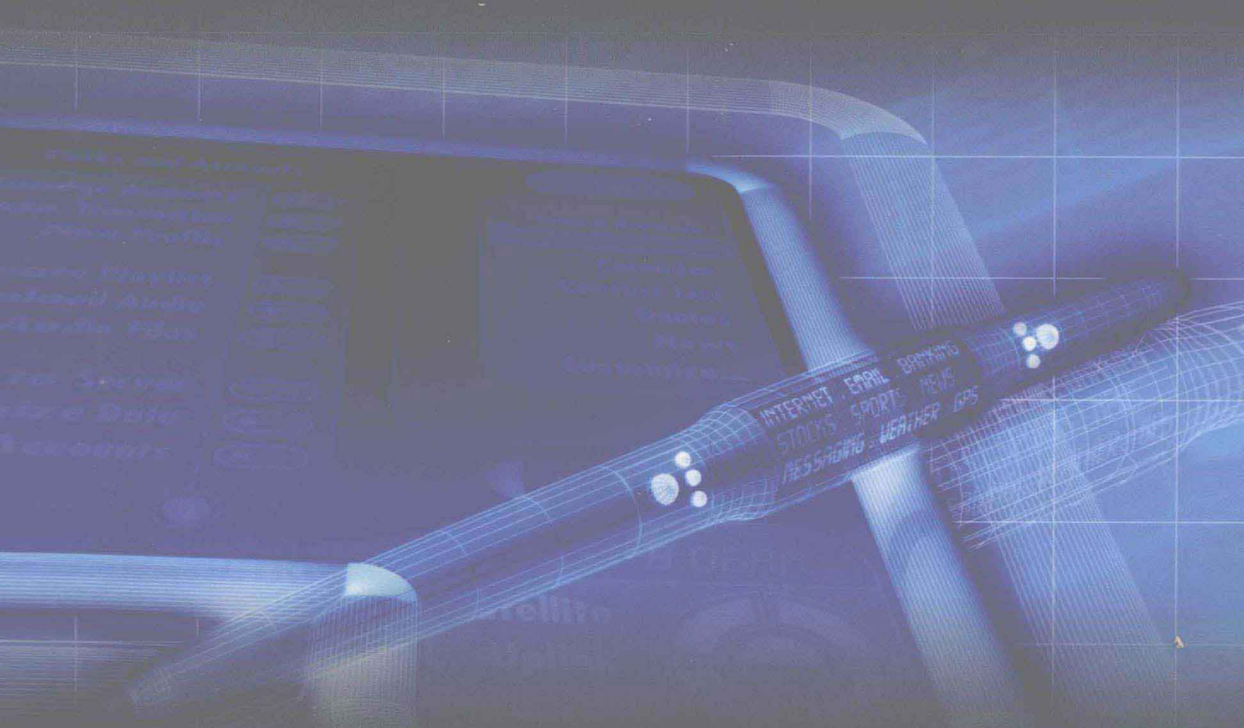
高等职业教育人才培养创新教材出版工程

高职高专基础课教材系列



高等数学计算机实验

（第二版）

许在库　赵　明　主编

科学出版社
www.sciencep.com

●高等职业教育人才培养创新教材出版工程

高职高专基础课教材系列

高等数学计算机实验

（第二版）

主　编　许在库　赵　明

主　审　包永洪

科学出版社

北　京

内 容 简 介

本书由高等数学与实验部分和综合应用部分组成。高等数学与实验部分介绍了高等数学各章节内容，并在各章节配有手工计算和 Matlab 实验及上机练习题；综合应用部分介绍了怎样在高等数学中利用 Matlab 工具解决各学科的应用问题，培养学生将实际问题上升为数学模型的能力。

本书可作为高职学生学习高等数学和 Matlab 语言的入门教材，同时可供工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

高等数学计算机实验/许在库，赵明主编. —2 版. —北京：科学出版社，2005

（高等职业教育人才培养创新教材出版工程・高职高专基础课教材系列）

ISBN 7-03-015835-0

Ⅰ.高… Ⅱ.①许…②赵… Ⅲ.高等数学-计算机辅助计算-高等学校：技术学校-教材 Ⅳ.O13-39

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 072369 号

责任编辑：苏 鹏 刘 韩 贾瑞娜 / 责任校对：赵桂芬

责任印制：安春生 / 封面设计：陈 敬

科学出版社 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码：100717

http://www.sciencep.com

丽源印刷厂 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2005 年 8 月第 一 版 开本：B5(720×1000)

2005 年 8 月第一次印刷 印张：15

印数：1—3 000 字数：283 000

定价：22.00 元

（如有印装质量问题，我社负责调换〈明辉〉）

前　言

高等数学教学应当培养学生“发展、提出、分析、解决问题的能力，包括将实际问题上升为数学模型的能力”，从一开始就注重学生创新意识的开发、培养。从数学知识到数学能力，再到数学意识；把数学的知识理解透，而不仅仅停留在会做题目之上，乃是数学创新的要义。高等数学教学中最大的弊病是“学生不知道自己在做什么”，知其然而不知其所以然，这在高职学生中尤为明显。高职高等数学必须从过于注重思维能力和解题技巧的教学中走出来，应把它作为学习其他课程的一种工具来对待，加强工程实验中的数学分析和应用能力的训练，培养学生“用数学”的能力是迫切需要解决的问题。

计算机是信息时代最重要的标志之一。计算及计算方法的高速发展使计算机模拟成为数学学习与研究中除实验、理论分析以外的第三种研究手段。这种变化势必会反映到高等数学课程的教学中来，又由于计算机软件性能的日新月异，使得学习计算技术也成为一项轻松愉快的事情。原来在高等数学教学中，对难度较大或不能求解的方程，今天借助先进的数学软件，我们可以很方便地教会学生如何去求解这些方程。学生在掌握这些方法之后，不仅提高了自身能力，也能更深刻地理解其中的教学真谛。换言之，在教学中已经有可能把高等数学的教学与培养学生用计算机通过数值计算来研究数学问题的能力结合起来。

“高等数学计算机实验”课程就是上述变化的产物，我们先后在 2001 级、2002 级、2003 级土木专业学生中开设了这门课程，先用 16 个学时介绍 Matlab 语言的基本知识，然后对高等数学基本知识进行讲解，同步安排学生上机操作，完成一定数量的实验题目，深受学生的欢迎。Matlab 语言易学易用，对学生而言，它是一个真正的计算工具，而不是一门新的计算机课程。学生只要经过 10 个多小时的练习，就能用它完成所需要的计算，学生的精力主要放在数学问题的应用上，而不是在编程计算上。本教材中的程序多数来自于实验操作，经过教师的再加工整理而成。

“高等数学计算机实验”课程能够顺利开设的重要原因是：

(1) 高等数学教材现代化呼唤新的教学内容和新的教学手段；

(2) 教学手段和方法的现代化带来了新的教学目标；

(3) 科学与工程计算语言 Matlab 是数值计算的优秀工具。

本书的高等数学部分由许在库、赵明编写，高等数学实验部分由李锐编写，综合应用部分由章劲松编写。全书由包永洪主审。另外，学生们在学习本门课程时所表现出来的热情是本书得以第二次修订的重要因素。由于编者水平所限，书中难免会有错误与不妥之处，敬请广大读者和同行批评指正。

目　　录

第 1 章　函　　数

函数是高等数学的研究对象。本章主要学习函数的概念、表示方法、函数常见的几种性质及函数的构成。

1.1　函数的概念

1.1.1　生活中的实例

例 1.1.1　已知正方形的边长为 x(cm),那么它的面积为 $y=x^2$(cm^2)。

例 1.1.2　校图书馆某周借阅书籍的人数用 y 来表示,x 表示日期,那么 y 与 x 之间也有一种对应关系。

1.1.2　函数的概念

定义 1.1.1　设 x 和 y 是两个变量,当 x 取一个值时,按照某一法则,y 有唯一确定的值和它对应,x 有一个取值范围,用 D 表示,称为定义域,所有的 y 值用 W 表示,称为值域,称这个法则为定义在 D 上的函数。x 叫作自变量,y 叫作因变量。

定义域 D 通常是数集,对应法则一般用 f 表示,所以函数通常写成 $y=f(x)$,y 值也叫函数值。

1.1.3　几个特殊函数

例 1.1.3　常数函数 $y=C$,其中,C 为实数,定义域 $D=(-\infty,+\infty)$,值域 $W=\{C\}$。

例 1.1.4　符号函数

$$y=f(x)=\operatorname{sgn}x=\begin{cases}1, & x>0\\ 0, & x=0\\ -1, & x<0\end{cases}$$

定义域 $D=(-\infty,+\infty)$,值域 $W=\{-1,0,1\}$。

例 1.1.5　取整函数 $y=f(x)=[x]$,其中,$[x]$表示不超过 x 的最大整数,定义域 $D=(-\infty,+\infty)$,值域 W 为整数集 $\mathbf{Z}$。如$[2.1]=2$,$[-2.1]=-3$。

习题 1-1

1. 求下列函数的函数值：

(1) $f(x)=\dfrac{|x-1|}{x^2+1}$， $x=-1,0,1,2$；

(2) $\varphi(x)=\begin{cases} |\sin x|, & |x|<\dfrac{\pi}{3} \\ 0, & |x|\geqslant\dfrac{\pi}{3} \end{cases}$， $x=-\dfrac{\pi}{6},\dfrac{\pi}{4},-\dfrac{\pi}{4},-2$。

2. 求下列函数的定义域：

(1) $y=\sqrt{2x-1}-\dfrac{1}{x-1}$； (2) $y=\dfrac{\ln(x^2+2x-3)}{\sqrt{4-x^2}}$。

1.2 函数的表示方法

1.2.1 定义域的表示法

(1) 用集合表示 把定义域 D 的范围用集合形式表示，如 $\{x|x<0\}$；

(2) 用区间表示 把定义域 D 的范围用区间形式表示，如$(1,2)$；

(3) 用邻域表示 把定义域 D 的范围用邻域形式表示，所谓邻域就是以某点 a 为中心，某个正数 δ 为半径的小开区间$(a-\delta,a+\delta)$，记作 $U(a,\delta)$，称为点 a 的 δ 邻域，即

$$U(a,\delta)=\{x \mid a-\delta<x<a+\delta\}$$

当 x 不取 a 时，称为点 a 的去心邻域，记作 $U(\hat{a},\delta)$，即

$$U(\hat{a},\delta)=\{x \mid 0<|x-a|<\delta\}=(a-\delta,a)\cup(a,a+\delta)$$

1.2.2 函数的表示方法

(1) 解析法 把 y 与 x 之间的函数关系用数学公式表示出来，如 $y=x^2$，$y=\sqrt{x-1}$。

(2) 表格法 把 y 与 x 之间的函数关系用表格形式表示出来，如某图书馆一周每天借阅书籍的人数，如表 1-1 所示。

表 1-1 函数的表格法

x	一	二	三	四	五	六	日
y	523	497	320	602	538	700	561

(3) 图像法 把 y 与 x 之间的函数关系用图像形式表示出来。

如例 1.1.3(取 $C=2$)、例 1.1.4 和例 1.1.5 的图像分别如下(图 1-1～图 1-3)。

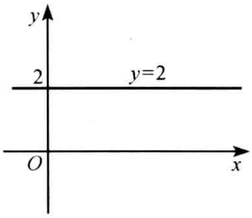


图 1-1

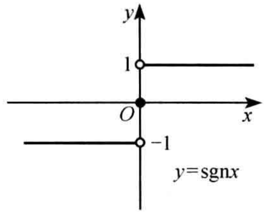


图 1-2

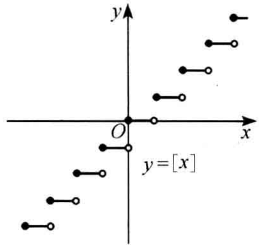


图 1-3

习题 1-2

1. 把下列绝对值形式转化成邻域形式：

(1) $|x-1|<0.1$；　(2) $0<|x-1|<0.1$；　(3) $|x-a|<\delta$；　(4) $0<|x-a|<\delta$。

2. 画出下列函数的图像：

(1) $f(x)=\begin{cases} x^2, & x\geqslant 0 \\ 2x, & x<0 \end{cases}$；　(2) $f(x)=\begin{cases} 0, & \text{当 } x\leqslant 0 \\ x, & \text{当 } 0<x<1 \\ 1, & \text{当 } x\geqslant 1 \end{cases}$。

3. 某化肥厂生产化肥 10000 吨，每吨定价为 280 元。并规定：购买量在 1000 吨（含 1000 吨）以下时，按定价出售；购买量在 5000 吨（含 5000 吨）以下时，超出 1000 吨的部分打 9 折出售；购买量在 5000 吨以上的部分打 8 折出售。试写出购买量 x 与销售额 y 之间的函数关系。

1.3　函数的性质

1.3.1　有界性

有界性主要是限制函数值 y 的变化范围，如 $y=\sin x$，不论 x 取什么值，y 的值总在 $[-1,1]$ 内。一般地有如下定义。

定义 1.3.1　设函数 $f(x)$ 的定义域为 D，如果存在一个正数 M，对 D 内任一 x 值，都有 $|f(x)|\leqslant M$，则称函数 $f(x)$ 在 D 内是有界的，否则称 $f(x)$ 是无界函数。

例如，函数 $y=1/x$ 在 $[1,2]$ 内是有界的，因为不论 x 取 $[1,2]$ 内的什么值，总有 $|y|\leqslant 1$；但是，$y=1/x$ 在 $(0,1)$ 内是无界的（为什么？请读者考虑）。

1.3.2　奇偶性

奇偶性主要是讨论函数图形的对称情况，如果函数 $f(x)$ 的图形关于 y 轴对称，则称它为偶函数；关于原点对称，就称为奇函数。

所谓函数的图形关于 y 轴对称，就是自变量取互为相反数的两个数值时，y 值不变，所以有如下定义。

定义 1.3.2　设函数 $f(x)$的定义域 D 关于原点对称，如果对于每一个 $x\in D$，都有 $f(-x)=f(x)$成立，则称 $f(x)$为偶函数。

请读者尝试着自行定义奇函数，看与下面的定义是否一致。

定义 1.3.3　设函数 $f(x)$的定义域 D 关于原点对称，如果对于每一个 $x\in D$，都有 $f(-x)=-f(x)$成立，则称 $f(x)$为奇函数。

如果 $f(x)$既不是奇函数也不是偶函数，则称 $f(x)$是非奇非偶函数。例如，$f(x)=x+\cos x$ 是非奇非偶函数。

例 1.3.1　判断函数 $f(x)=x^3+\sin x$ 的奇偶性。

解　因为

$$f(-x)=(-x)^3+\sin(-x)=-x^3-\sin x=-(x^3+\sin x)=-f(x)$$

所以，$f(x)=x^3+\sin x$ 是奇函数。

例 1.3.2　设 $g(x)=f(x)-1$，$f(x)$是奇函数，$g(1)=3$，求 $g(-1)$。

解　由 $g(x)=f(x)-1$ 得

$$f(x)=g(x)+1$$

因为 $f(x)$是奇函数，所以 $f(-1)=-f(1)$，即

$$g(-1)+1=-[g(1)+1]$$

从而

$$g(-1)=-g(1)-2$$

于是，将 $g(1)=3$ 代入上式可得

$$g(-1)=-3-2=-5$$

1.3.3　单调性

单调性主要是讨论函数图形的变化趋势，是逐渐升高还是逐渐降低，所谓逐渐升高(或降低)是指随着自变量取值的逐渐增大，相应的函数值逐渐增大(或减小)，用数学语言可表述如下：

定义 1.3.4　设函数 $f(x)$的定义域为 D，区间 I 是 D 的子集，如果对于 I 内的任意两点 x_1、x_2，当 $x_1<x_2$时，都有 $f(x_1)<f(x_2)$成立，则称 $f(x)$在 I 内是单调增加的；当 $x_1<x_2$时，都有 $f(x_1)>f(x_2)$成立，则称 $f(x)$在 I 内是单调减少的。

例如，函数 $y=\sin x$ 在$\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$内是单调增加的，而在$\left[\frac{\pi}{2},\pi\right]$内是单调减少的。

例 1.3.3　证明 $f(x)=x^2$ 在区间$(-\infty,0)$内是单调减少的。

证明　任取 $x_1,x_2\in(-\infty,0)$，且设 $x_1<x_2$，于是

$$f(x_2)-f(x_1)=x_2^2-x_1^2=(x_2+x_1)(x_2-x_1)<0$$

即

$$f(x_1)>f(x_2)$$

所以，$f(x)=x^2$ 在区间$(-\infty,0)$内是单调减少的。

1.3.4 周期性

周期性主要是讨论函数随着自变量的变化,其函数值重复出现的规律。

定义 1.3.5 对于函数 $y=f(x)$,如果存在一个不为零的正数 l,使得 $f(x+l)=f(x)$成立,则称 $f(x)$具有周期性,l 称为它的周期,周期一般情况下是指最小正周期。

例如,对于 $y=\sin x$,总有 $\sin(x+2\pi)=\sin x$ 成立,所以 $\sin x$ 是周期函数,2π 是它的周期,且是最小正周期;而 $\sin(x+4\pi)=\sin x$,所以 4π 也是它的周期,但 4π 不是最小正周期。

习题 1-3

1. 判断下列函数的奇偶性:

(1) $f(x)=\frac{1}{x^2}$; (2) $f(x)=-xe^x$; (3) $f(x)=\frac{a^x+a^{-x}}{2}$;

(4) $f(x)=\frac{a^x-a^{-x}}{2}$; (5) $f(x)=x(x+1)(x-1)$; (6) $f(x)=\ln(x+\sqrt{x^2+1})$。

2. 讨论下列函数的单调性:

(1) $f(x)=x^3$; (2) $f(x)=\tan x+1$。

1.4 函数的构成

1.4.1 基本初等函数

(1) 常数函数 $y=C$(C 是常数);

(2) 幂函数 $y=x^a$(a 是常数);

(3) 指数函数 $y=a^x$(a 是常数,$a>0,a\neq1$);

(4) 对数函数 $y=\log_a x$(a 是常数,$a>0,a\neq1$);

(5) 三角函数 $y=\sin x,y=\cos x,y=\tan x,y=\cot x,y=\sec x,y=\csc x$;

(6) 反三角函数 $y=\arcsin x,y=\arccos x,y=\arctan x,y=\text{arccot}\,x$。

以上 6 种类型的函数统称为基本初等函数。

1.4.2 反函数

定义 1.4.1 设函数 $y=f(x)$的定义域为 D,值域为 W。若对于值域 W 内的每一个 y 值,由关系式 $y=f(x)$都可以在 D 内确定唯一的 x 值,因此,x 也可以看成是 y 的函数,我们把这样的函数称为 $y=f(x)$的反函数,记作 $x=f^{-1}(y)$。习惯上我们仍以 x 表示自变量,所以,$y=f(x)$的反函数通常记作 $y=f^{-1}(x)$。

例 1.4.1 求函数 $y=2x+1$ 的反函数。

解 由 $y=2x+1$ 可得 $x=\frac{y-1}{2}$。所以，函数 $y=2x+1$ 的反函数是 $y=\frac{x-1}{2}$。

1.4.3 由基本初等函数经过四则运算构成的函数

像 $y=\sin x+2^x$，$y=x^3-2\arcsin x$，$y=\frac{\sin x}{x^2+1}$ 等函数，我们称为由基本初等函数经过四则运算所构成的函数，习惯上又称为简单函数。

1.4.4 复合函数

把基本初等函数的自变量位置换成一个函数所构成的函数就称为复合函数，如 $y=2^x$，若把 x 处用正弦函数 $\sin x$ 替换即成为 $y=2^{\sin x}$，它就是复合函数。

一般地，函数 $y=f(u)$ 是以 u 为自变量的函数，而 $u=\varphi(x)$ 是以 x 为自变量的函数。如果 $u=\varphi(x)$ 的值域或其一部分包含在 $y=f(u)$ 的定义域中，则通过变量 u，y 与 x 也可以确立一个函数关系，我们称这个函数是由 $y=f(u)$ 与 $u=\varphi(x)$ 复合而成的复合函数，记作

$$y=f[\varphi(x)]$$

其中，x 是自变量，y 是因变量，u 又称为中间变量。

例 1.4.2 求由函数 $y=\sqrt{u}$ 和 $u=2x-1$ 复合而成的复合函数。

解 将 $u=2x-1$ 代入 $y=\sqrt{u}$ 可得复合函数为

$$y=\sqrt{2x-1}$$

例 1.4.3 求由函数 $y=e^u$，$u=\sin v$，$v=x^2$ 复合而成的复合函数。

解 将 $v=x^2$ 代入 $u=\sin v$ 得

$$u=\sin x^2$$

再将 $u=\sin x^2$ 代入 $y=e^u$ 得复合函数为

$$y=e^{\sin x^2}$$

例 1.4.4 写出函数 $y=\sin^3(x^2+1)$ 是由哪些简单函数复合而成的。

解 函数 $y=\sin^3(x^2+1)$ 是由函数 $y=u^3$，$u=\sin v$，$v=x^2+1$ 复合而成。

注 在分解复合函数时，由基本初等函数经过四则运算所构成的函数通常作为一个整体而不再细分，如例 1.4.4 中的 $v=x^2+1$。

1.4.5 初等函数

由基本初等函数经过有限次四则运算和有限次复合而构成的函数称为初等函数。一般地，初等函数都可以用一个式子表示。

例如，$y=\sqrt{1-\sin x}$，$y=\log_2(\cos x+\ln 2x)$都是初等函数。

习题 1-4

1. 求下列函数的反函数：

(1) $y=3x-5$；　　(2) $y=2+\lg(x-1)$；

(3) $y=\sqrt{x}$；　　(4) $y=\frac{1-x}{1+x}$。

2. 写出由下列函数复合而成的函数：

(1) $y=\cos u, u=2x$；　　(2) $y=u^2, u=e^v, v=\tan x$；

(3) $y=\sqrt{u}, u=\ln v, v=\sqrt{x}$；　(4) $y=\sqrt[5]{u}, u=2x^2-3$。

3. 下列函数可看成由哪些简单函数复合而成：

(1) $y=(3x-1)^5$；　　(2) $y=\ln^2\sin x^3$；

(3) $y=\sin^3(2x^2-1)$；　　(4) $y=\ln\ln\ln x$。

4. 设 $f(x)=\frac{1}{1+x}$，求 $f[f(x)]$，$f\left[f\left(\frac{1}{x}\right)\right]$。

1.5　数学实验：Matlab 软件简介及函数绘图

1.5.1　Matlab 软件简介

Matlab 语言是一种脚本解释执行语言，边解释边执行。与其他语言相比，它把编辑、编译、连接和执行连在一起。目前，Matlab 已经成为国际上最流行的科学与工程计算的软件工具。在美国等发达国家的理工类大学里，Matlab 是大学生必须掌握的一种基本工具，是研究和解决工程计算问题的一种标准软件，被誉为工程技术人员必备的软件。所以，Matlab 已经成为一种具有广泛应用前景的全新的计算机高级编程语言了，有人称它为“第四代”计算机语言，它在国内外高校和研究部门正扮演着重要的角色。可以预见，Matlab 在科学计算、自动控制与绘图领域将长期保持其独一无二的地位。

Matlab 具有以下几个特点：一是智能化的程序设计语言。Matlab 语言简洁、运算灵活、数据类型描述简单。用户不必考虑数据类型，即操作的对象无须事先设置其类型及结构。二是良好的符号运算功能。对一些公式演绎、微积分解析运算、表达式的合并与化简，代数方程、微分方程组的求解，通过简单的程序设计，用户可以实现一些复杂的解析演算。三是强大的图形功能。Matlab 提供了多种绘图函数。可对二维图形在绘制时设置线型、点标记、线宽和颜色以及多种图形格式等。四是较强的文字处理功能。由于 Matlab 与 Microsoft Word 有接口，通过 Notebook 命令与 Word 环境建立关联，这样在 Matlab 环境中生成的一切命令能够随

时在 Word 环境中被激活、修改、重新运算。这无疑大大增加了 Matlab 文字编辑处理功能，不愧为编辑科技文档的理想工具。

1.5.2　实验要求与方法

1. 实验内容

Matlab 软件基本操作和函数运算。

2. 实验目的

掌握 Matlab 软件的基本操作、常用命令及常用函数。且能运用此功能求解函数及绘图。

3. 方法与步骤

1）Matlab 程序设计基本知识

（1）变量。

变量可分为局部变量和全局变量。利用变量可以赋予值或表达式，以便进行运算。对变量的命名规则如下：

① 变量名和函数名，区分字母大小写。

② 变量名的第一个字符必须是英文字母，最多可达 31 个字符。并可由英文字母、数字及下划线组成。

③ 变量名中不得包含空格和标点。

全局变量适用于所有函数体和工作空间的访问。全局变量要在函数体的变量赋值语句之前说明，并用 global 进行声明。

例 1.5.1　在函数中定义全局变量

```
test2.m
function    y = test2(x)
a=x.^2;
b=x*a;
y=a+b;
```

调用 test2.m：

```
» global  a  b
» test2(2)
» ans =
    12
```

```
» a
   4
» b
   8
```

系统指出 a、b 都有意义，表明在函数调用 x 变量后，a、b 两变量不释放。符号变量在使用前必须声明，如 syms x y z。

(2) 常量。

Matlab 中的常量和一般语言中的常量有所区别。一般来讲常量是运算中保持其值不变。但在 Matlab 中这些常量可以重新设置，且可用 clear 命令清除，使原常量恢复默认值。一些常量如表 1-2 所示。

表 1-2　Matlab 常量

常量名	说　明
I 或 j	基本虚数单位
Eps	系统的浮点精确度
inf	无限大
Nan 或 NaN	非数值
pi	圆周率

(3) 表达式。

表达式是组成 Matlab 语句基本元素之一。有两种最常见的语句表达形式：

表达式，

变量＝表达式。

书写表达式时，赋值符"＝"和运算符两侧允许有空格。其表达式末尾加上"；"时，系统不显示计算结果；没有"；"时显示运算结果。

(4) 运算符。

Matlab 的运算符分为 3 类：算术运算符、关系运算符和逻辑运算符。优先级为算术、关系和逻辑运算。

(5) 算术运算符。

Matlab 算术运算符可分为以下几类：

① 加法(＋)、减法(－)、乘法(＊)、右除法(/)、左除(\)、乘方(^)。

② 向量乘法(.＊)、向量右除(./)、向量左除(.\)、矩阵乘法(＊)、矩阵右除(/)、矩阵左除(\)。

③ 转置符(.')、幂符(.^)、复共轭转置(')、矩阵幂符(^)、…

④ 冒号运算符。它用于创建向量。例如：