

初中数理化一本通系列丛书

CHUZHONGSHUXUE

初中数学

基础知识一本通

JICHUZHISHIYIBENTONG

孙立峰 王滨莉 张丽娟 主编



哈尔滨出版社

初中英语一本通系列丛书：

超级突破·完型填空

超级提升·阅读理解

超级跨越·英语语法

初中语文一本通系列丛书：

初中文言文一本通

初中课外阅读一本通

初中优秀作文一本通

初中数理化一本通系列丛书：

初中数学基础知识一本通

初中物理基础知识一本通

初中化学基础知识一本通

编者：史爱玲 马书文
冯丽艳 张宇东
鞠秀彬 史青荣
郑丽梅

责任编辑：王 放 王乃德

封面设计：王效石

ISBN 978-7-80753-434-1



9 787807 534341 >

定价：75.00 元（全三册）

初中数理化一本通系列丛书

CHUZHONGSHUXUE

初中数学

基础知识一本通

★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★
JICHUZHISHIYIBENTONG

孙立峰 王滨莉 张丽娟 ◎ 主 编

哈尔滨出版社

图书在版编目(CIP)数据

初中数学基础知识一本通 / 孙立峰, 王滨莉, 张丽娟主编.
—哈尔滨: 哈尔滨出版社, 2009. 1

(初中数理化一本通系列丛书)

ISBN 978 - 7 - 80753 - 434 - 1

I. 初... II. ①孙... ②王... ③张... III. 数学课 -
初中 - 升学参考资料 IV. G634. 603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 191201 号

责任编辑: 王 放 王乃铮

封面设计: 王效石

初中数学基础知识一本通

孙立峰 王滨莉 张丽娟 主编

哈尔滨出版社出版发行

哈尔滨市香坊区泰山路 82 - 9 号

邮政编码: 150090 营销电话: 0451 - 87900345

E - mail: hrbcbbs@yeah.net

网址: www.hrbcbbs.com

全国新华书店经销

哈尔滨报达人印务有限公司印刷

开本 787 × 1092 毫米 1/16 印张 60 字数 900 千字

2009 年 1 月第 1 版 2009 年 1 月第 1 次印刷

ISBN 978 - 7 - 80753 - 434 - 1

定价: 75.00 元(全三册)

版权所有, 侵权必究。举报电话: 0451 - 87900272

本社常年法律顾问: 黑龙江大公律师事务所徐桂元 徐学滨



目录

CONTENTS

1	一 数与代数
1	1 有理数
1	1.1 正数和负数
3	1.2 数 轴
5	1.3 相反数
6	1.4 绝对值
8	1.5 有理数的加减法
11	1.6 有理数的乘除法
12	1.7 有理数的乘方
14	1.8 有理数的混合运算
15	1.9 近似数与有效数字、科学记数法
17	2 实 数
17	2.1 平方根、立方根
18	2.2 二次根式及其化简
20	2.3 二次根式的加减法
21	2.4 二次根式的乘除法
22	2.5 实 数
24	3 整 式
24	3.1 整 式
25	3.2 整式的加减
26	3.3 整式的乘法
28	3.4 乘法公式
29	3.5 因式分解
31	3.6 整式的除法
33	4 分 式
33	4.1 分式及基本性质
34	4.2 分式加减、乘除运算
37	5 方程(组)
37	5.1 一元一次方程及其解法



5.2 一元一次方程的应用	39
5.3 二元一次方程组及其解法	41
5.4 列二元一次方程组解应用题	43
5.5 分式方程	44
5.6 列分式方程解应用题	46
5.7 一元二次方程及其解法	49
5.8 一元二次方程根的判别式	50
5.9 一元二次方程根与系数的关系	52

6 不等式(组)	54
6.1 不等式及其解集	54
6.2 一元一次不等式组	56
6.3 实际问题与一元一次不等式(组)	58

7 函数部分	60
7.1.1 有序数对	60
7.1.2 平面直角坐标系①	61
7.1.3 由点确定坐标和由坐标确定点	62
7.1.4 平面直角坐标系中特殊位置点的坐标的特征	63
7.1.5 对称点的坐标特征及点的坐标	65
7.1.6 坐标系的应用	66
7.2.1 平面直角坐标系②	67
7.2.2 函数及图像	68
7.2.3 一次函数	70
7.2.4 一次函数与实际问题的	73
7.2.5 反比例函数	78
7.2.6 二次函数	80
7.2.7 二次函数与实际问题的	86
7.2.8 观察、归纳、总结	88

二 空间与图形	94
1 线段与角	94
1.1 直线、射线、线段	94
1.2 角	96
1.3 线段、角的计数问题	98



101	2 相交线、平行线
101	2.1 相交线
104	2.2 平行线
106	2.3 如何掌握“三线八角”
109	2.4 利用“相交线、平行线”解决实际问题
113	3 三角形
113	3.1 三角形的相关概念及边角关系
115	3.2.1 全等三角形
117	3.2.2 等腰三角形的解题思路
121	3.3 等腰三角形、等边三角形
123	3.4 直角三角形、勾股定理
125	3.5 特殊三角形的应用
131	4 解直角三角形
131	4.1 锐角三角函数
133	4.2 解直角三角形的应用
136	5 四边形
136	5.1 平行四边形
140	5.2 特殊的平行四边形
150	5.3 梯形
155	6 变换
155	6.1 平面镶嵌
156	6.2 平移
158	6.3 轴对称
160	6.4 旋转、中心对称
164	6.5 视图与投影
168	7 圆
168	7.1 圆的有关概念
170	7.2 弧、弦、圆心角的关系
172	7.3 圆周角与圆心角的关系
175	7.4 点与圆的位置关系



7.5 直线与圆的位置关系	177
7.6 圆与圆的位置关系	180
7.7 切线的性质及判定	182
7.8 正多边形与圆	185
7.9 弧长与扇形的面积	188
7.10 圆柱、圆锥及其侧面积	192
8 相似三角形	194
8.1 比例线段	194
8.2 平行线分线段成比例	196
8.3 相似三角形	198
8.4 位似图形	203
9 作图	205
10 观察、归纳得出结论	207
三 统计与概率	209
1 统计	209
1.1 统计的相关概念	209
1.2 数据描述	210
1.3 数据分析	216
2 概率	222
四、综合运用	228
专题1 平移、对称、旋转在作图中的应用	228
专题2 图形的折叠问题	232
专题3 图形的分割与拼接	238
专题4 非坐标系中的动点问题	244
专题5 坐标系中的动点问题	250
参考答案	259



一 数与代数



1 有理数

1.1 正数和负数

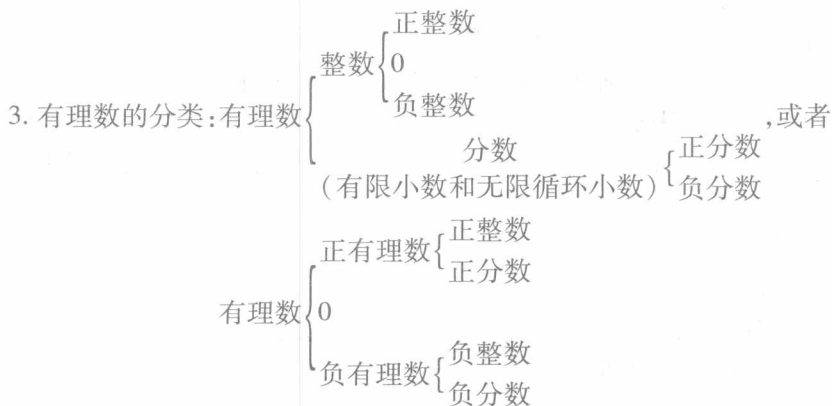
知识点解读

正数与负数是学习实数的基础,是初中阶段代数计算的基础,也是数学与生活实际的重要联系之一.在中考中是必考的知识,但它很少以单独的题目出现,多包含在其他知识点中.

1. 正数及负数的定义:大于0的数叫做正数;小于0的数叫做负数.

注意:带有正号的数不一定是正数,如 $+(-2)$;同样带有负号的数也不一定是负数,如 $-(-2)$.0既不是正数也不是负数.

2. 正数和负数可表示相反意义的量.如向东走5米记作+5米,则向西走3米记作-3米.



例法精析

例1 在下列各数:5, -4, 7, 142, -12, 0, -37, $9\frac{1}{4}$ 中, 负整数共有().

- A. 3个 B. 2个 C. 1个 D. 0个

解析 此题考查的是有理数的分类. 负整数有-4、-12、-37共3个.

答案 A

例2 如果汽车向东行驶30米, 记作+30米, 那么-50米表示().

- A. 向东行驶50米 B. 向西行驶50米
C. 向南行驶50米 D. 向北行驶50米

解析 向东行驶记为正, 向西行驶就应记为负, 所以-50米表示向西行驶50米.

答案 B

例3 下列语句中正确的有().

①不带“-”号的数都是正数; ②如果 a 是正数, 那么 $-a$ 一定是负数; ③不存在既不是正数, 也不是负数的数; ④ 0°C 表示没有温度.

- A. 0个 B. 1个 C. 2个 D. 3个

解析 ①是错的. 0不带“-”号, 但0不是正数; ②是对的; ③是错的. 0既不是正数也不是负数; ④是错的. 0除了表示什么也没有外, 还具有其他意义, 如 0°C 就是零上和零下的分界线, 0°C 也表示一个温度.

答案 B

经典试题

1. 下列说法错误的是().

- A. -2是负有理数 B. 0不是整数
C. $\frac{2}{5}$ 是正有理数 D. -0.21是负分数

2. 规定电梯上升为“+”, 那么电梯上升“-”10米表示().

- A. 电梯下降10米 B. 电梯上升10米 C. 电梯上升0米 D. 电梯没有动

3. “甲比乙小-3岁”表示的意义是().

- A. 甲比乙小3岁 B. 甲比乙大3岁 C. 乙比甲大-3岁 D. 乙比甲小3岁

4. 下列语句中正确的是().

- A. 一个有理数非负即正
B. 一个有理数不是整数就是分数
C. 有理数是整数、分数、正有理数、负有理数和零的统称
D. 有理数是自然数和负数的统称



1.2 数 轴

知识点解读

数轴是学习坐标系的基础,是数形转化、结合的重要媒介,也是解决很多问题的一个重要“工具”.

1. 数轴的定义:规定了原点、正方向和单位长度的直线.

原点、正方向和单位长度是数轴的三要素. 需注意的是:数轴是一条直线.

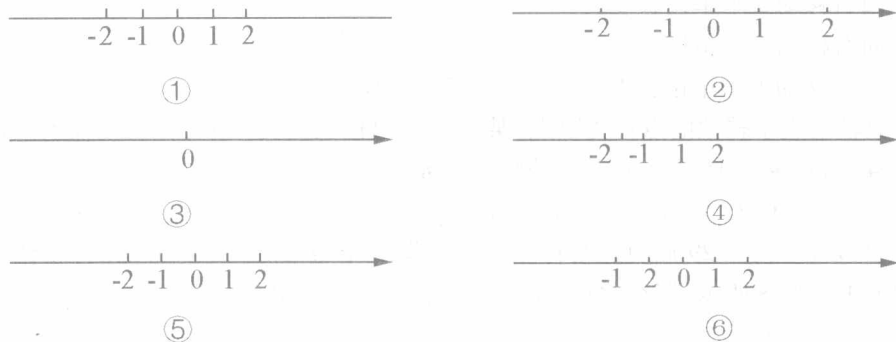
2. 任何一个有理数都可以用数轴上的一个点来表示,但数轴上的点并不都表示有理数.

3. 一般情况,设 a 是一个正数,则数轴上表示数 a 的点在原点的右边,与原点的距离是 a 个单位长度;表示数 $-a$ 的点在原点的左边,与原点的距离是 a 个单位长度.

4. 利用数轴比较大小:数轴上表示的数,右边的数总比左边的数大.

例题解析

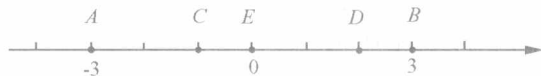
例1 下列图形哪些是数轴,哪些不是,为什么?



例1图

解析 此题重在考查数轴的三要素,图①没有正方向;图②单位长度不统一;图③没有单位长度;图④没有原点;图⑤是正确的;图⑥负方向的数标得不对.

例2 指出数轴上 A 、 B 、 C 、 D 、 E 各点分别表示什么数.



例2图

解析 A 表示 -3 , B 表示 3 , C 表示 -1 , D 表示 2 , E 表示 0 .

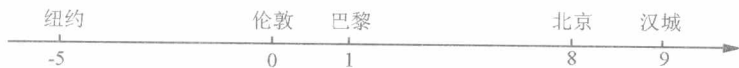
例3 在数轴上,与点 -3 的距离为 5 个单位的点有_____个,它们是_____.

解析 在数轴上,与点 -3 的距离为 5 个单位的点有两个,一个在 -3 的左边即 -8 ,另一个在 -3 的右边即 2 .

答案 $2 \quad -8$ 和 2

经典例题

1. 在数轴上的每一个点都能表示一个数,原点左边表示_____数,原点右边表示_____数.
2. 如果 a 在数轴上原点右侧,那么 a 一定是().
A. 正整数 B. 正分数 C. 正数 D. 自然数
3. 下列说法正确的是().
A. 比负数大的是正数
B. 若 $a > b$,则 a 是正数, b 是负数
C. 数轴上的点离原点越远,数就越大
D. 若 $a > 0$,则为正数;若 $a < 0$,则 为负数
4. 数轴上与原点的距离等于或小于 5 的表示整数的点共有_____个.
5. 在数轴上 A 点和 B 点所表示的数分别为 -2 和 1 ,若使 A 点表示的数是 B 点表示的数的 3 倍,应将 A 点().
A. 向左移动 5 个单位长度
B. 向右移动 5 个单位长度
C. 向右移动 4 个单位长度
D. 向左移动 1 个单位长度或向右移动 5 个单位长度
6. 数轴上表示整数的点称为整点,某数轴的单位长度为 1 cm ,若在数轴上画出一条长 2004 cm 的线段 AB ,则 AB 盖住的整点个数是().
A. 2002 或 2003 B. 2003 或 2004 C. 2004 或 2005 D. 无法确定
7. 2008 年 8 月第 29 届奥运会将在北京开幕,5 个城市的国际标准时间(单位:时)在数轴上表示如图所示,那么北京时间 2008 年 8 月 8 日 20 时应是().



第 7 题图

- A. 伦敦时间 2008 年 8 月 8 日 11 时
- B. 巴黎时间 2008 年 8 月 8 日 13 时
- C. 纽约时间 2008 年 8 月 8 日 5 时
- D. 汉城时间 2008 年 8 月 8 日 19 时



1.3 相反数

知识点解读

相反数的概念使有理数的各个运算法则容易表述,也是学习绝对值的基础,中考中这一知识并不单独出现.相反数的定义:只有符号不同的两个数互为相反数,0的相反数是0.从数轴上看,可以这样定义相反数:在数轴上原点的两旁,离开原点的距离相等的两个点所表示的两个数互为相反数.值得注意的是相反数是成对出现的.

例题解析

例1 判断:

(1) -5 是 5 的相反数. ()

(2) 5 是 -5 的相反数. ()

(3) $2\frac{1}{2}$ 与 $-\frac{1}{2}$ 互为相反数. ()

(4) -5 是相反数. ()

解析 (1)、(2)都是对的.(3)是错的,因为 $2\frac{1}{2}$ 与 $-\frac{1}{2}$ 除了符号不同外,数值也不同.(4)是错的,相反数应是成对出现的.

答案 (1)√ (2)√ (3)× (4)×

例2 若 $a = -13$, 则 $-a =$ _____.

解析 在一个数前面填上一个负号表示求这个数的相反数, -13 的相反数是 13, 所以 $-a = 13$.

答案 13

例3 若 a 是负数, 则 $-a$ 是_____数; 若 a 是正数, 则 $-a$ 是_____数.

解析 负数的相反数一定是正数, 正数的相反数一定是负数.

答案 正, 负

例4 $-(-100)$ 的相反数是_____.

解析 可先将 $-(-100)$ 化简为 100, 再求 100 的相反数, 或因在一个数前面添上一个负号就表示求这个数的相反数, 所以 $-[-(-100)]$ 就表示求 $-(-100)$ 的相反数.

答案 -100

经典试题

1. 如果 a 与 -2 互为相反数, 那么 a 等于().

- A. -2 B. 2 C. $-\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{2}$
2. 下列说法正确的是().
- A. 分数的相反数也是分数 B. 正数的相反数是非正数
- C. 一个数的相反数一定是负数或 0 D. 两个符号相反的数互为相反数

3. 下列说法中错误的是().

A. 5 的相反数是 -5

B. $-\frac{1}{2}$ 的相反数是 0.5

C. π 的相反数是 -3.14

D. 如果两个数互为相反数, 则它们的相反数也互为相反数

4. 一个数的相反数是最大的负整数, 那么这个数是_____.

5. 一个数的相反数小于原数, 这个数是().

A. 正数

B. 负数

C. 零

D. 正分数

6. 已知有理数 a 、 b 在数轴上表示如图, 现比较 a 、 b 、 $-a$ 、 $-b$ 的大小, 正确的是().



第 6 题图

A. $-a < -b < a < b$

B. $a < -b < b < -a$

C. $-b < a < -a < b$

D. $a < b < -b < -a$

1.4 绝对值

知识点解读

绝对值不但是学习有理数加法的基础, 还是化简二次根式的重要依据, 在初中阶段具有很重要的作用, 是中考中的必考点, 也是一个难点.

1. 绝对值的定义: 数轴上表示 a 的点与原点的距离叫做 a 的绝对值. 这是从几何角度给出的. 绝对值的代数定义可简记为 $|a| = \begin{cases} a & (a > 0) \\ -a & (a < 0) \\ 0 & (a = 0) \end{cases}$

2. 绝对值有如下性质:

(1) 若 a 为有理数, 则 $|a| \geq 0$.

(2) 绝对值为某一正数的有理数有两个, 它们互为相反数; 互为相反数的绝对值相等.

(3) 若 $|a| = a$, 则 $a \geq 0$.



(4) 若 $|a| + |b| + |c| + \cdots + |j| = 0$, 则 $|a| = |b| = |c| = \cdots = |j| = 0$, 即 $\Rightarrow a = b = c = \cdots = j = 0$.

(5) 最小的绝对值为 0, 但无最大的绝对值.

3. 绝对值的应用较为广泛, 主要有:

(1) 求一个数的绝对值.

(2) 已知一个数的绝对值, 求原数.

(3) 比较有理数的大小.

(4) 求值.

(5) 求特殊数.

(6) 在实际中的应用.



例 1 (1) 绝对值是 3 的数有几个? 各是什么?

(2) 绝对值是 0 的数有几个? 各是什么?

(3) 绝对值是 -2 的数是否存在? 若存在, 请说出来.

解析 (1) 绝对值是 3 的数有两个, 分别是 ± 3 ; (2) 绝对值是 0 的数只有一个, 即 0; (3) 绝对值是 -2 的数不存在, 因为任何一个数的绝对值都是一个非负数.

例 2 比较 $-\frac{4}{5}$ 与 $-\frac{5}{6}$ 的大小.

解析 比较这两个数涉及到两个知识: 一是正分数大小的比较, 另一个是两个负数大小的比较. 解此类题可分三步: (1) 求这两个负数的绝对值; (2) 比较两个绝对值的大小; (3) 用有理数大小的比较方法得出结论. $\left| -\frac{4}{5} \right| = \frac{4}{5} = \frac{24}{30}$, $\left| -\frac{5}{6} \right| = \frac{5}{6} = \frac{25}{30}$
 $\therefore \frac{24}{30} < \frac{25}{30}, \therefore -\frac{4}{5} > -\frac{5}{6}$.

例 3 已知 $|x-4| + |y+1| = 0$, 求 $x+y$ 的值.

解析 根据绝对值的定义可知, 任何有理数的绝对值都是非负数 (正数和零). 于是 $|x-4| \geq 0$, $|y+1| \geq 0$, 而已知 $|x-4|$ 与 $|y+1|$ 的和为 0, 所以只有每个非负数都等于 0, 即 $|x-4| = 0$ 且 $|y+1| = 0$, 进而求出 x, y 的值.

答案 $x+y=3$

例 4 已知 a 的绝对值是它自身; b 的相反数是它自身; c 的倒数是它自身, 则结果不唯一的是 ().

A. ab

B. ac

C. bc

D. abc

解析 已知 a 的绝对值是它自身, 则 a 为非负数; b 的相反数是它自身, 则 $b=0$; c 的倒数是它自身, 则 $c = \pm 1$. 因 $b=0$, 则 $ab=0$, $bc=0$, $abc=0$, 都是唯一的, 结果不唯一的是 ac , 故选 B.

答案 B

经典试题

1. 判断:

- (1) $+7$ 的绝对值与 -7 的绝对值互为相反数. ()
- (2) 既不是正数也不是负数的有理数的绝对值是零. ()
- (3) 数 a 的绝对值就是数轴上表示数 a 的点与原点的距离. ()
- (4) 绝对值最小的数是 0 . ()
- (5) 如果数 a 的绝对值等于 a , 那么 a 一定为正数. ()
- (6) 符号相反且绝对值相等的数互为相反数. ()
- (7) 一个数的绝对值越大, 表示它的点在数轴上越靠右. ()
- (8) 一个数的绝对值越大, 表示它的点在数轴上离原点越远. ()

2. 绝对值等于本身的数有_____个.

3. 绝对值小于 2 的整数有_____.

4. $|x| = |y|$, 那么 x 和 y 的关系_____.

5. 下列式子中, 正确的是().

A. $|-5| = 5$

B. $-|-5| = 5$

C. $|-0.5| = -\frac{1}{2}$

D. $-\left|\frac{1}{2}\right| = \frac{1}{2}$

6. 比较 -2.4 , -0.5 , $-(-2)$, -3 的大小, 正确的是().

A. $-3 > -2.4 > -(-2) > -0.5$

B. $-(-2) > -3 > -2.4 > -0.5$

C. $-(-2) > -0.5 > -2.4 > -3$

D. $-3 > -(-2) > -2.4 > -0.5$

7. 若 $|-a| > -a$, 则有().

A. $a > 0$

B. $a < 0$

C. $a < -1$

D. $-1 < a < 0$

8. 若 $|a| < |b| < |c|$, 且 $a < 0$, $b > 0$, $c < 0$, 试比较 a 、 $-b$ 、 c 的大小关系_____.

1.5 有理数的加减法

知识点解读

有理数的加减法是实数运算的基础, 是数学中的重要运算之一, 也是中考必考的一个知识点, 它的题目较简单, 得分较容易.

1. 有理数加法法则: 同号两数相加, 取相同的符号, 并把绝对值相加; 异号两数相加, 取绝对值较大的加数的符号, 并用较大的绝对值减去较小的绝对值; 互为相反数的两数相加等于 0 ; 一个数和 0 相加, 仍得这个数.

在进行有理数加法运算的时候, 一定要清楚以下几点:

(1) 判断类型 (确定是异号相加还是同号相加).

(2) 确定和的符号.



(3) 确定数值(到底是绝对值相加还是相减).

(4) 检验计算是否正确.

2. 有理数减法法则: 减去一个数等于加上这个数的相反数, 即 $a - b = a + (-b)$;

3. 有理数加法的运算律:

(1) 加法交换律: $a + b = b + a$.

(2) 加法结合律: $(a + b) + c = a + (b + c)$.

运用运算律进行简便运算时, 通常有下列规律:

(1) 互为相反数的两数可先相加.

(2) 符号相同的数可以先相加.

(3) 分母相同的数可以先相加.

(4) 几个数相加能得到整数可先相加.

例法能加

例1 已知 $|a| = 2, |b| = 3$, 求 $a + b$ 的值.

解析 $\because |a| = 2, |b| = 3, \therefore a = \pm 2, b = \pm 3$.

$\therefore$ 当 $a = 2, b = 3$ 时, $a + b = 2 + 3 = 5$.

当 $a = 2, b = -3$ 时, $a + b = 2 + (-3) = -1$.

当 $a = -2, b = 3$ 时, $a + b = -2 + 3 = 1$.

当 $a = -2, b = -3$ 时, $a + b = -2 + (-3) = -5$.

例2 如果 $a < 0, b > 0, a + b < 0$, 那么下列关系式中正确的是().

A. $a > b > -b > -a$

B. $-a > b > -b > a$

C. $a > -a > b > -b$

D. $b > a > -b > -a$

解析 此题需将给出的三个式子与有理数的加法法则联系起来, 于是可知它表达的意思是异号两数相加, 和为负, 由此可判定 a 的绝对值大, 将要比较的四个数分别在数轴上画出就可以看出这四个数的大小关系了, 如图.

另外还可以找出符合条件的数, 例如令 $a = -2, b = 1$,

也可以比较这四个数的大小.



例2图

答案 B

经典试题

1. 若 $a > 0, b > 0$, 那么 $a + b$ _____ 0; 若 $a < 0, b < 0$, 那么 $a + b$ _____ 0; 若 $a > 0, b < 0, |a| > |b|$, 那么 $a + b$ _____ 0; 若 $a < 0, b > 0, |a| > |b|$, 那么 $a + b$ _____ 0.

2. 若 $|x| = 2$, 则 $x + 2$ 的值是().

A. 4

B. 0

C. -4

D. 0 或 4

3. 比 1 小 2 的数是().

A. -3

B. -2

C. -1

D. 1