　　D. $\left(1,\frac{1}{2}\right)$

13. 已知菱形 ABCD 的周长为 40 cm，两条对角线 AC 与 BD 的比为 3∶4，则 $\cos\frac{A}{2}=$________.

14. 在等腰三角形中，腰长为 5 cm，底边长为 6 cm，则它的底角的正切值为________.

15. 如果 α 为直角三角形的一个锐角，那么 $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha$ 的值是________.

16. 在△ABC 中，$\angle C=90°$，$\sin A=\frac{5}{13}$，三角形的周长为 60 cm，求斜边 c 的长.

17. 如图 1－1－12，拦水坝的横断面为梯形 ABCD，坝顶宽 BC 为 6 m，坝高为 3.2 m，为了提高水坝的拦水能力，需要将水坝加高 2 m，并且保持坝顶宽度不变，迎水坡 CD 的坡度不变，但是背水坡的坡度由原来的 $i=1:2$ 变成 $i=1:2.5$(有关数据在图上已注明)，求加高后的坝底 HD 的长为多少？

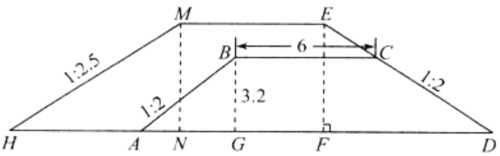

图 1—1—12

学习指南 学习最大的敌人是遗忘

1. 用"分割法"或"补图法"构造直角三角形，将已知条件和结论纳入合适的直角三角形中帮助求解.

2. 运用数形结合的思想，将几何问题转化为代数问题求解.

3. 一个锐角的三角函数只与这个锐角的大小有关.

4. 求三角函数值的问题，首先要根据三角函数的定义，分析出是哪些边的比，然后根据题中的条件，将未知的边求出即可.

1.2 30°,45°,60°角的三角函数值

知识导航 勇于开始，才能找到成功的路

1. 一副三角板中，有________个锐角，它们的度数分别是________.

2. 含 30°角的三角尺中，30°角所对的直角边是斜边的________，30°所对的直角边、邻边与斜边的比是________.

3. 含 45°角的三角尺中，45°角所对的直角边、邻边与斜边的比是________.

4. 填入特殊角的三角函数值：

三角函数值 角 α / 三角函数	30°	45°	60°
$\sin\alpha$			
$\cos\alpha$			
$\tan\alpha$			

5. 根据第 4 题表格填空：

$\sin 30°=\cos$ ________，$\sin 45°=\cos$ ________，

$\sin 60°=\cos$ ________，$\cos 30°=\sin$ ________，

$\cos 45°=\sin$ ________，$\cos 60°=\sin$ ________.

猜想：两个锐角 α、β，若满足 $\alpha+\beta=90°$，则 $\sin\alpha$ 与 $\cos\beta$ 的关系是________，$\cos\alpha$ 与 $\sin\beta$ 的关系是________.

6. 根据第 4 题表格填空：

(1)锐角 α 越大，$\sin\alpha$ 就________；

(2)锐角 α 越大，$\cos\alpha$ 就________；

(3)锐角 α 越大，$\tan\alpha$ 就________.

7. (1)若 $\sin A=\frac{\sqrt{3}}{2}$，则锐角 $A=$ ________；

(2)若 $\cos B=\frac{\sqrt{2}}{2}$，则锐角 $B=$ ________；

(3)若 $\tan C=\frac{\sqrt{3}}{3}$，则锐角 $C=$ ________.

要点点拨 读书不知要领，劳而无功

含有 30°,45°,60°角的直角三角形各边关系

1. 如图 1—2—1 所示，在 Rt△ABC 中，∠$A=30°$，∠$C=90°$. 根据直角三角形中"30°角所对的边等于斜边的一半"，不妨设 $a=1$，则 $c=2$，$b=\sqrt{2^2-1^2}=\sqrt{3}$，所以 $a:b:c=1:\sqrt{3}:2$.

2. 如图 1—2—2 所示，在 Rt△ABC 中，∠$A=45°$，∠$C=90°$，根据"有一个角是 45°的直角三角形是等腰直角三角形"，可设 $a=1$，则 $b=1$，$c=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$，所以三边关系为：$a:b:c=1:1:\sqrt{2}$.

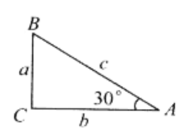

图 1—2—1

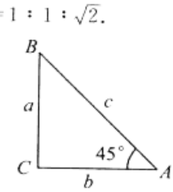

图 1—2—2

核心记忆

1. 互余两角正弦值与余弦值相等，即对于锐角 α 有 $\sin\alpha=\cos(90°-\alpha)$.

2. 互余两角正切值互为倒数，即对于锐角 α 有 $\tan\alpha\cdot\tan(90°-\alpha)=1$.

3. 通过熟悉含有 30°,45°,60°的直角三角形，再根据三角函数的定义便可容易掌握 30°,45°,60°的各个三角函数值，了解它的推理过程，进一步体会三角函数的意义.

例题 1

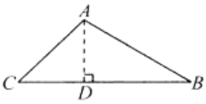

图 1－2－3

已知，如图 1－2－3 所示，在$\triangle ABC$中，$\angle B=30°$，$\angle C=45°$，$AB-AC=2-\sqrt{2}$，求 BC 的长.

指点迷津

作辅助线，使$\angle B$、$\angle C$在直角三角形内即可求解.

【解】 作 $AD\perp BC$ 交 BC 于 D.

$\because AD=AB\cdot\sin B, AD=AC\cdot\sin C$，

$\therefore AB\sin 30°=AC\cdot\sin 45°$，

即$\frac{1}{2}AB-\frac{\sqrt{2}}{2}AC=0$. ①

又$\because AB-AC=2-\sqrt{2}$. ②

联立①②解得 $AB=2, AC=\sqrt{2}$.

$\therefore BD=AB\cdot\cos B=2\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$，

$CD=AC\cdot\cos C=\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=1$.

$\therefore BC=BD+CD=\sqrt{3}+1$.

解题诀窍

若所求的元素不在直角三角形中，则应将它转化到直角三角形中去，转化的途径有：作辅助线构成直角三角形，或找已知直角三角形中的边或角代替所要求的元素等.

例题 2

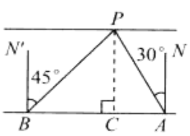

图 1－2－4

如图 1－2－4 所示，一船在海中航行，航线与海岸平行，航向正西. 当航行至 A 处见岸边一建筑物 P 在北偏西 30°，航行 6 千米到 B 处，又见此建筑物在北偏东 45°，求船与岸边的距离.

指点迷津

求船与岸边的距离，可作$\triangle APB$的高 PC，则 PC 的长即为船与岸边的距离. 可设 PC 为 x，$CA=PC\cdot\tan 30°$，$BC=PC\cdot\tan 45°$，又因为 $BC+CA=6$ 千米，可求 PC 长.

【解】 作$\triangle ABP$的高 PC，由题意可得$\angle BPC=\angle N'BP=45°$，$\angle CPA=\angle NAP=30°$，设 $PC=x$ 千米，则 $BC=x\cdot\tan 45°=x$，$CA=x\cdot\tan 30°=\frac{\sqrt{3}}{3}x$，

$\therefore x+\frac{\sqrt{3}}{3}x=6$，$x=(9-3\sqrt{3})$千米.

$\therefore$船与海岸的距离为$(9-3\sqrt{3})$千米.

解题诀窍

将几何问题转化为方程来解是常用的解题方法，要认真体会这种转化思想.

例题 3

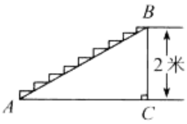

图 1－2－5

如图 1－2－5 所示，在高 2 米，坡角为 30°的楼梯表面铺地毯，地毯的长度至少需要多少米？(精确到 0.1 米)

错解

$\because\angle C=90°, \angle A=30°, BC=2$，

$\therefore AB=\frac{BC}{\sin 30°}=\frac{2}{\frac{1}{2}}=4$(米).

即地毯的长度至少需要 4 米.

错因

产生错解的原因是由于缺乏生活经验，把在楼梯上铺地毯误认为是沿着斜面铺地毯，因此把地毯的长度误认为是 $Rt\triangle ABC$ 的斜边的长度. 正确的解题思路是由生活经验知，在楼梯表面铺地毯时，对每一台阶既要铺水平面又要铺铅直面，而所有台阶水平面的宽度之和等于整个楼梯的水平宽度，所有台阶的铅直高度之和等于整个楼梯的高度，所需地毯的长度应不小于楼梯水平宽度与铅直高度之和.

【正解】 在 $Rt\triangle ABC$ 中，$\angle A=30°$，$BC=2$，$\angle C=90°$，

则 $\tan A=\frac{BC}{AC}$，

$\therefore AC=\frac{BC}{\tan A}=\frac{BC}{\tan 30°}=\frac{2}{\frac{\sqrt{3}}{3}}=2\sqrt{3}$，

$\therefore AC+BC=2\sqrt{3}+2\approx 2\times 1.732+2\approx 5.5$(米).

即地毯的长度至少需要 5.5 米.

解题诀窍

运用整体思想解决.

例题 4

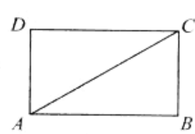

图 1－2－6

如图 1－2－6 所示，在矩形 $ABCD$ 中.

(1)若 $AC=10$ cm，$\angle BAC=$

30°，试求 AB、AD 的长；

(2)若周长为 28 cm，$\angle BAC=60°$，试求矩形面积.

指点迷津

问题(1)中，在 $Rt\triangle ABC$ 中，已知一边、一角可求 AB、AD 长. 问题(2)中，由题意可知 $BC+AB=\frac{1}{2}\times 28=14$，又有 $\frac{BC}{AB}=\tan 60°=\sqrt{3}$，则可求 BC、AB，从而求出矩形面积.

【解】 (1)在 $Rt\triangle ABC$ 中，

$AB=AC\cdot\cos 30°=10\times\frac{\sqrt{3}}{2}=5\sqrt{3}$ cm，

$BC=AC\cdot\sin 30°=10\times\frac{1}{2}=5$ cm.

∵四边形 $ABCD$ 为矩形. ∴$AD=BC=5$ cm.

(2)在矩形 $ABCD$ 中，$AD=BC$，$AB=DC$，

∴$AB+BC+CD+DA=2(AB+BC)=28$ cm，

即 $AB+BC=14$ cm. ①

∵$\tan\angle BAC=\tan 60°=\frac{BC}{AB}$，

即 $BC=\sqrt{3}\cdot AB$ ②

由①和②解得 $AB=7(\sqrt{3}-1)$ cm，

$BC=7(3-\sqrt{3})$ cm.

∴$S_{矩形ABCD}=AB\cdot BC=(196\sqrt{3}-294)\text{cm}^2$.

解题诀窍

探究矩形与直角三角形的关系，运用特殊角的函数值综合解题.

例题 5

为解决楼房之间的挡光问题，某地区规定：两幢楼房间的距离至少为 40 米，中午 12 时不能挡光. 如图 1－2－7 所示，某旧楼的一楼窗台高 1 米，要在此楼正南方 40 米处再建一幢新楼. 已知该地区冬天中午 12 时阳光从正南方照射，并且光线与水平线的夹角最小为 30°，在不违反规定的情况下，请问新建楼房最高应为多少？(结果精确到 1 m，$\sqrt{3}\approx 1.732$，$\sqrt{2}\approx 1.414$)

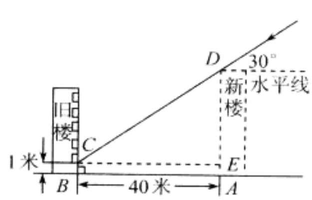

图 1－2－7

指点迷津

过 C 作 $CE\perp DA$ 即可将 DA 分为 DE 与 AE 两段.

【解】 如图 1－2－7，作 $CE\perp AD$ 于 E.

则 $\angle DCE=30°$，$CE=AB=40$ 米，

$AE=BC=1$ 米. 在 $Rt\triangle CDE$ 中，

$DE=CE\cdot\tan 30°=40\times\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{40}{3}\sqrt{3}$ 米.

∴$AD=DE+AE=\frac{40}{3}\sqrt{3}+1\approx\frac{40}{3}\times 1.732+1$

≈ 24 米.

∴新建楼房最高应为 24 米.

解题诀窍

阳光照射问题中，常用到物体的高度和物体的影长在同一个直角三角形中来求解.

基础自测 做的技艺，来自做的过程

一、选择题

1. $\sin 45°$ 的值等于 ( )

A. 1 B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

2. 在 $Rt\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，$AC=1$，$AB=\sqrt{2}$，则 $\angle B$ 为 ( )

A. 30° B. 45° C. 60° D. 75°

3. (2008·甘肃庆阳)正方形网格中，$\angle AOB$ 如图 1－2－8 所示放置，则 $\sin\angle AOB=$ ( )

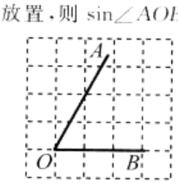

图 1－2－8

A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ B. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 2

4. 若 $0°<A<90°$，且 $4\cos^2 A-3=0$，则 $\angle A$ 为 ( )

A. 30° B. 45° C. 60° D. 75°

5. 已知 α 为锐角，且 $\tan\alpha=1$，则 $\cos\alpha$ 的值为 ( )

A. 1 B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

6. 若 $\sqrt{3}\tan(\alpha+10°)=1$，则锐角 α 为 ( )

A. 20° B. 30° C. 40° D. 50°

二、填空题

7. 比较大小：$\cos 40°$________$\cos 50°$.

8. 在 $Rt\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，$3a=\sqrt{3}b$，则 $\angle A=$________，$\sin A=$________.

9. 在 $\triangle ABC$ 中，$2\angle A=\angle B+\angle C$，则 $\sin A+\cos A=$________.

三、计算题

10. (1)$\cos^2 45°+\tan 60°\cdot\cos 30°$;

(2)$3\tan^2 30°+4\sin^2 30°$;

能力拓展 有志者自有千方百计，无志者只感千难万难

11. 已知$\angle A$为锐角，$\tan(90°-\angle A)=\sqrt{3}$，则$\angle A$的度数为 （　　）

A. 30°　　B. 45°　　C. 60°　　D. 75°

12. 在Rt$\triangle ABC$中，$\angle C=90°$，若$\angle A=30°$，则$\sin A+\cos A$的值是________.

13. 在Rt$\triangle ABC$中，$\angle C=90°$，若$\angle A=45°$，$\tan A+\sin B=$________，$\triangle ABC$为________对称图形.(填"轴"或"中心")

14. 在Rt$\triangle ABC$中，$\angle C=90°$，$\angle A=60°$，$AC=8$，求BC、AB及三角形的面积.

学习指南 学习最大的敌人是遗忘

1. 已知角求函数值，一般分为两步：①代值；②化简. 已知函数值求角是特殊角的三角函数值的逆向应用，是一种逆向思维.

2. 求某些特殊角的函数值关键是要构造直角三角形.

3. 解直角三角形时，可借助画两个直角三角形(其中一个边长为1，2，$\sqrt{3}$，另一个边长为1，1，$\sqrt{2}$)来记特殊角的三角函数值.

4. 通常作高线来构造直角三角形.

5. 含特殊角(如30°，45°，60°)的斜三角形、四边形的计算，常通过作垂线转化为在直角三角形中求解.

6. 选择合适的边角关系式，使运算尽可能简便，且不容易出错.

1.3 三角函数的有关计算

知识导航 勇于开始，才能找到成功的路

1. 用科学计算器求三角函数值，要用到□、□、□键；已知三角函数值求角，要用到□、□、□键的第二功能"________、________、________"和□键，如果按□、□键可显示度、分、秒.

2. 用计算器求下列三角函数值：

(1)$\tan 80°=$________；

(2)$\cos 25°=$________；

(3)$\tan 15°15'=$________；

(4)$\sin 50°26'18''=$________.

3. 利用计算器求下列各式的锐角：

(1)$\sin\alpha=0.684\ 1$，$\angle\alpha=$________；

(2)$\tan\theta=0.781\ 7$，$\angle\theta=$________.

4. 如图1－3－1所示，在Rt$\triangle ABC$中，$\angle A=16°$，$\angle C=90°$，那么$\sin 16°=$________，如果给出$AB=10$，那么$BC=$________.

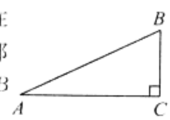

图 1－3－1

5. 当从低处观测高处的目标时，视线与水平线所成的锐角称为________. 当从高处观测低处的目标时，视线与水平线所成的锐角称为________.

要点点拨 读书不知要领，苦而无功

1. 利用科学计算器求三角函数值

(1)无论是进行锐角三角函数有关的计算、证明，还是利用锐角三角函数解决简单的实际问题，我们碰到的角一般都是锐角，因此熟练地掌握利用科学计算器求一般锐角的三角函数值就显得相当重要了. 我们碰到的锐角有两种情形：一是以"度"为单位形式告诉的，如：37.5°，28°等；二是以"度，分，秒"为单位形式告诉的，如：37度30分，70°18′10″等. 无论是以哪一种形式告诉我们的，首先要看准是求什么，是求$\sin A$，$\cos A$，还是$\tan A$，然后选择相应键，按顺序输入即可.

(2)利用计算器计算已知三角函数值求角度.

在进行有关的计算时，我们往往需要在已知边长的条件下求角的度数. 这种情形下，一般的思路是把已知线段和要求的角转化到某一个直角三角形内，根据这个角的相应的三角函数值来求角的度数. 当碰到的角的三角函数值是特殊角的三角函数值时，可直接写出其相应角的度数；当碰到的是一般角的三角函数值时，就需借助科学计算器了，而我们往往碰到的都是第二种情形，所以必须熟练掌握利用计算器计算由

已知三角函数值求角度的操作方法. 首先选择准确的功能键,求角度用到的是 sin、cos、tan 的第二功能 $\sin^{-1}$、$\cos^{-1}$、$\tan^{-1}$ 和 2ndf 键.

2. 仰角和俯角的概念

如图 1—3—2 所示,当我们进行测量时,当从低处观测高处的目标时,视线与水平线所成的锐角称为仰角.

当从高处观测低处的目标时,视线与水平线所成的锐角称为俯角.

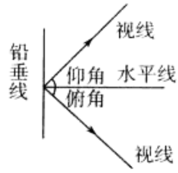

图 1—3—2

核心记忆

1. 利用计算器求三角函数值或角度,要弄清计算器的按键顺序,并且要知道若无特殊说明,三角函数值精确到万分位,角度精确到 $1''$.

2. 根据直角三角形的边角关系进行计算,同时注意近似值的取舍.

3. 在解直角三角形时,应遵循如下"十六字原则":"有弦(斜边)用弦(正弦、余弦),无弦用切,宁乘勿除,取原避中."

典例详析 读书之法,莫贵于循序而致精

例题 1

如图 1—3—3 所示,在甲建筑物上从 A 到 E 悬挂一条幅,在乙建筑物顶部 D 点测得条幅顶端 A 点的仰角为 $30°$,测得条幅底端 E 点的俯角为 $45°$,若甲、乙两建筑物之间的水平距离为 30 米,求条幅 AE 的长.(结果精确到个位,参考数据 $\sqrt{3}\approx1.732$)

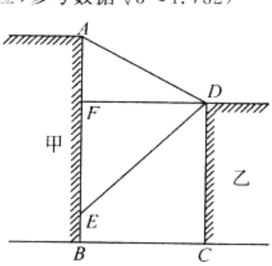

图 1—3—3

错解

$DF=BC=30$, $\angle DAF=30°$, $\angle DEF=45°$.

在等腰直角三角形 DEF 中, $EF=DF=30$.

在 Rt$\triangle ADF$ 中, $\dfrac{DF}{AF}=\tan 30°$, $AF=30\sqrt{3}$

$\therefore AE=AF+EF=30+30\sqrt{3}\approx82$(米)

错因

解决实际问题不仅涉及数学知识,还要准确把握仰角、俯角等有关概念,并且能建立实际问题的数学模型,找出要解的直角三角形. 由于此题容易把仰角、俯角的概念弄错,从而导致解题错误.

【正解】 由题意知 $DF=BC=30$, $\angle EDF=45°$, $\angle ADF=30°$.

在等腰直角三角形 DFE 中, $EF=DF=30$,

在 Rt$\triangle AFD$ 中, $\dfrac{AF}{DF}=\tan 30°$,

$AF=30\times\dfrac{\sqrt{3}}{3}=10\sqrt{3}$.

$\therefore AE=AF+EF=10\sqrt{3}+30\approx47$(米).

解题诀窍

构造直角三角形使问题简化

例题 2

亮亮家在盖新房,木工师傅将做好的人字屋架放在墙边. 亮亮很兴奋,他用尺量得屋架为等腰三角形,中柱 $CD=1$ m,又量得 $\angle A=27°$,你能计算出跨度 AB 的长吗?(精确到 0.01 m, $\tan 63°\approx1.963$)(如图 1—3—4 所示)

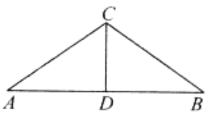

图 1—3—4

指点迷津

要求跨度 AB 的长,只需在 Rt$\triangle ADC$ 中求出 AD 的长即可,因为$\triangle ABC$ 为等腰三角形,由三线合一性质可得 $AB=2AD$.

【解】 $\because\triangle ACB$ 为等腰三角形,

$\therefore$ 中柱 $CD\perp AB$, $AB=2AD$.

在 Rt$\triangle ADC$ 中, $\angle A=27°$, $\therefore\angle ACD=63°$.

$\therefore AD=CD\cdot\tan 63°\approx1\times1.963=1.963$(m).

$\therefore AB=2AD=2\times1.963\approx3.93$(m).

答:跨度 AB 约为 3.93 m.

解题诀窍

利用等腰三角形三线合一的性质,是求解等腰三角形边、角问题的常见方法.

例题 3

如图 1—3—5 所示,美国侦察机 B 飞抵我国近海进行侦察活动. 我方战斗机 A 奋起拦截,地面雷达 C 测得:当两机都处在雷达的正东方向,且在同一高度时,它们

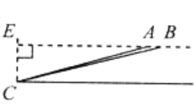

图 1—3—5

的仰角分别为$\angle DCA=16°$，$\angle DCB=15°$，它们与雷达的距离分别为$AC=80$千米，$BC=81$千米，求此时两机相距是多少千米？（精确到0.01千米）

指点迷津

过C作$CE\perp AB$于E，构建直角三角形，在$Rt\triangle ACE$和$Rt\triangle BCE$中，利用三角函数求EA、EB，作差求AB长.

【解】 过C作$CE\perp AB$交BA的延长线于E.

在$Rt\triangle ACE$中，$\angle ECA=90°-16°=74°$，

$\therefore EA=AC\cdot\sin 74°=80\times\sin 74°$

≈ 76.90（千米）.

在$Rt\triangle BCE$中，$\angle BCE=90°-15°=75°$，

$\therefore EB=BC\cdot\sin 75°=81\times\sin 75°$

≈ 78.24（千米），

$\therefore AB=EB-EA=78.24-76.90=1.34$（千米）.

∴此时两架飞机距离约为1.34千米.

解题诀窍

合理引辅助线，利用计算器计算既简便又准确.

例题4

如图1－3－6所示，在一座高为10米的建筑物顶C，测得旗杆底部B的俯角α为60°，旗杆顶部A的仰角β为20°.

（1）求建筑物与旗杆的水平距离BD；（答案可带根号）

（2）计算旗杆的高.（精确到0.1米，供选用的数据：$\sin 20°\approx 0.3420$，$\cos 20°\approx 0.9397$，$\tan 20°\approx 0.3640$，$\sqrt{3}\approx 1.732$）

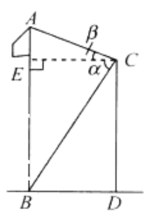

图1－3－6

指点迷津

（1）要求建筑物与旗杆的水平距离BD，可以观察$Rt\triangle BCD$，由$\angle BCD=30°$，$CD=10$，可求出BD.

（2）作$CE\perp AB$于E，则容易看到$BE=CD=10$，要求旗杆的高，关键是求出AE的长，而在$Rt\triangle ACE$中，$\beta=20°$，CE的长等于（1）中的BD的长，则可求出AE的长.

【解】 （1）在$Rt\triangle BCD$中，

$\angle CBD=60°$，$CD=10$，

$\tan\angle CBD=\dfrac{CD}{BD}$，

$\therefore BD=\dfrac{CD}{\tan 60°}=\dfrac{10}{\sqrt{3}}=\dfrac{10\sqrt{3}}{3}$（米），

∴建筑物与旗杆的水平距离BD为$\dfrac{10\sqrt{3}}{3}$米.

（2）作$CE\perp AB$于E，在$Rt\triangle ACE$中，$\angle ACE=20°$，$CE=BD=\dfrac{10\sqrt{3}}{3}$，

$AE=CE\cdot\tan 20°\approx\dfrac{10\sqrt{3}}{3}\times 0.3640$

$\approx\dfrac{10}{3}\times 1.732\times 0.3640\approx 2.10$（米），

$\therefore AB=AE+BE=2.10+10\approx 12.1$（米）.

∴旗杆的高约为12.1米.

解题诀窍

有关俯角、仰角问题中，常过水平线向铅直高度作垂线来构造直角三角形.

基础自测 做的技艺，来自做的过程

一、选择题

1. $\cos 35°42'38''$的值精确到0.001是（　　）

A. 0.584　　B. 0.812

C. 0.811　　D. 0.583

2. 在$Rt\triangle ABC$中，$\angle C=90°$，$\angle A=32°34'$，则$\tan B$约等于（　　）

A. 1.5657　　B. 0.9845

C. 0.7964　　D. 2.2057

3. 在$Rt\triangle ABC$中，$\angle C=90°$，已知$c=18$，$\angle A=62°20'$，则a等于（　　）

A. 16.73　　B. 14.95

C. 15.94　　D. 13.6

4. 某人从A看B的仰角为15°，则从B看A的俯角为（　　）

A. 75°　　B. 15°

C. 65°　　D. 105°

5. 一个直角三角形有两条边长分别为3和4，则较小的锐角约为（　　）

A. 37°　　B. 41°

C. 37°或41°　　D. 以上答案均不对

二、填空题

6. 已知$\sin\alpha=0.8536$，则$\alpha=$______度______分______秒.

7. 根据如图1－3－7中所给的数据，求得避雷针CD的长约为______m（结果精确到0.01 m）.（可用计算器求，也可用下列参考数据求：$\sin 43°\approx 0.6820$，$\sin 40°\approx 0.6428$，$\cos 43°\approx 0.7314$，$\cos 40°\approx 0.7660$，$\tan 43°\approx 0.9325$，$\tan 40°\approx 0.8391$）.

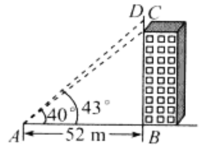

图1－3－7

8. 用科学计算器求 tan 25°的按键顺序是________________________.

三、解答题

9. 根据下列条件求角 α 的大小.

(1) $\tan\alpha=4.326$；　(2) $\cos\alpha=0.5835$.

10. 如图 1－3－8 所示，在山顶上有一电视塔，塔高 $BC=60$ m，在塔顶 B 测得地面上一点 A 的俯角 $\alpha=65°$，在塔底 C 测得 A 的俯角 $\beta=40°$，求山高 CD.

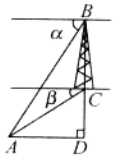

图 1－3－8

能力拓展　有志者自有千方百计，无志者只感千难万难

11. 用计算器求得：① $29^3=24\ 389$；② $\sqrt{58}=7.615\ 773\ 106$；③ $\sin 35°=0.573\ 576\ 436$；④若 $\tan\alpha=5$，则 $\alpha=0.087\ 488\ 663°$. 其中正确的是　(　　)

A. ①②③　　B. ①②④

C. ②③④　　D. ①③④

12. 已知 $\cos\theta=0.741\ 592\ 6$，则 θ 等于　(　　)

A. 40°　　B. 41°

C. 42°　　D. 43°

13. 若太阳光线与地面成 37°角，一棵树的影长为 10 米，则树高 h 的范围是________. ($\sqrt{3}$取 1.7)

14. 如图 1－3－9 所示，在梯形 $ABCD$ 中，$AD\parallel BC$，$AB=DC$，BD 平分 $\angle ABC$，$\angle C=60°$，求 $AD:BC$的值.

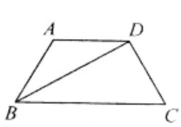

图 1－3－9

15. (2008・芜湖)如图 1－3－10，在我市迎接奥运圣火的活动中，某校教学楼上悬挂着宣传条幅 DC，小丽同学在点 A 处测得条幅顶端 D 的仰角为 30°，再向条幅方向前进 10 米后，即在点 B 处测得条幅顶端 D 的仰角为 45°，已知测点 A、B 和 C 离地都为 1.44 米，求条幅顶端 D 点距离地面的高度.(计算结果精确到0.1米，参考数据：$\sqrt{2}\approx1.414$，$\sqrt{3}\approx1.732$)

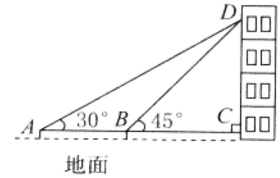

图 1－3－10

学习指南　学习最大的敌人是遗忘

1. 利用直角三角形解实际问题要将实际问题抽象为数学问题，并画好示意图.

2. 锐角三角函数的实际应用要能将实际问题转化为数学问题来求解，常用作垂线的方法构造直角三角形.

3. 解决实际问题，应画出示意图进行求解，数形结合是解决数学问题的常用方法.

4. 在 Rt△ABC 中，$\angle A+\angle B=90°$，故 $\sin A=\cos(90°-A)=\cos B$，$\cos A=\sin B$，$\tan A=\cot B$，$\cot A=\tan B$，利用这些关系式，可在解题时进行等量代换，以方便解题.

5. 对有些比较复杂的问题，往往要通过作辅助线构造直角三角形，作辅助线的一般思路是：(1)作垂线构成直角三角形；(2)利用图形本身的性质，如等腰三角形顶角平分线垂直于底边等.

1.4　船有触礁的危险吗

知识导航　勇于开始，才能找到成功的路

1. 把实际问题转化为三角形问题，应该构造________.

2. 直角三角形的边与角的关系：

(1)三边关系________(勾股定理)；

(2)锐角之间的关系________；

(3)边角之间的关系，$\sin A=$________，$\cos A=$________，$\tan A$________.

3. 如果灯塔 A 在灯塔 B 的东南方向 24 海里处，灯塔 C 在灯塔 B 的西南方向 10 海里处，则 A 点和 C 点的距离为________.

要点点拨 读书不知要领，劳而无功

1. 方位角概念

(1)方位角：从某点的指北方向线按顺时针转到目标方向的水平角叫做方位角，如图 1—4—1 所示，目标方向线 PA、PB、PC 的方位角分别是 40°，135°，225°.

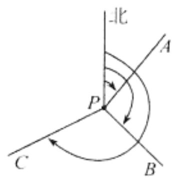

图 1—4—1

(2)方向角：指北或指南方向线与目标方向线所成的小于 90°的水平角，叫方向角，如图 1—4—2 所示的目标方向线 OA、OB、OC、OD 的方向角分别表示北偏东 30°，南偏东 45°，南偏西 80°，北偏西 60°；东南方向，指的是南偏东 45°角.

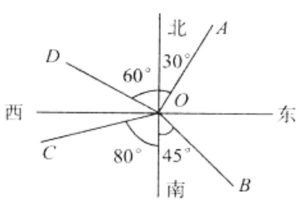

图 1—4—2

2. 运用解直角三角形的方法解决实际问题

在解决实际问题时，解直角三角形有着广泛的应用，我们要学会将千变万化的实际问题转化为数学问题来解决. 具体地说，要求我们善于将某些实际问题中的数量关系归结为直角三角形中的元素(边、角)之间的关系，这样就可运用解直角三角形的方法了.

一般有以下三个步骤：

(1)审题，通过图形(题目没画出图形的，可自己画出示意图)弄清已知和未知；

(2)找出有关的直角三角形，或通过作辅助线产生有关的直角三角形，把问题转化为解直角三角形的问题；

(3)根据直角三角形元素(边、角)之间关系解有关的直角三角形，其中找出有关的直角三角形是关键，具体方法是：

①将实际问题转化为直角三角形中的数学问题.

②作辅助线产生直角三角形，再把条件和问题转化到这个直角三角形中，使问题解决.

在解决实际问题的过程中，既要注意解有关直角三角形，也应注意到有关线段增减的情况.

核心记忆

1. 把实际问题转化为数学问题，包括将实际问题的图形转化为几何图形，画出正确的示意图；将已知条件转化为示意图中的边、角，求它们之间的关系.

2. 解直角三角形的知识主要用来计算距离、高度和角度. 解题的关键是建立实际问题的数学模型，即画出图形，找出要解的直角三角形，选择恰当的关系式，并准确把握仰角、俯角、坡度、水平距离、垂直距离等概念的意义.

典例详析 读书之法，莫贵于循序而致精

例题 1

如图 1—4—3 所示，某海岛上的观察所 A 发现海上某船只，并测得其俯角 $\alpha=8°35'$，已知观察所 A 的标高(当水位为 0 m 时的高度)为 45.54 m，当时水位为＋2.34 m，求观察所 A 与船只 B 的水平距离.(精确到 1 m)

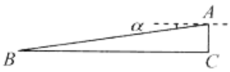

图 1—4—3

错解

在 Rt△ABC 中，

$\tan\angle ABC=\dfrac{AC}{BC}$，$\therefore BC=\dfrac{AC}{\tan\alpha}$，

$\because AC=45.54+2.34=47.88(\text{m})$.

$\therefore BC=\dfrac{47.88}{\tan 8°35'}\approx 317(\text{m})$.

错因

错解的原因是算错了 AC 的高度，A 的标高为 45.54 m(水位为0 m时的高度)，

当水位为＋2.34 m，

即水位上升 2.34 m 时，AC 的高度应为 $45.54-2.34=43.2(\text{m})$.

【正解】 $AC=45.54-2.34=43.2(\text{m})$，

在 Rt△ABC 中，$\angle ABC=\alpha=8°35'$，

$\tan\angle ABC=\dfrac{AC}{BC}$，

$\therefore BC=\dfrac{AC}{\tan\alpha}=\dfrac{43.2}{\tan 8°35'}\approx 286(\text{m})$.

∴观察所 A 与船只 B 的水平距离约为 286 m.

例题 2

如图 1—4—4 所示，海中有一个小岛 A，该岛四周 10 海里内有暗礁. 今有货轮由西向东航行，开始在 A 岛南偏西 55°的 B 处，往东行驶 20 海里后到达该岛的南偏西 25°的 C 处. 之后，货轮继续向东航行. 你认

为货轮继续向东航行途中会有触礁的危险吗？

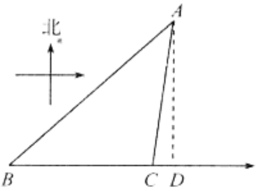

图 1—4—4

指点迷津

要知道货轮继续向东航行途中有无触礁的危险，只要过点 A 作 $AD\perp BC$ 的延长线于点 D. 若 $AD>10$ 海里，则无触礁的危险. 根据题意可知，$\angle BAD=55°$，$\angle CAD=25°$，$BC=20$ 海里.

【解】 设 $AD=x$，

则 $\tan 55°=\frac{BD}{x}$，$\tan 25°=\frac{CD}{x}$，

$\therefore BD=x\tan 55°$，$CD=x\tan 25°$.

$\therefore x\tan 55°-x\tan 25°=20$.

$\therefore x=\frac{20}{\tan 55°-\tan 25°}\approx\frac{20}{1.428\ 1-0.466\ 3}$

≈ 20.79（海里）.

故货轮继续向东航行途中没有触礁的危险.

解题诀窍

货轮有无触礁的危险主要取决于 A 到 BC 的最短距离 AD 的长度. 因此，遇到问题读懂题意是关键.

例题 3

如图 1—4—5 所示，一条渔船某时刻在位置 A 观测灯塔 B 与灯塔 C（灯塔 B 距离 A 处较近），两个灯塔恰好在北偏东 $65°45'$ 的方向上，渔船向正东方向航行 1 小时 45 分钟之后到达 D 点，观测到灯塔 B 恰好在正北方向上，已知两个灯塔之间的距离是 12 海里，渔船的速度是 16 海里/时，又知在灯塔 C 周围18.6海里内有暗礁，则这条渔船按原来的方向继续航行，有没有触礁的危险？

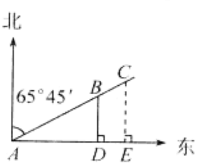

图 1—4—5

指点迷津

过 C 作 $CE\perp AD$ 的延长线于 E，只有求出 CE 的长，才能判断继续航行有没有触礁的危险，欲求 CE，只要求出 AC 即可.

【解】 作 $CE\perp AD$ 的延长线于 E，1 小时 45 分 $=1\frac{3}{4}$ 小时.

在 Rt△ABD 中，$AD=16\times\frac{7}{4}=28$（海里），

$\angle BAD=90°-65°45'=24°15'$.

$\because \cos 24°15'=\frac{AD}{AB}$，

$\therefore AB=\frac{AD}{\cos 24°15'}\approx 30.71$（海里）.

$AC=AB+BC\approx 30.71+12=42.71$（海里）.

在 Rt△ACE 中，$\sin 24°15'=\frac{CE}{AC}$，

$\therefore CE=AC\cdot\sin 24°15'\approx 17.54$（海里）.

$\because 17.54<18.6$，$\therefore$若这条船不改变方向，会有触礁的危险.

解题诀窍

要判断渔船是否有触礁危险，只需构造三角形，比较垂线段与 18.6 的关系.

例题 4

如图 1—4—6 所示，某船向正东方向航行，在 A 处望见灯塔 C 在东北方向，前进到 B 处望见灯塔 C 在北偏西 30°，又航行了半小时，望见灯塔 C 恰在西北方向，若船速为每小时 20 海里，求 A、D 两点间的距离.

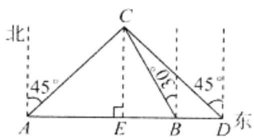

图 1—4—6

指点迷津

作 $CE\perp AD$，构造直角三角形，分别为 Rt△ACE，Rt△CDE. $BD=20\times\frac{1}{2}=10$，充分利用已知即可求出 AD.

【解】 作 $CE\perp AD$ 于 E，设 $CE=x$.

$\because \angle CAD=\angle CDA=90°-45°=45°$.

$\therefore CE=AE=DE=x$.

在 Rt△BCE 中，$\angle CBE=90°-30°=60°$，

$\therefore BE=CE\cdot\frac{1}{\tan 60°}=\frac{\sqrt{3}}{3}x$. 由 $DE-BE=BD$，

得 $x-\frac{\sqrt{3}}{3}x=20\times\frac{1}{2}$，解得 $x=15+5\sqrt{3}$.

$\therefore AD=2x=(30+10\sqrt{3})$（海里）.

$\therefore$ A、D 两点间的距离为 $(30+10\sqrt{3})$ 海里.

解题诀窍

注意将实际问题中的条件转化为三角形中的条件，并构造适当的三角形解题.