

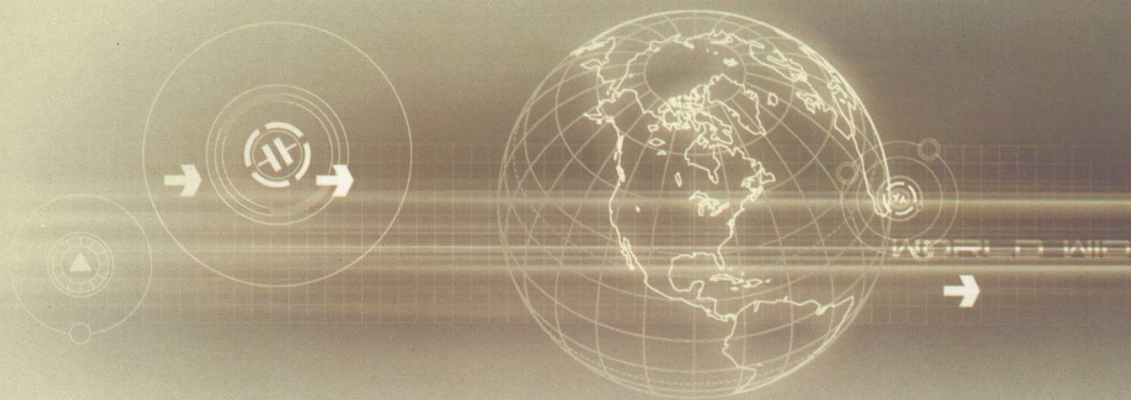
软件定义的 GPS和伽利略接收机

A SOFTWARE – DEFINED
GPS AND GALILEO RECEIVER

[丹麦] Kai Borre [美] Dennis M. Akos

[丹麦] Nicolaj Bertelsen Peter Rinder Søren Holdt Jensen 著

杨东凯 张飞舟 张波 译



国防工业出版社

National Defense Industry Press

本书由总装备部装备科技译著出版基金资助出版

软件定义的 GPS 和伽利略接收机

[丹麦] Kai Borre [美] Dennis M. Akos

[丹麦] Nicolaj Bertelsen Peter Rinder Søren Holdt Jensen 著

杨东凯 张飞舟 张波 译

国防工业出版社

· 北京 ·

著作权合同登记 图字:军—2008—064 号

图书在版编目(CIP)数据

软件定义的 GPS 和伽利略接收机/[丹]博尔卡伊
(Borre, K.)等著;杨东凯,张飞舟,张波译. —北京:
国防工业出版社,2009.3

ISBN 978-7-118-06014-0

I. 软... II. ①博...②杨...③张...④张... III. ①全球定
位系统(GPS) ②卫星导航—导航接收机 IV. P228.4 TN965.5

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 164650 号

Translation from the English language edition:

A Software-Defined GPS and Galileo Receiver by K. Borre, D. M. Akos, N. Bertelsen, P. Rinder, and
S. H. Jensen

Copyright © 2007 Birkhäuser Boston

Springer is a part of Springer Science + Business Media

All Rights Reserved

版权所有,侵权必究。

※

国防工业出版社出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路23号 邮政编码 100048)

天利华印刷装订有限公司印刷

新华书店经售

*

开本 710×960 1/16 印张 10 字数 200 千字

2009 年 3 月第 1 版第 1 次印刷 印数 1—3000 册 定价 28.00 元(含光盘)

(本书如有印装错误,我社负责调换)

国防书店:(010)68428422

发行邮购:(010)68414474

发行传真:(010)68411535

发行业务:(010)68472764

前 言

软件定义无线电(SDRs)概念的提出已有 10 多年的时间。自 Dennis Akos 于 1997 年第一次对基于软件无线电的 GPS 系统进行了完整论述,几个研究小组已分别在这一领域做出了自己的贡献。因此,我们认为出版一本更新的书来介绍 GPS 系统软件接收机的最新研究成果的时机已成熟,同时介绍即将投入使用的欧洲伽利略导航系统。GPS 系统和伽利略系统同属于全球导航卫星系统(GNSS)。

SDR 技术发展迅速,影响巨大,并且在接收机产业中得到了广泛应用。SDR 技术的目标在于建立灵活可变的开放式体系结构的接收机,允许对不同的模块动态选择参数,实现可重构的 SDRs。接收机对软件无线电节点上的所有通道采用同一个宽带 A/D 转换器,然后利用通用处理器上的软件对通道波形进行提取、下变频、解调。其主要思想是将宽带 A/D 转换器的位置尽可能地靠近天线,然后将抽样结果送入可编程模块,应用数字信号处理技术获得需要的结果。对于研究、测试算法,甚至综合其他设备来说,SDR 都是一个理想的平台。我们选择 MATLAB(版本 7.x)作为编程语言,其编程环境对于工科院校的学生来说都很熟悉,而且语言灵活、易学。另外,MATLAB 提供了非常强大的绘图功能,可以直观清楚地显示数据和结果。

这项计划的概念在近 10 年前就已经成熟定型,只是由于当时技术不成熟而无法完全实现。本书配上 DVD 光盘,主要提供了以下内容:

- (1) 文本内容,详细介绍了 GNSS 软件接收机。
- (2) DVD 光盘,包括 GPS 软件接收机的 MATLAB 完整实现程序,以及原始采样数据。程序允许读者改变里面不同的参数来观察参数的作用。
- (3) 一个附加可选 USB 2.0 接口的 GNSS 射频前端模块,最终在 Windows 操作系统或 Linux 操作系统下实现模拟信号到数字信号的转换(订购方法可在 DVD 光盘上找到)。数字信号经由 USB 2.0 接口送入 MATLAB 程序。

利用以上三部分,读者可开发自己的 GNSS 接收机并且能够准确定位。

GNSS 软件接收机绝不是一个简单的装置。基于多方面的原因,本书中提供的接收机是接收处理 L1 波段 C/A 码信号的单频 GPS 接收机。首先,这种接

收机的结构相对简单;其次,通过轨道参数、时钟参数和电离层参数的修正,再加上欧洲静地星导航重叠系统(EGNOS)和广域增强系统(WAAS)等卫星增强系统(SBAS)提供的完整性,L1单频接收机的精度完全可以和GNSS双频接收机相媲美。只有未来的GNSS宽带信号或者增加信号能量,才能提供优于L1波段的性能;最后,在即将投入使用的欧洲伽利略系统中,同样有L1波段分量。由于伽利略系统有足够的卫星,L1波段信号的性能更加优良。书中也介绍了伽利略系统中要用到的二进制偏置载波(BOC)调制,以便读者能对这种新型的信号调制方式有所了解。

本书对射频前端模块的设计也做了介绍,主要分析了模块是如何将天线信号中含有的大量信息分配到与各跟踪卫星相对应的功能模块。对于和本书设计相关的射频前端模块,具体购买方式请查询 <http://ccar.colorado.edu/gnss>。

本书用MATLAB程序实现了一个完整的GPS软件接收机,具备捕获、码和载波跟踪、导航信息提取、导航电文解码、伪距估算和位置计算等功能。我们知道,如今的教材大都配备PowerPoint,教师大大减轻了工作。实际上,2004年—2005年,在不同课堂上,我们使用了本书的大部分内容当作教材讲解。如今能把这些材料整理出来出版,我们感到非常高兴。本书的电子版可在 gps.aau.dk/softgps 上下载。

以下是对本书内容和主题范围的一个简介。

第1章:简单介绍了确定性信号和随机信号。研究了脉冲信号的幅度谱、自相关特性以及它的傅里叶变换,同时重点描述了其抽样过程。其次,讨论了线性时不变系统的相关特性。第1章主要是为以后的章节进行数学准备。

第2章:讨论了GPS系统的信号结构以及导航数据,详细阐述了PRN序列及其相关特性,涉及多普勒频移和码跟踪方面内容。最后讨论了导航数据及其格式。

第3章:介绍了伽利略L1 OS信号和BOC调制,同时详细阐述了CASM调制、CRC校验机制、FEC前向纠错以及块交织机制,并讨论了伽利略系统消息结构及导航数据内容。

第4章:介绍了GNSS射频前端模块,包括天线、滤波器、放大器、混频器和A/D变换器,同时讨论了经其处理后的采样数据特性。最后,介绍了如何利用ASICs设计微型GNSS射频前端。

第5章:总体上分析了GNSS接收机的信号处理流程,从单一通道的功能描述开始,对从捕获到位置解算的全过程都进行了简单介绍。

第6章:详细阐述了GPS信号捕获方法,对串行和并行的搜索方法都进行了讨论。

第7章:详细阐述了码和载波跟踪方法以及数据解调。讨论了不同的 DLL 鉴别器及跟踪载波时常用的 PLL 和 FLL,它们的性能对 GNSS 系统的精度有非常重要的影响;并对不同情况下的多径误差的包络进行了研究。

第8章:恢复导航数据并将它们转换为星历,星历为计算卫星位置提供了基础。接下来介绍如何估算传输时间的整数和小数部分以计算伪距。为了使本书内容更加完整,对于系统的误差源、时间系统以及不同坐标系统之间的转换也进行了讨论。在本章也可以学习到精度衰减因子(DOP)以及坐标和时间参考系的概念,并给出了一个适用于 GPS 和伽利略接收机的定位程序。

接下来是难度各异的习题。目的是希望这些问题能够激励读者更加全面深入地理解本书所包含的内容。如果读者能够做到对程序中的关键参数(DLL 和 PLL 的环路噪声带宽和阻尼系数,相关间隔,捕获门限,抽样频率,中频,屏蔽角,捕获带宽)进行修改,并能学习领会这些修改所起的作用,那么作者的目的也就达到了。

本书最后是两个附录。附录 A 是对 MATLAB 程序的一个总体展示。尽管实际的源代码都有序地整理在光盘的 .m 文件里,但我们觉得还是应该添加一些结构上的一般性说明。列举了 GPS 和伽利略信号的不同点,以便为实现伽利略 L1 OS 信号的接收软件做好准备。

附录 B 讲述了如何利用 Simulink 设计实现 GPS 信号模拟器。基于参考文献,同样利用 Simulink,还实现了伽利略 L1 OS 信号产生器。产生的信号频谱与接收到的伽利略在轨验证卫星 A(GIOVE - A)的频谱非常相似。

Darius PlauSinaitis 对源代码进行了总体修订,修改绘制了大量的图形,测试,编码实现了伽利略模拟器,并且写了 Windows 系统下的 USB 驱动程序,其贡献不可低估。Henrik Have Lindberg 对 CASM 的某些方面进行了说明。Troels Pedersen 改善了多径描述。Kristin Larson 测试了 MATLAB 算法。SiGe 半导体所的研究人员,尤其是 Stuart Strickland 和 Michael Ball,他们开发了 USB 接口的 GNSS 射频前端模块,其工作值得肯定。另外,Stephan Esterhuizen 和 Marcus Junered 开发了 Linux 系统下的 USB 驱动,同时对模块的相关应用进行了开发。

同时,非常感谢来自许多评论家的建设性意见。

再次感谢来自 Danish 技术研究委员会的坚实资助,同时感谢 Det Obelske Familiefond 对 Windows 环境下的 USB 驱动程序开发的支持。

非常荣幸 Birhäuser Boston 作为我们的出版商。现在,在图书处理过程中 TEX 是非常出色的出版工具,我们并不是欣赏并使用该工具的唯一用户。本书采用的是 LATEX2 ϵ 和 AMS - TEX,字体采用 Y&Y 设置为 10/20Times 和

MathTime 格式。出色的版面设计和大量复杂的 TEX 编排方案来自于 Frank Jensen。在这里还要提到 John D. Hobby 的 MetaPost, 本书中的 25 幅图形即完成于该环境, 该环境是 Donald Knuth 的 METAFONT 和 Adobe 的 PostScript 的组合, 使用起来非常方便。

Aalborg, 2006 年 8 月

Kai Borre

Aalborg University

borre@gps.aau.dk

Dennis Akos

University of Colorado

dma@colorado.edu

Nicolaj Bertelsen

Private Consultant

nicolaj@bertelserne.dk

目 录

第1章 信号与系统	1
1.1 信号特性	1
1.1.1 连续时间确定性信号	1
1.1.2 离散时间确定性信号	2
1.1.3 单位脉冲	3
1.1.4 矩形脉冲	4
1.1.5 随机信号	6
1.1.6 随机脉冲序列	7
1.2 抽样	8
1.3 系统特性	10
1.4 线性时不变系统	11
1.5 带通信号的表示	13
第2章 GPS 信号	16
2.1 信号与数据	16
2.2 GPS 信号结构	16
2.3 C/A 码	19
2.3.1 Gold 序列	19
2.3.2 Gold 序列发生器——概述	20
2.3.3 Gold 序列发生器——细述	23
2.3.4 相关特性	24
2.4 多普勒频移	25
2.5 码跟踪	25
2.6 导航数据	27
2.6.1 遥测字和交接字	28

2.6.2 导航电文中的数据	28
第3章 伽利略信号	29
3.1 信号理论	29
3.2 伽利略 L1 OS 信号	30
3.2.1 信号产生	32
3.2.2 相干自适应副载波调制	32
3.2.3 二进制偏置载波调制	34
3.3 电文结构	39
3.3.1 帧与页	39
3.3.2 循环冗余校验	40
3.3.3 前向纠错及块交织	40
3.4 电文内容	42
3.4.1 时间与时钟修正参数	43
3.4.2 GST 到 UTC 和 GPST 的转换	44
3.4.3 服务参数	46
3.5 L1 OS 信号的接收	47
第4章 GNSS 天线和前端	49
4.1 背景	49
4.2 GNSS L1 前端构成	51
4.2.1 GNSS 天线	51
4.2.2 滤波器	52
4.2.3 放大器	54
4.2.4 混频器/本地振荡器	54
4.2.5 模数转换器	56
4.3 生成采样数据	58
4.4 GNSS 前端 ASIC	60
第5章 GNSS 接收机操作概述	63
5.1 接收机通道	63
5.1.1 捕获	64
5.1.2 跟踪	65

5.1.3	导航数据的提取	66
5.2	位置解算	66
第6章	捕获	67
6.1	目的	67
6.2	串行搜索捕获	67
6.2.1	伪码序列的产生	68
6.2.2	载波的产生	69
6.2.3	积分与平方	70
6.3	并行频率空间搜索捕获	70
6.4	并行码相位搜索捕获	73
6.5	数据长度	76
6.6	捕获时间	76
6.7	参数估计	77
第7章	载波和码跟踪	78
7.1	目的	78
7.2	解调	78
7.3	二阶 PLL	79
7.3.1	阻尼系数	82
7.3.2	噪声带宽	82
7.4	载波跟踪	83
7.5	码跟踪	86
7.6	多径	91
7.7	完整的跟踪模块	94
7.8	伪距计算	96
第8章	定位数据处理	98
8.1	导航数据恢复	98
8.2	导航数据解码	99
8.2.1	同步头的定位	99
8.2.2	导航数据的提取	100
8.3	解算卫星位置	103

8.4	伪距估计	107
8.4.1	伪距的初始设置	107
8.4.2	后续伪距的估计	108
8.5	接收机位置解算	109
8.5.1	时间	109
8.5.2	观测方程的线性化	109
8.5.3	最小二乘法	111
8.5.4	实时定位精度	112
8.6	与 GPS 相关的时间系统	113
8.7	坐标变换	114
8.8	通用横向墨卡托投影	116
8.9	精度衰减因子	117
8.10	WGS84	120
8.11	GPS 和伽利略的时间和坐标参考框架	121
	习题	122
	附录 A MATLAB 代码	126
	附录 B GNSS 信号仿真	134
	参考文献	146

第1章 信号与系统

信号与系统的概念对于本书来讲至关重要。本书中,不仅考虑信号的时域模型,同时也要考虑信号的频域模型。对于信号与系统,注意力仅放在对学习比较重要的软件定义的 GPS 和伽利略接收机设计部分上。参考了许多信号处理的规范教程,以保证获得的信号与系统理论足够详细、准确。

1.1 信号特性

在卫星定位系统中,会遇到两种类型的信号:确定性信号和随机信号。确定性信号是由明确的数学表达式来描述的,比如信号 $x(t) = 10\cos 100t$ 和 $x(t) = 50e^{50t}$ 均是典型的确定性信号。随机信号存在一定程度的不确定性,接收到的 GPS 信号就是典型的随机信号,该信号除了包含有用调制信息外还包含大气层中的扰乱噪声以及 GPS 接收机内部的热噪声。第4章对此有详细论述。

下面对确定性信号和随机信号理论的基本概念进行回顾并建立一种数学描述方法。

对随机过程熟悉的读者应该都知道自相关、功率谱密度函数(或者功率谱)以及带宽等概念。这些概念同样可以应用于确定性信号,而这正是接下来要介绍的。关于随机过程有一些很好的参考资料,比如,Strang 和 Borre(1997)第16章的内容。

1.1.1 连续时间确定性信号

假设一个确定性连续时间信号 $x(t)$,实信号或复信号均可,具有有限能量 $\xi = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)| dt$ 。符号 $|\cdot|$ 代表复数的绝对值或幅度。在频域,这个信号用其傅里叶变换表示为

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt \quad (1.1)$$

其中: $j = \sqrt{-1}$; 变量 ω 代表角频率。定义 $\omega = 2\pi f$, ω 和 f 的单位分别为 rad 和 Hz。一般情况下,信号的傅里叶变换是一个复数,即

$$X(\omega) = \Re(X(\omega)) + j\Im(X(\omega)) = |X(\omega)|e^{j\arg(X(\omega))} \quad (1.2)$$

值 $X(\omega)$ 称为信号 $x(t)$ 的频谱, 因为傅里叶变换度量的是 $x(t)$ 的频率内容, 或者说频谱。同样地, 称 $|X(\omega)|$ 为 $x(t)$ 的幅度谱, $\arg(X(\omega)) = \arctan(\Im(X(\omega))/\Re(X(\omega)))$ 为 $x(t)$ 的相位谱。另外, 称 $|X(\omega)|^2$ 为 $x(t)$ 的能量密度谱, 因为它表示了信号能量作为频率函数的分布情况, 记为 $\varepsilon_x(\omega) = |X(\omega)|^2$ 。

$x(t)$ 用 $X(\omega)$ 的傅里叶逆变换表示为

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (1.3)$$

$x(t)$ 和 $X(\omega)$ 组成的傅里叶变换对为

$$x(t) \leftrightarrow X(\omega)$$

确定性连续时间信号 $x(t)$ 若同时也是能量有限信号, 则能量密度谱 $\varepsilon_x(\omega)$ 也可以通过其(时间平均)自相关函数(ACF)来定义。设 $*$ 表示复共轭, 则 $x(t)$ 的 ACF 可定义为

$$r_x(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x^*(t) x(t + \tau) dt \quad (1.4)$$

$x(t)$ 的能量密度谱 $\varepsilon_x(\omega)$ 定义为

$$\varepsilon_x(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} r_x(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \quad (1.5)$$

同样, 称 $r_x(\tau)$ 和 $\varepsilon_x(\omega)$ 组成的傅里叶变换对为

$$r_x(\tau) \leftrightarrow \varepsilon_x(\omega)$$

1.1.2 离散时间确定性信号

假设 $x(n)$ 是一个确定性的实数或复数序列, n 取整数值, 这个序列是通过对连续时间信号 $x(t)$ 均匀采样得到的(见 1.2 节)。如果序列 $x(n)$ 具有有限能量 $\xi = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |x(n)|^2 < \infty$, 则它的频域表示为(离散时间傅里叶变换)

$$X(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n) e^{-j\omega n}$$

或等效为

$$X(f) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n) e^{-j2\pi f n}$$

值得注意的是 $X(\omega)$ 和 $X(f)$ 都是周期性的, 其周期分别为 2π 和 1。

从 $X(\omega)$ 或 $X(f)$ 得到确定性序列 $x(n)$ 的离散时间傅里叶逆变换为

$$x(n) = \int_{-1/2}^{1/2} X(f) e^{j2\pi fn} df = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} X(\omega) e^{j\omega n} d\omega$$

注意,积分限与谱的周期性有关。

定义 $|X(f)|^2$ 为 $x(n)$ 的能量密度谱,表示为

$$\varepsilon_x(f) = |X(f)|^2$$

确定性离散时间信号 $x(n)$ 的能量密度谱 $\varepsilon_x(f)$ 同样可以通过自相关序列

$$r_x(k) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x^*(n)x(n+k)$$

的离散时间傅里叶变换

$$\varepsilon_x(f) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} r_x(k) e^{-j2\pi fk}$$

来定义。即对于离散时间信号,其傅里叶变换对为

$$r_x(k) \leftrightarrow \varepsilon_x(f)$$

1.1.3 单位脉冲

在信号分析中,单位脉冲是经常用到的确定性信号。对于连续时间,单位脉冲 $\delta(t)$ 也称为 delta 函数,可以用下面的关系式定义:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t)x(t) dt = x(0)$$

其中: $x(t)$ 是任意一个在 $t = 0$ 处连续的信号。单位脉冲的积分值为 $\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1$ 。

对于离散时间,单位抽样也称单位脉冲序列,定义为

$$\delta(n) = \begin{cases} 1, & n = 0 \\ 0, & n \neq 0 \end{cases}$$

相应地,连续时间信号 $x(t)$ 可表示为

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) \delta(t - \tau) d\tau, t \text{ 取所有值}$$

同样,序列 $x(n)$ 可表示为

$$x(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k) \delta(n - k), n \text{ 取所有值} \quad (1.6)$$

单位脉冲 $\delta(t)$ 的傅里叶变换为

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) e^{-j2\pi ft} dt = 1$$

由此可得傅里叶变换对为

$$\delta(t) \leftrightarrow 1$$

单位抽样的频谱为

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(n) e^{-j2\pi fn} = 1$$

同样得到傅里叶变换对,即

$$\delta(n) \leftrightarrow 1$$

1.1.4 矩形脉冲

现在来看幅度为1、脉冲宽度为 T 的单个矩形脉冲 $f(t)$,在图1.1中,将脉冲移动 $-T/2$,使其关于 $t=0$ 对称。脉冲的表示式为

$$f(t) = \begin{cases} 1, & |t| \leq T/2 \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (1.7)$$

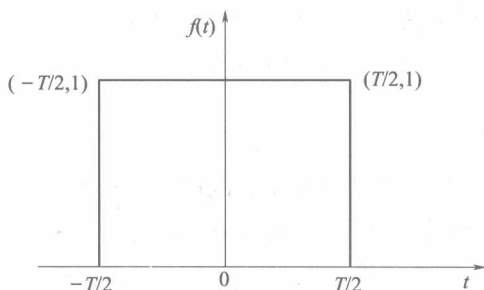


图 1.1 矩形脉冲

假设频率为 f ,单位为 $\text{Hz}[\text{cycle/s}]$, $\omega = 2\pi f(\text{rad/s})$ 。则 $f(t)$ 的傅里叶变换为

$$F(\omega) = T \frac{\sin \frac{\omega T}{2}}{\frac{\omega T}{2}} = T \text{sinc}\left(\frac{\omega T}{2}\right) \quad (1.8)$$

幅度谱 $|F(\omega)|$ 和相位谱 $\arg(F(\omega))$ 如图1.2所示。注意在 $\omega \neq \frac{2\pi n}{T}$ 时, $f(t)$ 的 $\arg(F(\omega))$ 是线性的,而 $\omega = \frac{2\pi n}{T}$ 时,因为 $\sin \frac{\omega T}{2}$ 的符号变化, $\arg(F(\omega))$ 存在 π 相位的跳变。

注意 $F(\omega)$ 的零点位置 $\pm \frac{2\pi}{T}, \pm \frac{4\pi}{T}, \dots$; $\arg(F(\omega))$ 在 $\pm \frac{2\pi}{T}, \pm \frac{4\pi}{T}, \dots$ 位置有 π 相位的跳变。

由式(1.4),矩形脉冲的 $\text{ACFr}_f(\tau)$ 是一个如图1.3所示的三角形,其表达

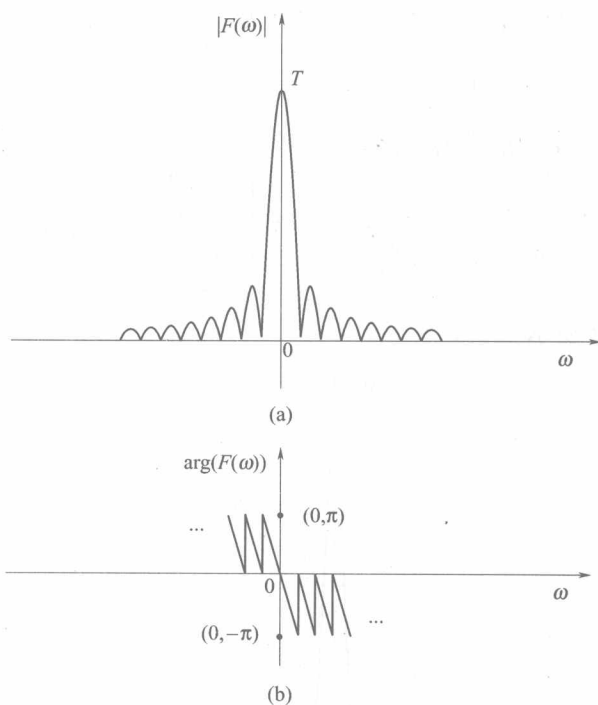


图 1.2 矩形脉冲的幅度谱和相位谱
(a) 幅度谱; (b) 相位谱。

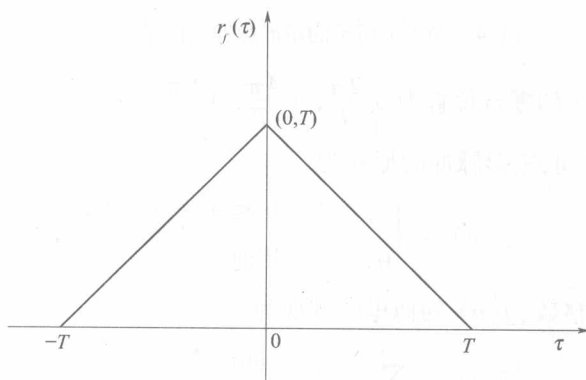


图 1.3 图 1.1 中所示矩形脉冲的 ACF $r_f(\tau)$

式为

$$r_f(\tau) = \begin{cases} T \left(1 - \frac{|\tau|}{T} \right), & |\tau| \leq T \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (1.9)$$

$f(t)$ 的能量密度谱 $\varepsilon_f(\omega)$ 是一个实函数, 因为 $r_f^*(\tau) = r_f(-\tau)$:

$$\varepsilon_f(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} r_f(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} r_f(\tau) \cos\omega\tau d\tau \quad (1.10)$$

所以矩形脉冲 $f(t)$ 的能量密度谱为

$$\varepsilon_f(\omega) = \int_{-T}^T (T - \tau) \cos\omega\tau d\tau = T^2 \left(\frac{\sin \frac{\omega T}{2}}{\frac{\omega T}{2}} \right) = T^2 \operatorname{sinc}^2 \frac{\omega T}{2} \quad (1.11)$$

$\varepsilon_f(\omega)$ 如图 1.4 所示。

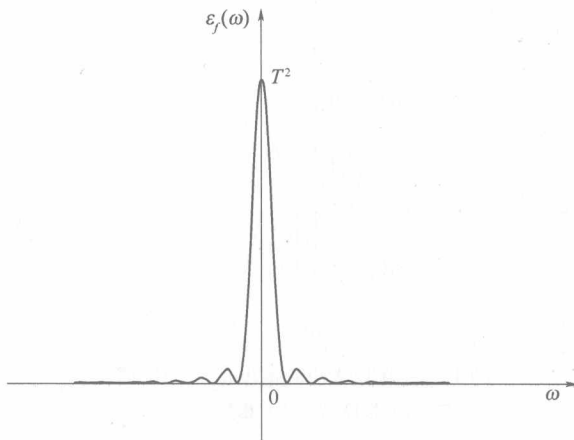


图 1.4 图 1.1 所示的矩形脉冲的能量密度谱

注意: $\varepsilon_f(\omega)$ 的零点位置为 $\pm \frac{2\pi}{T}, \pm \frac{4\pi}{T}, \pm \frac{6\pi}{T}, \dots$

对于离散时间, 矩形脉冲的形式为

$$f(n) = \begin{cases} 1, & 0 \leq n \leq N-1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (1.12)$$

其中: N 为一个整数。 $f(n)$ 的傅里叶变换为

$$F(f) = \sum_{n=0}^{N-1} e^{-j2\pi fn} = \frac{\sin \pi f N}{\sin \pi f} e^{-j\pi f(N-1)}$$

1.1.5 随机信号

随机过程可以看作是对一系列时间函数随机试验结果的映射, 此处的时间函数即为 $X(t)$ 。如果 $X(t)$ 的概率密度函数 $p(X(t))$ 不随时间 t 的平移而变化,