

原子核结构

第二卷 核形变

第二分册

A. 玻尔 B. R. 莫特逊 著

科学出版社

原子核结构

第二卷 核形变

第二分册

A. 玻尔 著

B. R. 莫特逊

卓益忠 杨立铭 等 译

科学出版社

1988

内 容 简 介

这一分册是 A. 玻尔和 B. R. 莫特逊著《原子核结构》第二卷的第六章。第二卷的主题是原子核的集体运动与振动以及单粒子运动与集体自由度耦合,第六章主要阐述振动谱,分析简谐振动、核振动的正规模式、多极振子强度的和规则、粒子-振动耦合、振动的非简谐性、各种模式的耦合。在附录中介绍了振动和转动的液滴模型,多维四极谐振子,最后有全书(第一卷,第二卷)的索引。参加本书翻译的有张锡珍,倪兆荇,卓益忠,杨立铭,杨泽森,孙洪洲,曾谨言,齐辉,杨新华,程檀生,成珊,钟毓澍,吴崇试,林纯镇,周治宁。

本书不仅对所讨论的课题作了系统深入的阐述,而且反映了作者的许多深刻的观点。本书可供核物理研究人员、研究生及大学有关专业的高年级学生参考。

Aage Bohr, Ben R. Mottelson
NUCLEAR STRUCTURE
Vol. II Nuclear deformation
W. A. Benjamin, Inc., 1975

原 子 核 结 构

第二卷 核形变

第二分册

A. 玻尔 B. R. 莫特逊 著

卓益忠 杨立铭 等 译

责任编辑 荣毓敏

科学出版社 出版

北京朝阳门内大街 137 号

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1988 年 8 月 第 一 版 开本: 850×1168 1/32

1988 年 8 月 第一次印刷 印张: 14 3/8

精 1—490 插页: 精 2

平 1—880 字数: 382,000

ISBN 7-03-000560-0/O·143(精)

ISBN 7-03-000368-3/O·101(平)

定价: 布面精装 8.00 元

平 装 6.50 元

科技新书目: 170-063 (平) 064 (精)

目 录

第六章 振动谱	845
§ 6-1 引言	845
§ 6-2 简谐振动的量子理论	848
6-2a. 激发量子的产生算符	848
6-2b. 振动振幅	849
6-2c. 振动单体势产生的集体运动	852
§ 6-3 核振动的正规模式	858
6-3a. 形状振动、球形平衡	858
6-3b. 围绕球形平衡形状的振动	877
6-3c. 裂变过程中的集体运动	881
6-3d. 振动的同位旋、极化和电荷交换模式	890
6-3e. 包含自旋自由度的集体模式	898
6-3f. 两核子转移模式、对振动	901
§ 6-4 多极振子强度的和规则	912
6-4a. 经典谐振子和	912
6-4b. (以和规则为单位的)振动的谐振子强度	918
6-4c. 张量和	921
6-4d. 电荷交换对 $E2$ 谐振子和的贡献	926
§ 6-5 粒子-振动耦合	929
6-5a. 耦合矩阵元	930
6-5b. 有效矩	934
6-5c. 单粒子转移矩阵元	937
6-5d. 粒子-声子相互作用能	939
6-5e. 自能	943
6-5f. 对有效二粒子相互作用的极化贡献	945
6-5g. 高阶效应	946
6-5h. 粒子-振动耦合产生的正规模式	948
§ 6-6 振动的非简谐性, 各种模式的耦合	959
6-6a. 低频四极模式的非简谐效应	960

6-6b. 四极模式和偶极模式间的耦合	964
6-6c. 振动和转动之间的耦合	972
第六章的示例	975
响应函数	975
偶极模式 ($\lambda\pi = 1-$) 的特性	985
球形核中四极模式的特征	1020
在变形核中四极振荡的特性	1065
八极模式的特征	1072
单粒子谱的壳结构	1097
裂变模式的特征	1136
自旋激发的特征	1157
对关联特征	1163
附录 6A 振动和转动的液滴模型	1178
6A-1 球形对称平衡附近的表面振动	1178
6A-2 大振幅形变. 裂变模式	1185
6A-3 压缩模式	1192
6A-4 二流体系统中的极化模式	1195
6A-5 无旋流体的转动运动	1199
附录 6B 多维四极谐振子	1202
6B-1 形状和角坐标振动和转动的自由度	1202
6B-2 围绕球形平衡的振荡	1207
6B-3 简谐振子的转晕区	1209
6B-4 多声子态	1214
参考文献	1220
索引	1258

第六章 振 动 谱

§ 6-1 引 言

集体振动的存在

对于各种各样的多体系统,可以借助于基本激发模式(或元激发模式)来描述激发谱,这些元激发模式表示了平衡附近不同的、近似独立的涨落¹⁾.这些涨落的性质与系统的内部结构有关.因此基本模式可以和独立粒子的激发相关联,或者代表密度、形状或一些其它表征平衡组态参数的集体振动.

在用正规模式描述时,激发谱是通过和元激发模式相关联的独立量子的叠加而得到的.对于一级近似,可以把这些量子看作是无相互作用的实体,可以借助正规模式之间的相互作用把与这种理想情况的偏离考虑进去.这些相互作用提供了对这种描述的固有限度.

众所周知量子系统中集体振动的例子来自分子的研究.分子中的原子形成一个近似的刚性结构,而且低能内部激发相应于这种结构的正规振动模式.在宏观固体中,平衡晶格的振动是弹性波.

在一些可以在一级近似下用平均场(核、金属中的电子等)中的独立粒子运动来描述的系统中,由于粒子间的相互作用,也可能发生集体振动,这些相互作用导致粒子运动之间的相互关联,并且由此引起平均密度和场的振荡.电子气体中的密度振荡(等离子体激发元)就是一例.在多大程度上涨落可以分离成集体和独立粒子模式,既依赖于单粒子谱详细的特征,也依赖于相互作用的强

1) 元激发的概念是朗道(1941年)在超流液氦激发谱的分析中提出来的.

度和性质。因此这种系统的元激发模式部分地可由涉及到大量粒子关联运动的确定的集体振动组成，部分地可以主要由仅涉及一个单粒子或粒子运动中少数自由度的激发所组成。

在原子核中，有一些事实强有力地指出了集体形状振动的可能性：一些核具有非球形平衡形状，而另外的如像满壳核却具有球形的平衡形状。因此可以期望找到其形状相对平衡形状有相当大涨落的中间情况。

实际上，由电四极过程（例如见，第 558 页上的图 4-5）所强烈激发的低位态的存在几乎是所有核的能谱的一个显著特征。在非球形核区，这些低位态是基态转动带的成员，但是对于其余的核，看来我们涉及的是核形状的集体振动。

在较高的激发能，存在一些其它的振动模式，其中一部分和各种多极形状振荡相对应，一部分和中子集体地相对于质子运动的涨落相对应。除了这些有经典类比的模式而外，在核谱中，还存在着涉及电荷交换或核子自旋激发的振动模式，以及涉及到两个核子产生或消灭的对场的振荡。

核中振动模式的多种可能性和与激发量子间相互作用相联系的问题，展示了一个广阔的领域，该领域涉及量子多体系统结构的多种问题。为了帮助读者能在这—多样的复杂领域中找出自己的方向，我们下面将预先给出本章资料编制的情况介绍和讨论的主题。

与核振动运动有关课题的介绍

根据平衡组态的对称性和相互作用的特性得出的一般性质，是分析振动运动的出发点。这个问题类似于第四章中转动运动的唯象分析。然而，振动运动是如此地深受单粒子运动的壳结构的影响，致使我们发现从一开始就必须包括为使集体运动和独立粒子自由度相联系而涉及的概念。因此，在这一章中讨论既涉及振动运动的微观描述，也涉及振动运动的宏观描述。微观分析的论述重点是了解振动模式和它们间的耦合的定性性质。在多大程度

上这种框架能给出核的各种运动模式的定量描述是一个尚待阐明的
问题,它已超出本章的范围。

作为核振动模式论述的第一步,在 § 6-2, 我们考虑一量子系
统振动的简单的基本特征。 § 6-2a 和 6-2b 概述了依据振幅的唯
象描述和产生振动量子的算符之间的互补关系。 § 6-2c 讨论由独
立粒子激发而产生的集体模式的机制。许多核子所产生的相干运
动可以通过核子密度的集体振动所产生的振荡势来理解。这种现
象可用粒子自由度的高度简化模型来说明,这种模型能分离出极
重要的物理效应。

依据对称性对核振动进行分类是 § 6-3 的课题, 因为原子核
可以有各种不同的量的振动,分类涉及各种各样的对称性量子数,
包括多极性、内禀自旋和轨道角动量,同位旋和核子数。这些模式
中的一些模式能和经典系统中的振动相比较,并且,在这个问题的
实际发展中,液滴模型继续提供了重要的启示 (在附录 6A 中分
析了液滴的正规模式)。在 § 6-3 中概述了核振动的这些经典描
写的范围和局限性。在本章末尾的例子中,给出了壳结构效应的
更详细的分析。

在 § 6-3 里,作为和小振幅形状振荡相联系的现象的扩展,还
讨论了裂变过程,在裂变过程中所遇到的对大变形的处理涉及到
核物质的大块性质与由壳结构所导致的微观效应相结合的疑难问
题。

其量子由核子的关联对(见 § 6-3)所组成的振动模式和核的
对效应有着密切的联系,前几章已论述了核的对效应对于低能核
性质是极其重要的。和超流宏观费米系统相类似,通过对量子(对
场的变形)的凝聚可以观察到核的对关联,有这样凝聚时,单粒子
的自由度是准粒子,在第 1170 页的例中推导了准粒子的性质。

从存在的多极矩的代数恒等式可得到相应的跃迁几率的求和
规则,这是 § 6-4 的课题。在量子物理的许多不同的领域中,这些
求和规则对复杂系统的分析提供了相当普遍的工具。对于简单的
多极场,核振动模式得到强烈增强的激发常常取尽了总求和规则

单位的很大一部分，这一事实使我们在这一章中包含了求和规则这一内容。

在 § 6-2 和 § 6-3 的论述中谈到独立简谐振动的近似，在 § 6-5 和 § 6-6 中，考虑了正规模式的相互作用，这些相互作用中的一基本部分是振动对独立粒子运动的影响。振动产生的平均势引起的耦合，在 § 6-2 中已被作为集体这本身产生的机制。在 § 6-5 中对粒子-振动耦合进行了更加系统的研究，它是作为解释与振动和独立粒子自由度相互作用有关的种类繁多的效应的基础，例如单粒子态的有效电荷和矩，核子和振动量子之间的相互作用能等。若考虑到高阶项，粒子-振动耦合导致振动量子间的相互作用。振动模式中的非简谐性的唯象分析和不同的集体模式之间耦合的有关问题是 § 6-6 的课题。

说明振动模式性质的示例集中在本章的末尾，而不是放在各节的末尾，这样安排就有可能集中讨论某一给定模式的所有不同的性质。对裂变过程的讨论是基于比之第二章所给出的更为广阔的单粒子能谱的壳结构观点之上进行的。这样推广的壳结构处理所可能用到的工具在 1097 页及随后的几页中，通过一系列例子进行了讨论。

§ 6-2 简谐振动的量子理论

在一量子系统中，振动可以借助于集体坐标来描述，这些坐标代表了密度对于平衡的涨落振幅。运动方程与经典理论有同样形式，量子特征可用正则量子化方式得到。量子激发也可取作描述的出发点；那时基本动力学变数是与产生和消灭量子相联系的算符。

6-2a. 激发量子的产生算符

振动激发模式的特征是，激发能够多次重复。因此，一个特定模式的第 n 个激发态可视为是由 n 个独立量子组成的。这些量子

遵从玻色统计,因对于给定数目的量子,与有完全对称波函数的全同粒子一样只存在一个态。这种玻色子系统可借助于产生和消灭激发量子的算符 $c^\dagger$ 和 c 来处理。

如果在对振动模式不作修正的情况下激发可以叠加,则量子可视为无相互作用的实体。在这种近似下,玻色算符由关系式

$$c^\dagger |n\rangle = (n+1)^{1/2} |n+1\rangle \quad (6-1)$$

来定义,这里 $|n\rangle$ 是具有 n 个激发量子的态。在方程 (6-1) 中因子 $(n+1)^{1/2}$ 意味着,跃迁几率 $\langle n+1 | c^\dagger | n \rangle^2$ 等于 $n+1$ 。这个“玻色因子”的物理意义可用考虑 $|n+1\rangle \rightarrow |n\rangle$ 的衰变来说明;如果过程涉及独立地进行作用的量子,则总的衰变率正比于量子数目 $n+1$ 。

用作定义的方程 (6-1) 导致对易关系

$$[c, c^\dagger] = 1. \quad (6-2)$$

且量子数目由算符

$$n_{OP} = c^\dagger c \quad (6-3)$$

表示,激发态 $|n\rangle$ 可以从基态 $|n=0\rangle$ 出发,用产生算符作用 n 次来构成

$$|n\rangle = (n!)^{-1/2} (c^\dagger)^n |n=0\rangle. \quad (6-4)$$

对于每一个能量为 $\hbar\omega$ 的无相互作用的量子,哈密顿量有形式

$$H = \hbar\omega c^\dagger c + E(n=0), \quad (6-5)$$

且 $c^\dagger$ 的运动方程是

$$c^\dagger = \frac{i}{\hbar} [H, c^\dagger] = i\omega c^\dagger. \quad (6-6)$$

因此,玻色子算符是时间的简谐函数

$$c^\dagger(t) = \exp\{i\omega t\} c^\dagger(t=0). \quad (6-7)$$

振动运动的非简谐效应可借助于这些量子间的相互作用来处理(见 § 6-6)。对某些原子核的振动模式,即使对谱中最低的态这种效应也是重要的。

6-2b. 振动振幅

与振动模式相联系的密度变化能够用振幅 α 表征,它代表离

开平衡形状的位移。在这一节中我们考虑有实(厄密)振幅的振动, 变形系统中的驻波就是这样。如果量子带有不消失的守恒量子数, 像电荷, 核子数, 或角动量分量等, 则这种模式用非厄密振幅来描述。将这一节的处理推广到包括非厄密模式将在 § 6-3 中考虑。

对于小的 α 值, 振动能量可用 α 和它的时间导数的幂表达。精确到首阶, 我们有

$$E(\alpha, \dot{\alpha}) = \frac{1}{2} C \alpha^2 + \frac{1}{2} D \dot{\alpha}^2 \quad (6-8)$$

(对于围绕平衡的振动, 不出现 α 的线性项; 进而, 正比例于 $\dot{\alpha}$ 或 $\alpha \dot{\alpha}$ 的项破坏时间反演对称性, 如果我们假定平衡对于时间反演不变, 则它们也不能出现)。

(6-8) 式代表简谐振动。第一项是形变势能 V , 系数 C 称为恢复力参数。在方程 (6-8) 中第二项是动能 T , 量 D 称为质量参数²⁾

引入动量变数

$$\pi = \frac{\partial}{\partial \dot{\alpha}} (T - V) = D \dot{\alpha}, \quad (6-9)$$

则对哈密顿量我们有

$$H = \frac{1}{2} D^{-1} \pi^2 + \frac{1}{2} C \alpha^2. \quad (6-10)$$

关系式 (6-8) 到 (6-10) 与经典谐振子相同。对于量子系统, 厄密算符 α 和 π 满足正则对易关系

$$[\pi, \alpha] = -i\hbar, \quad (6-11)$$

且能谱由与简谐振子相类似的关系给出

$$E(n) = \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar \omega, \quad (6-12)$$

而经典频率

$$\omega = \left(\frac{C}{D}\right)^{1/2}, \quad (6-13)$$

2) 振动质量参数的通用记号是 B 。然而为避免与约化跃迁几率的混淆, 这里我们采用了不同的记号。

振动波函数 $\varphi_n(\alpha)$ 有形式

$$\varphi_n(\alpha) = (2n)^{-1/4} (2^n n! \alpha_0)^{-1/2} H_n(2^{-1/2} \frac{\alpha}{\alpha_0}) \exp \left\{ -\frac{1}{4} \frac{\alpha^2}{\alpha_0^2} \right\}, \quad (6-14)$$

这里 H_n 是 n 次厄密多项式 ($H_0(x) = 1$, $H_1(x) = 2x$, $H_2(x) = 4x^2 - 2$, $\dots$), 而 α_0 是零点振动振幅

$$\begin{aligned} \alpha_0 &= \langle n=0 | \alpha^2 | n=0 \rangle^{1/2} = \langle n=1 | \alpha | n=0 \rangle \\ &= \left(\frac{\hbar}{2D\omega} \right)^{1/2} = \left(\frac{\hbar\omega}{2C} \right)^{1/2} = \left(\frac{\hbar^2}{4CD} \right)^{1/4} \end{aligned} \quad (6-15)$$

(在方程 (6-14) 和 (6-15) 中, 假定 α 的矩阵元是实的; 对于有标准相位约定 (1-39) 的态, 矩阵元为实数要求 α 在变换 $\mathcal{RT}$ 下是不变的. 如果在 $\mathcal{RT}$ 下 α 变号, 则在波函数 (6-14) 中插入因子 i^n 就可得到标准相位, 这时 α 的矩阵元是虚的; 变换 (6-16) 包含一个附加因子 i ; 例子见方程 (5-21) 和 (6-51).)

在简谐近似下, 从变数 α, π 到在 6-2a 引入的变数 $c^\dagger, c$ 的变换有形式

$$\begin{aligned} \alpha &= \alpha_0(c^\dagger + c), \\ \pi &= \frac{i\hbar}{2\alpha_0}(c^\dagger - c), \\ c^\dagger &= \frac{1}{2\alpha_0}\alpha - \frac{i\alpha_0}{\hbar}\pi = \frac{1}{2\alpha_0}\left(\alpha - \frac{i}{\omega}\dot{\alpha}\right). \end{aligned} \quad (6-16)$$

这一变换相应于将振幅 α 和 π 分解成正频率和负频率的部分, 它们分别有时间依赖关系 $\exp\{-i\omega t\}$ 和 $\exp\{i\omega t\}$; 见方程 (6-7). (关系式 (6-16) 与简谐振子势中单粒子运动的方程式 (5-18) 相同.)

在一个有很多自由度的系统中, 总波函数可借助振动坐标 α 和描述其余自由度(其他振动模式, 单粒子运动等)的其他坐标来表示. 在独立正规激发模式的近似下, 总波函数可写为形式

$$\psi_{\sigma, n}(\alpha, q) = \Phi_\sigma(q) \varphi_n(\alpha) \quad (6-17)$$

这里, 由一组量子数 σ 指定的 $\Phi_\sigma(q)$ 称为内禀态. 一般地说, 振动波函数 $\varphi_n(\alpha)$ 与内禀量子数 σ 有关. 例如在分子中, 振动势能与电子态有关, 因分子结合能由少数价电子决定. 在原子核中, 振动性质涉及大量的其量级为在一个主壳中粒子数目的核子, 所以我们期望它对最后少数几个核子的量子数不

敏感。

集体坐标 α 与粒子变数(坐标、动量和自旋)之间的泛函关系依赖于系统的动力学细节,且由如下判据确定,即当采用变数 q, α 时,波函数可以近似地表示为分离的形式(6-17)。振动坐标 α 也能够近似地与系统的简单多极矩相一致(或者,在分子的情况,与核的分离距离);然而,一般说来,真实坐标 α 围绕它的宏观值的涨落对保证运动的分离是重要的。(见 4A-3c 中对转动原子核集体取向角的讨论和 6-5b 节借助单粒子激发对集体振动变数的分析。集体坐标可借助单粒子坐标表示出来(点变换)的特殊条件在第 1023 页的例子中讨论)。

6-2c. 振动单体势产生的集体运动

在一个由独立粒子运动所决定的系统中,集体振动模式的出现可以借助于单粒子密度的振荡所产生的平均单体势的变化来理解。这种单体势的变化给出在单粒子运动中的激发,如果引入密度变化正好等于为产生这种振荡势所需要的变化,则能够得到自维持的集体运动。

对于小振幅振荡,单体势的变化正比例于振幅 α 且可以写为形式

$$\delta V = \kappa \alpha F(x), \quad (6-18)$$

这里 $F(x)$ 是单体算符,它描述势对于变数 x 的依赖关系(空间,自旋,同位旋, F 也可以与速度有关,如自旋-轨道势的形变和非中心单粒子势)。算符 F 通常被称为振动场,它部分地由像多极性、同位旋等这种对称性量子数来表征(见 § 6-3)。像在静态核势中一样, F 的完全结构由自治的要求来决定。在方程(6-18)中参数 κ 是耦合常数,它表征所考虑模式的势和密度之间的关系。

粒子运动对于形式(6-18)的振荡场的响应可借助于场 F 产生的单粒子激发谱来表示。对于不同多极性的场,这种单粒子响应函数的例子在第 978 页的图 6-16 和图 6-17 上作了示例说明。这些谱的显著特征是跃迁强度集中在相当窄的激发能区域。这种集中与如下事实有关,即在原子核势中(与原子或金属中的电子运动相反)运动的特征是在最后填充壳中的粒子有一相当确定的公共

周期。

在这一节中，我们考虑在有简并单粒子激发的系统中场耦合的作用给出的集体运动。在用单粒子自由度对集体模式作微观描述的方法中，这个简单的模型包含有本质的特征并且立刻能够推广。

在下面的讨论中，采用相对于由闭壳构成的基态的激发去考虑是简单的。这时场 F 产生的激发将包含粒子和空穴。这种处理对部分填充壳的组态也可直接应用，因为对关联导致非简并的基态，激发可借助于包含二准粒子组态 ($v = 2$) 的态来描述(准粒子激发的性质在第 1170 页的例子中讨论)。

场 F 在单粒子运动的基态 $|v = 0\rangle$ 上的作用产生激发

$$F|v = 0\rangle = \sum_i |i\rangle\langle i|F|v = 0\rangle$$

$$F = \sum_k F(x_k), \quad (6-19)$$

这里 i 标记独立粒子-空穴(或二准粒子)组态。在 i 是简并的情况下，激发 (6-19) 是单粒子哈密顿量的本征态。如果这个激发包含许多不同的单粒子模式 i ，则它可以多次重复，而且如 6-2a 描述的，最终产生的态与简谐振动运动相联系。激发的量子近似地具有无相互作用的玻色子的性质，并且能够用产生和消灭算符 $c^{(0)\dagger}$ 和 $c^{(0)}$ 来描述，其哈密顿为

$$H^{(0)} = \hbar\omega^{(0)}c^{(0)\dagger}c^{(0)} = n^0\hbar\omega^{(0)}, \quad (6-20)$$

这里 $\hbar\omega^{(0)}$ 是简并的粒子-空穴态的公共激发能， $n^{(0)}$ 是这个模式的量子数目。上标 (0) 是指这样的事实，即到目前为止所考虑的量子代表相干的独立粒子运动而没有包括场相互作用。正如上面强调的，借助于类玻色子来描述的关键条件是在相干态 (6-1a) 中出现许多独立组分。这些组分的列举中包含有像 $((n_1, l_1, i_1, m_1)^{-1}, (n_2, l_2, i_2, m_2))$ 这种为粒子和空穴的量子数指定的态；因此，一般说来，一个耦合态 $(j^{-1}i_2)$ 对许多不同的组分 i 都有贡献。

与玻色子算符 $c^{(0)}$ 相联系的集体模式能够像在 § 6-2b 中那

样借助形变坐标来描述。用如下方式取 α 的归一化是方便的, 即使得零点振幅 $\alpha_0^{(0)}$ 等于场 F 的振幅

$$\alpha_0^{(0)} = \langle n^{(0)} = 1 | \alpha | n^{(0)} = 0 \rangle =$$

$$\langle n^{(0)} = 1 | F | n^{(0)} = 0 \rangle = \left(\sum_i \langle i | F | v = 0 \rangle^2 \right)^{1/2}. \quad (6-21)$$

态 $|n^{(0)} = 0\rangle$ 是单粒子运动的基态 $|v = 0\rangle$, 而态 $|n^{(0)} = 1\rangle$ 是用归一化因子 $(\alpha_0^{(0)})^{-1}$ 乘激发 (6-19) 得到的归一化的态。((6-21) 式假定, F (和 α) 的矩阵元是实的; 见第 850 页的评论)。

借助于振幅 α , 哈密顿量 (6-20) 有形式

$$H^{(0)} = \frac{1}{2} (D^{(0)\dagger} \cdot \pi^2 + \frac{1}{2} C^{(0)} \alpha^2 - \frac{1}{2} \hbar \omega^{(0)})$$

$$\pi = D^{(0)} \dot{\alpha}, \quad (6-22)$$

恢复力和质量参数 (见方程 (6-13) 和 (6-15)) 为

$$C^{(0)} = \frac{\hbar \omega^{(0)}}{2(\alpha_0^{(0)})^2},$$

$$D^{(0)} = \frac{\hbar}{2\omega^{(0)}(\alpha_0^{(0)})^2}. \quad (6-23)$$

在由量子数 $n^{(0)}$ 描述的态空间中, 场 F 的矩阵元联结 $\Delta n^{(0)} = 1$ 的态且在简谐近似下等于 α 的矩阵元; 这些矩阵元有集体特性, 它们给出的跃迁几率与单粒子值相比有一增强因子, 其量级是所有的对激发 (6-19) 有贡献的组分 i 的数目 (见方程 (6-21))。场 F 可能在 $n^{(0)}$ 的空间中有另外的矩阵元以及联结这个空间与其他单粒子运动模式的矩阵元; 这些矩阵元导致振动模式的非简谐效应以及对其他自由度的耦合, 在这一节中我们将忽略掉它们。

在 F 的矩阵元与 α 的相同这一近似下, 场耦合 (6-18) 可以借助于振动哈密顿量中有一项形式为

$$H' = \frac{1}{2} \sum_k \kappa \alpha F(x_k) = \frac{1}{2} \kappa F^2 = \frac{1}{2} \kappa \alpha^2 \quad (6-24)$$

的贡献来描述, 这里因子 $1/2$ 来自如下事实, 即势 (6-18) 是二体相互作用产生的, 当对所有的粒子求和时它计算了两次。

将贡献 (6-22) 和 (6-24) 相加则得到总哈密顿量

$$\hat{H} = \hat{H}^{(0)} + \hat{H}' = \frac{1}{2} D^{-1/2} \pi^2 + \frac{1}{2} C \alpha^2 - \frac{1}{2} \hbar \omega^{(0)} \quad (6-25a)$$

$$= n \hbar \omega + \frac{1}{2} (\hbar \omega - \hbar \omega^{(0)}), \quad (6-25b)$$

而

$$C = C^{(0)} + \kappa, \quad (6-26)$$

$$D = D^{(0)}$$

和

$$\hbar \omega = \hbar \left(\frac{C}{D} \right)^{1/2} = \hbar \omega^{(0)} \left(1 + \frac{\kappa}{C^{(0)}} \right)^{1/2} \quad (6-27a)$$

$$\approx \hbar \omega^{(0)} + \kappa \langle n^{(0)} = 1 | F | n^{(0)} = 0 \rangle^2. \quad (6-27b)$$

$\kappa \ll C$

因此,场耦合(6-18)的效应相当于振动模式恢复力参数的修正而质量参数不受影响。

在方程(6-25)中,量子数 n 代表在相互作用系统中量子的数目。基态 ($n=0$) 能量由方程(6-25)中的最后一项给出。如果用相互作用强度 κ 的幂展开,则相互作用能 $\hat{H}'$ 在非扰动基态, $n^{(0)}=0$ 中的期望值给出基态能量的首阶项(见方程(6-27b)); 由基态修正引起的高阶项来自相互作用。这个修正可用改变后的零点振幅表示

$$\begin{aligned} \alpha_0 &= \langle n=1 | \alpha | n=0 \rangle = \langle n=1 | F | n=0 \rangle \\ &= \left(\frac{\hbar \omega}{2C} \right)^{1/2} = \alpha_0^{(0)} \left(\frac{\omega^{(0)}}{\omega} \right)^{1/2} = \alpha_0^{(0)} \left(1 + \frac{\kappa}{C^{(0)}} \right)^{-1/4}. \end{aligned} \quad (6-28)$$

从方程(6-28)看出,相互作用不影响场 F 的谐振子强度 $\hbar \omega \langle n=1 | F | n=0 \rangle^2$ 。(谐振子强度的守恒直接来自如下事实,即相互作用与场 F 对易;见 § 6-4a 对谐振子和规则的讨论。)

$\kappa > 0$ 的场耦合相应于对抗密度变化的相互作用效应,它导致与单粒子频率相比集体频率增加 ($\omega > \omega^{(0)}$)。有利于密度变化的相互作用有 $\kappa < 0$ 且降低集体频率。对于趋向于 $-C^{(0)}$ 的大的负 κ 值,振动频率趋向于零,这相应于假定的平衡状态对于所考虑类型的形变已不稳定。相互作用将确立一个 $\alpha=0$ 的平衡形状。对相对于 $C^{(0)}$ 的不同 κ 值,势能函数 $V(\alpha)$ 的示意表示在图 6-1 中

给出。对于一个趋近于不稳定性的临界值的耦合 ($\kappa \approx -\dot{C}^{(0)}$), 一般说来我们必须期望将出现大的非简谐效应的振动运动。

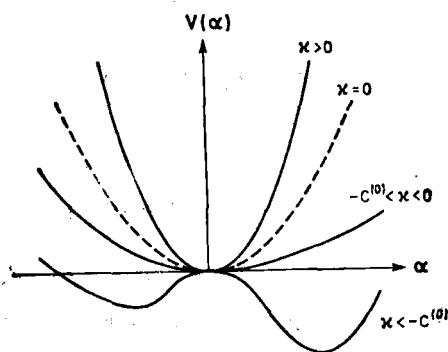


图 6-1 势能参数。这个图形给出了作为形变参数 α 的函数的原子核势能的示意说明。不同的曲线相应于场耦合常数 κ 的不同值。

在原子核振动中, 正、负两种符合的相互作用效应都遇到了。带有吸引相互作用模式的例子由原子核的形状振荡提供出来 (见第 1034 页); 已观察到低频四极模式表现出不稳定性, 它相应于原子核具有静态形变。带有排斥相互作用的例子为中子-质子极化振荡 (见第 996 页) 和同位旋矢量自旋激发所提供 (见第 1159 页)。

包括场耦合的哈密顿量的对角化也能够借助于这样一个变换来考虑, 即将玻色子变数 $c^{(0)\dagger}$, $c^{(0)}$ 变换到与相互作用系统中振动力学相联系的新变数 $c^\dagger$, c 。哈密顿量 (6-25) 是变数 $c^{(0)\dagger}$, $c^{(0)}$ 的二次型,

$$H = \hbar\omega^{(0)} c^{(0)\dagger} c^{(0)} + \frac{1}{2} \kappa (\alpha_0^{(0)})^2 (c^{(0)\dagger} + c^{(0)})^2 \quad (6-29)$$

它可用一个到新变数 $c^\dagger$, c 的线性变换

$$\begin{aligned} c^\dagger &= X c^{(0)\dagger} - Y c^{(0)} \\ c^{(0)\dagger} &= X c^\dagger + Y c \end{aligned} \quad (6-30)$$

来对角化, 要求变换 (6-30) 保持玻色子对易关系 (6-2) 可导致对 (实的) 振幅 X 和 Y 的归一化条件