



应用型本科规划教材

GUIDANCE TO DIGITAL
SIGNAL PROCESSING

数字信号处理学习指导

◆ 唐向宏 周小微 岳恒立 编著



ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS
浙江大学出版社

应用型本科规划教材

数字信号处理

学习指导

唐向宏 周小微 岳恒立 编著

内容简介

本书是浙江省高等教育重点建设教材、应用型本科规划教材《数字信号处理》(唐向宏主编,浙江大学出版社出版,以下简称教材)的配套学习指导书,内容包括学习要求、例题分析、教材习题解答、自测练习以及计算机仿真实验等。学习指导书紧扣教材内容,通过例题讲解,分析各章节的学习重点、难点以及需要理解、掌握和灵活运用的基本概念、基本原理和基本方法。全书共有 66 例例题分析、121 题题解、2 套自测练习和 6 个 MATLAB 计算机仿真实验。

本书可作为应用型本科院校通信工程、电子信息工程、自动控制工程、信息工程等电气信息类专业的“数字信号处理”课程的学习参考书,也可为相关专业研究生入学考试提供参考。

图书在版编目(CIP)数据

数字信号处理学习指导 / 唐向宏编著. —杭州:浙江大学出版社, 2009.1

应用型本科规划教材

ISBN 978-7-308-06489-7

I. 数… II. 唐… III. 数字信号—信号处理—高等学校—
教学参考资料 IV. TN911.72

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2008) 第 204609 号

数字信号处理学习指导

唐向宏 周小微 岳恒立 编著

丛书策划 樊晓燕

责任编辑 王 波

文字编辑 王元新

封面设计 刘依群

出版发行 浙江大学出版社

(杭州天目山路 148 号 邮政编码 310028)

(E-mail: zupress@mail. hz. zj. cn)

(网址: <http://www.zjupress.com>

<http://www.press.zju.edu.cn>)

电话: 0571-88925592, 88273066(传真)

排 版 杭州中大图文设计有限公司

印 刷 临安市曙光印务有限公司

开 本 787mm×1092mm 1/16

印 张 12

字 数 315 千

版 印 次 2009 年 1 月第 1 版 2009 年 1 月第 1 次印刷

印 数 0001—3000

书 号 ISBN 978-7-308-06489-7

定 价 22.00 元

版权所有 翻印必究 印装差错 负责调换

浙江大学出版社发行部邮购电话 (0571)88925591

应用型本科院校信电专业基础平台课规划教材系列

编 委 会

主 任 顾伟康

副主任 王 薇 沈继忠 梁 丰

委 员 (以姓氏笔画为序)

方志刚 古 辉 李 伟

何杞鑫 林雪明 张增年

唐向宏 夏哲雷 钱贤民

蔡伟健

总 序

近年来我国高等教育事业得到了空前的发展,高等院校的招生规模有了很大的扩展,在全国范围内发展了一大批以独立学院为代表的应用型本科院校,这对我国高等教育的持续、健康发展具有重大的意义。

应用型本科院校以着重培养应用型人才为目标,目前,应用型本科院校开设的大多是一些针对性较强、应用特色明确的本科专业,但与此不相适应的是,当前,对于应用型本科院校来说作为知识传承载体的教材建设远远滞后于应用型人才培养的步伐。应用型本科院校所采用的教材大多是直接选用普通高校的那些适用研究型人才培养的教材。这些教材往往过分强调系统性和完整性,偏重基础理论知识,而对应用知识的传授却不足,难以充分体现应用类本科人才的培养特点,无法直接有效地满足应用型本科院校的实际教学需要。对于正在迅速发展的应用型本科院校来说,抓住教材建设这一重要环节,是实现其长期稳步发展的基本保证,也是体现其办学特色的基本措施。

浙江大学出版社认识到,高校教育层次化与多样化的发展趋势对出版社提出了更高的要求,即无论在选题策划,还是在出版模式上都要进一步细化,以满足不同层次的高校的教学需求。应用型本科院校是介于普通本科与高职之间的一个新兴办学群体,它有别于普通的本科教育,但又不能偏离本科生教学的基本要求,因此,教材编写必须围绕本科生所要掌握的基本知识与概念展开。但是,培养应用型与技术型人才又是应用型本科院校的教学宗旨,这就要求教材改革必须淡化学术研究成分,在章节的编排上先易后难,既要低起点,又要有坡度、上水平,更要进一步强化应用能力的培养。

为了满足当今社会对信息与电子技术类专业应用型人才的需要,许多应用型本科院校都设置了相关的专业。而这些专业的特点是课程内容较深、难点较多,学生不易掌握,同时,行业发展迅速,新的技术和应用层出不穷。针对这一情况,浙江大学出版社组织了十几所应用型本科院校信息与电子技术类专业的教师共同开展了“应用型本科信电专业教材建设”项目的研究,共同研究目前教材的不适应之处,并探讨如何编写能真正做到“因材施教”、适合应用型本科层次信电类专业人才培养的系列教材。在此基础上,组建了编委会,确定共同编写“应用型本科

院校信电专业基础平台课规划教材系列”。

本专业基础平台课规划教材具有以下特色：

在编写的指导思想上，以“应用类本科”学生为主要授课对象，以培养应用型人才为基本目的，以“实用、适用、够用”为基本原则。“实用”是对本课程涉及的基本原理、基本性质、基本方法要讲全、讲透，概念准确清晰。“适用”是适用于授课对象，即应用型本科层次的学生。“够用”就是以就业为导向，以应用型人才为培养目的，达到理论够用，不追求理论深度和内容的广度。突出实用性、基础性、先进性，强调基本知识，结合实际应用，理论与实践相结合。

在教材的编写上重在基本概念、基本方法的表述。编写内容在保证教材结构体系完整的前提下，注重基本概念，追求过程简明、清晰和准确，重在原理，压缩繁琐的理论推导。做到重点突出、叙述简洁、易教易学。还注意掌握教材的体系和篇幅能符合各学院的计划要求。

在作者的遴选上强调作者应具有应用型本科教学的丰富的教学经验，有较高的学术水平并具有教材编写经验。为了既实现“因材施教”的目的，又保证教材的编写质量，我们组织了两支队伍，一支是了解应用型本科层次的教学特点、就业方向的一线教师队伍，由他们通过研讨决定教材的整体框架、内容选取与案例设计，并完成编写；另一支是由本专业的资深教授组成的专家队伍，负责教材的审稿和把关，以确保教材质量。

相信这套精心策划、认真组织、精心编写和出版的系列教材会得到广大院校的认可，对于应用型本科院校信息与电子技术类专业的教学改革和教材建设起到积极的推动作用。

系列教材编委会主任 顾伟康

2006年7月

前 言

本书是浙江省高等教育重点建设教材、应用型本科规划教材《数字信号处理》(唐向宏主编,浙江大学出版社出版,以下简称教材)的配套学习指导书。学习指导书主要包括学习要求、例题分析、教材习题解答、自测练习以及计算机仿真实验等内容。

本书紧扣教材内容,明确各章节学习要点,帮助学生掌握学习重点,突破学习难点。通过大量的例题讲解,加深学生对基本概念、基本原理和基本方法的理解和掌握。本书坚持教材编写中基础理论与实践并重的原则,注重培养学生运用所学知识分析问题和解决问题的能力,突出各章节需要理解、掌握和灵活运用知识。全书提供了 66 例的例题分析、121 题的习题解答,同时还提供 2 套自测练习和 6 个 MATLAB 计算机仿真实验,与教材配套使用,将会起到良好的互补作用。

本书的编写工作得到了浙江省精品课程、“十一五”国家子课题“应用型学校电子、信息专业人才培养模式的研究”资助。全书由中国计量学院周小微和杭州电子科技大学岳恒立、唐向宏编著,其中周小微编写了第 1~4 章、第 8 章,岳恒立编写了第 5 章、第 6 章和第 9 章,唐向宏编写了绪论、第 7 章,并负责全书的统稿工作。

本书可作为应用型本科院校通信工程、电子信息工程、自动控制工程、信息工程等电气信息类专业的“数字信号处理”课程的学习参考书,也可作为相关专业研究生入学考试的参考书籍。希望本书的出版能帮助读者更好地学习、理解和掌握“数字信号处理”课程内容。由于作者水平有限,书中难免有一些不足和错误之处,殷切希望广大读者提出改进意见。

作 者

2008 年 12 月

目 录

绪论	1
第 1 章 离散时间信号与系统	4
1.1 学习要点	4
1.2 例题	9
1.3 教材习题解答	13
第 2 章 离散系统的变换域分析与系统结构	24
2.1 学习要点	24
2.2 例题	34
2.3 教材习题解答	38
第 3 章 离散时间傅里叶变换	52
3.1 学习要点	52
3.2 例题	60
3.3 教材习题解答	64
第 4 章 快速傅里叶变换	76
4.1 学习要点	76
4.2 例题	82
4.3 教材习题解答	84
第 5 章 无限长单位冲激响应(IIR)数字滤波器的设计	90
5.1 学习要点	90
5.2 例题	98
5.3 教材习题解答	103
第 6 章 有限长单位冲激响应(FIR)数字滤波器的设计	118
6.1 学习要点	118
6.2 例题	123
6.3 教材习题解答	131
第 7 章 数字信号处理中的有限字长效应	138
7.1 学习要点	138
7.2 例题	141

7.3 教材习题解答	143
第8章 自测题	146
8.1 自测题(1)及参考答案	146
8.2 自测题(2)及参考答案	150
第9章 基于 MATLAB 的上机实验指导	154
9.1 常见离散信号的 MATLAB 产生和图形显示	154
9.2 信号的卷积、离散时间系统的响应	161
9.3 离散傅立叶变换	165
9.4 离散系统的频率响应分析和零、极点分布	167
9.5 IIR 滤波器的设计	170
9.6 FIR 滤波器的设计	176
参考文献	182

绪 论

0.1 概述

绪论部分对教科书起到一个导读的作用,对数字信号、数字信号处理系统的组成及其处理的基本概念、数字信号处理的历史、现状和发展趋势等作了简略的介绍,对本课程讨论的内容范围作了描述。通过这些内容的介绍,使读者了解数字信号处理课程在信息技术中的地位和作用,激发学习的兴趣,增强学好的信心。由于本课程是电气信息类专业的专业基础课,基础性较强,因此读者可以在“信号与系统”、“数字电子技术基础”等前期课程的学习基础上,灵活地了解和掌握以下一些内容:

- (1) 数字信号处理的发展简史。
- (2) 数字信号处理系统的优点。
- (3) 数字信号处理系统的基本组成。
- (4) 数字信号处理的实现方法。
- (5) 数字信号处理的应用。

0.2 学习要点

1. 信号的分类型

(1) 按信号的连续性可分为模拟信号、离散时间信号和数字信号 3 种。

模拟信号(analog signal):在时间和幅度上均取连续值(实数)的信号。模拟信号又称为连续信号(continuous signal)或连续时间信号(continuous time signal)。

离散时间信号(discrete time signal):在时间上取离散值(整数),幅度上取连续值的信号。

离散时间信号也简称为序列。

数字信号(digital signal):在时间上和幅度上都取离散值的信号。当幅度的量化精度足够高时,数字信号等同于离散时间信号。

(2)按确定性可分为确定性信号和随机信号2种。

确定性信号(deterministic signal):在任意时刻的取值都能精确确定的信号。

随机信号(random signal):在任意时刻的取值都不能精确确定的信号。

(3)按信号的自变量数目可分为一维信号(one-dimension signal)、二维信号(two-dimension signal)和多维信号(multi-dimension signal)3种。

本课程主要研究一维、确定的离散时间信号。

2. 数字信号处理系统

数字信号处理(digital signal processing, DSP)就是把信号用数字或符号表示成序列,然后将序列通过计算机或通用(专用)信号处理设备,用数字的数值计算方法进行处理,以达到提取有用信息的目的。因此,从数字角度看,数字信号处理过程就是一种序列变换过程,即将一种序列变换成另一种序列。

通常,数字信号处理系统(digital signal processing system)由A/D转换器、数字信号处理器、D/A转换器三大部分组成。

A/D转换器(亦称为模拟数字转换器)的功能就是将模拟信号转换成数字信号序列。这一部分内容在“数字电子技术基础”课程中有所涉及。A/D转换一般要经过抽样(或采样)(sampling)、保持(holding)、量化(quantizing)及编码(coding)4个过程。在实际电路中,采样和保持、量化和编码往往都是在转换过程中同时实现的。

D/A转换器(亦称为数字模拟转换器)则是将数字信号序列转换成模拟信号,是A/D转换的逆过程。

教材的第1章主要讨论两个问题:一是由抽样值恢复原模拟信号的抽样条件;二是在满足抽样条件下如何恢复原信号。

在数字信号处理系统中,数字信号处理器是数字信号处理系统的核心部分。它的实现方法有软件实现和硬件实现两种。

若数字信号处理器是数字计算机或微处理机,则对输入信号进行的预期处理是通过软件编程来实现的,这种实现方法称为软件实现,其优点具有多用性。

若数字信号处理器是数字信号处理芯片或数字硬件组成的专用处理机,则称为硬件实现,其特点是处理速度快,能实现实时信号处理。

3. 数字信号处理系统的优缺点

与模拟信号处理系统相比,数字信号处理系统具有十分明显的优点,如精度高、灵活性高、可靠性强、容易大规模集成以及多维处理等。但也存在复杂性、功耗和成本高等不足。

4. 数字信号处理的发展与应用

数字信号处理学科涉及离散时间线性时不变系统分析、离散时间信号时域分析及频域分析、离散傅里叶变换(DFT)理论等众多领域。数字信号处理的发展与应用的需求是密切相关的。了解数字信号处理的发展简史有助于把握数字信号处理发展方向。

(1)由简单运算走向复杂运算:全并行乘法器在运算速度上和运算精度上均为复杂的数字信号处理算法提供了先决条件。

(2)由低频走向高频。

(3)由一维走向多维。

5. 本课程的主要研究内容

随着计算机学科、电子技术的发展以及数字信号处理应用领域的不断扩大,数字信号处理学科的理论和技术也在快速发展,出现了一些新的处理理论和技术,如多采样信号处理与小波变换,最优滤波理论、自适应滤波、二维滤波,数字谱分析等,它们都属于现代数字信号处理。本课程主要讨论数字信号处理的基本理论和方法,以离散时间信号的运算与分析方法、离散时间处理系统的分析方法与设计为主线进行开展,内容涉及离散时间信号与系统的时域分析和变换域(z 域、频域)分析、离散傅里叶变换(DFT)理论、快速傅里叶变换(FFT)、数字滤波技术等,具体安排为:

第1章主要讨论离散时间信号的时域分析,主要涉及离散时间信号(序列)的基本运算、离散时间处理系统的基本特性以及离散时间信号的产生与重构等内容。

第2章主要讨论如何利用数字变换工具—— z 变换,从 z 域来分析离散时间信号以及离散时间处理系统的性质,简化时域分析方法。同时还讨论了离散时间系统的结构以及不同的结构对系统性能的影响。

第3章和第4章主要介绍离散时间信号的时频域分析,如离散傅里叶变换(DFT)、快速傅里叶变换(FFT)及应用等内容。

第5章和第6章着重讨论两种数字信号处理系统的设计:无限长单位冲激响应(IIR)数字滤波器和有限长单位冲激响应(FIR)数字滤波器。

第7章简要介绍数的有限精度表示对数字信号处理系统的响应。

第8章提供了两份参考测试题供读者自我测试和练习用。

最后在第9章中简要介绍模拟低通滤波器的设计和信号处理仿真软件 MATLAB 在本课程中的应用。

第 1 章

离散时间信号与系统

1.1 学习要点

本章主要介绍离散时间信号与离散时间系统的基本概念,着重阐述离散时间信号的表示、运算,离散时间系统的性质和表示方法以及连续时间信号的抽样等。本章内容基本上是“信号与系统”中已经建立的离散时间信号与系统概念的复习。因此,作为重点学习内容,在概念上需要明白本章在整个数字信号处理中的地位,巩固和深化有关概念,注意承前启后,加强相关概念的联系,进一步提高运用概念解题的能力。学习本章需要解决以下一些问题:

- (1) 信号如何分类。
- (2) 如何判断一个离散系统的线性、因果性和稳定性。
- (3) 线性时不变系统(LTI)与线性卷积的关系如何。
- (4) 如何选择一个数字化系统的抽样频率。
- (5) 如何从抽样后的信号恢复原始信号。

因此,在学习本章内容时,应以离散时间信号的表示、离散时间系统及离散时间信号的产生为主线进行展开。信号的离散时间的表示主要涉及序列运算(重点是卷积和)、常用序列、如何判断序列的周期性等内容;离散时间系统主要涉及离散时间系统的属性(线性、时不变性、因果性、稳定性以及如何判断)、线性时不变系统(LTI)的差分方程描述以及输入和输出的关系等内容;离散时间信号的产生主要涉及抽样间隔的限制条件和由抽样信号恢复原始信号等内容。

1.1.1 离散时间信号——序列

1. 常用序列及其波形

(1) 单位冲激序列 (见图 1-1)

$$\delta(n) = \begin{cases} 1 & n = 0 \\ 0 & n \neq 0 \end{cases} \quad (1-1)$$

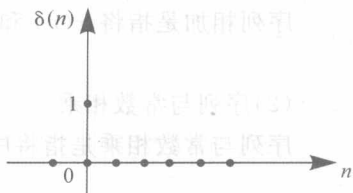


图 1-1 单位冲激序列

(2) 单位阶跃序列 $u(n)$ (见图 1-2)

$$u(n) = \begin{cases} 1 & n \geq 0 \\ 0 & n < 0 \end{cases} \quad (1-2)$$

(3) 矩形序列 $R_N(n)$ (见图 1-3)

$$R_N(n) = \begin{cases} 1 & 0 \leq n \leq N-1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (1-3)$$

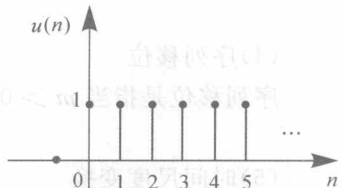


图 1-2 单位阶跃序列

单位冲激序列、单位阶跃序列及矩形序列之间的关系为

$$\delta(n) = u(n) - u(n-1) \quad (1-4)$$

$$R_N(n) = u(n) - u(n-N) \quad (1-5)$$

$$u(n) = \sum_{m=0}^{\infty} \delta(n-m) = \delta(n) + \delta(n-1) + \delta(n-2) + \dots \quad (1-6)$$

(4) 实指数序列

$$x(n] = a^n u(n) \quad (1-7)$$

当 $0 < a < 1$ 时的实指数序列如图 1-4 所示。

(5) 复指数序列

$$x(n) = e^{(j\omega_0)n} \quad (1-8)$$

(6) 正弦型序列

$$x(n) = A \sin(\omega_0 n + \varphi) \quad (1-9)$$

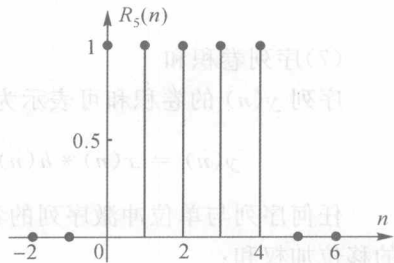


图 1-3 矩形序列

式中: A 为幅度; ω_0 为数字角频率 (简称数字频率), 单位是弧度 (rad), 反应序列周期变化的快慢; φ 为起始相位。

正弦序列是否具有周期性, 取决于 ω_0 的值。

当 $\pi/\omega_0 = \alpha$ 为有理数时, 正弦序列是周期序列; 否则为非周期序列。由于复指数序列 $x(n) = e^{(j\omega_0)n} = e^{j\omega_0 n} (\cos \omega_0 n + j \sin \omega_0 n)$, 所以其周期性的判别与正弦序列相同。

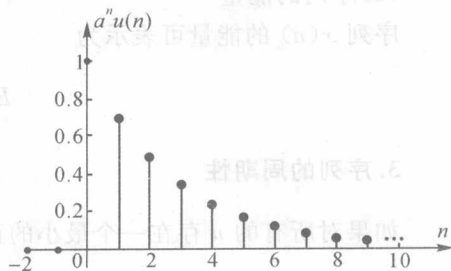


图 1-4 $0 < a < 1$ 时的实指数序列

2. 序列的运算

(1) 序列相加

序列相加是指将 $x(n)$ 和 $y(n)$ 的各个对应项分别相加得到新序列 $z(n)$, 可表示为

$$z(n) = x(n) + y(n) \quad (1-10)$$

(2) 序列与常数相乘

序列与常数相乘是指将序列 $x(n)$ 各项分别乘以常数 c 得到新序列 $y(n)$, 可表示为

$$y(n) = cx(n) \quad (1-11)$$

(3) 序列相乘

两序列相乘是指将 $x(n)$ 和 $y(n)$ 的各个对应项分别相乘得到新序列 $z(n)$, 可表示为

$$z(n) = x(n) \cdot y(n) \quad (1-12)$$

(4) 序列移位

序列移位是指当 $m > 0$ 时, $x(n)$ 右移; 反之, $x(n)$ 左移, 可表示为

$$x(n) = x(n-m) \quad (1-13)$$

(5) 时间尺度变换

序列 $x(n)$ 的时间尺度变换序列可表示为

$$x(n) = x(n/m) \text{ 或 } x(n) = x(mn) \quad (1-14)$$

(6) 序列翻褶

序列 $x(n)$ 的翻褶序列可表示为

$$x(n) = x(-n) \quad (1-15)$$

(7) 序列卷积和

序列 $y(n)$ 的卷积和可表示为

$$y(n) = x(n) * h(n) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} x(m)h(n-m) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} h(m)x(n-m) \quad (1-16)$$

任何序列与单位冲激序列的卷积和等于其自身, 即任何序列都可以表示为单位冲激序列的移位加权:

$$x(n) = x(n) * \delta(n) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} x(m)\delta(n-m) \quad (1-17)$$

(8) 序列的能量

序列 $x(n)$ 的能量可表示为

$$E = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |x(n)|^2 \quad (1-18)$$

3. 序列的周期性

如果对所有的 n 存在一个最小的正整数 N , 使得

$$x(n) = x(n+N) \quad (1-19)$$

则称序列 $x(n)$ 为周期性序列。

1.1.2 离散时间系统

离散时间系统是将输入序列变换成输出序列的一种运算, 表示为

$$y(n) = T[x(n)]$$

其中,符号 $T[\cdot]$ 表示某种变换或算法,可以把 $T[\cdot]$ 简称为系统,如图 1-5 所示。

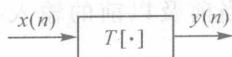


图 1-5 系统的图形表示

1. 线性时不变系统

(1) 线性系统

同时满足齐次性和叠加性的系统称为线性系统,即如果 $y_1(n) = T[x_1(n)]$, $y_2(n) = T[x_2(n)]$, 则

$$T[ax_1(n) + bx_2(n)] = aT[x_1(n)] + bT[x_2(n)] = ay_1(n) + by_2(n) \quad (1-20)$$

其中, a 和 b 为任意常数。

(2) 时不变系统

运算关系 $T[\cdot]$ 在整个运算过程中不随时间而变化的系统,称为时不变系统(又称移不变系统)。如果 $T[x(n)] = y(n)$, 则

$$T[x(n-m)] = y(n-m) \quad (1-21)$$

(3) 线性时不变系统

满足线性条件又满足时不变条件的系统,称为线性时不变系统(LTI)。

2. 线性时不变系统的差分方程描述

线性时不变离散时间系统时域表示的一般形式为

$$\sum_{k=0}^N a_k y(n-k) = \sum_{m=0}^M b_m x(n-m) \quad (1-22)$$

式中:系数 a_k 与 b_m 均为与序号 n 无关的常数,体现“时不变”特性, $y(n-k)$ 、 $x(n-m)$ 各项均是一次项,体现“线性”特性。

3. 单位冲激响应与系统响应

(1) 线性时不变系统可用单位冲激响应来表示

单位冲激响应是指输入序列为单位冲激序列 $\delta(n)$ 时,系统的零状态响应,用 $h(n)$ 表示,即 $h(n) = T[\delta(n)]$ 。

(2) 线性时不变系统对任意输入序列的响应

若已知 $h(n)$, 则 LTI 系统对任意输入序列 $x(n)$ 的零状态响应 $y(n)$ 为

$$y(n) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} x(m)h(n-m) = x(n) * h(n) \quad (1-23)$$

4. 线性时不变系统的性质

$$(1) \text{交换律: } x(n) * h(n) = h(n) * x(n) \quad (1-24)$$

$$(2) \text{结合律: } y(n) = x(n) * [h_1(n) * h_2(n)] = [x(n) * h_1(n)] * h_2(n) \quad (1-25)$$

$$(3) \text{分配律: } y(n) = x(n) * [h_1(n) + h_2(n)] = x(n) * h_1(n) + x(n) * h_2(n) \quad (1-26)$$

5. 因果性与稳定性

(1) 因果系统: 系统的输出只与当前及以前的输入有关, 而与未来的输入无关的系统。

LTI 系统是因果系统的充要条件是:

$$h(n) = 0, n < 0 \quad (1-27)$$

(2) 稳定系统: 有界输入产生有界输出的系统。LTI 系统是稳定系统的充要条件是:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} |h(n)| < \infty \quad (1-28)$$

1.1.3 连续时间信号的抽样

1. 连续时间信号抽样的基本原理

时域抽样信号可以等效为连续时间信号 $x_a(t)$ 与周期脉冲信号 $\delta_T(t)$ 相乘, 即

$$\hat{x}_a(t) = x_a(t) \cdot \delta_T(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} x_a(t) \delta(t - mT) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} x_a(mT) \delta(t - mT) \quad (1-29)$$

理想抽样信号 $\hat{x}_a(t)$ 的频谱为

$$\hat{X}_a(j\Omega) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} X_a[j(\Omega - k\Omega_s)] \quad (1-30)$$

其中, $\Omega_s = \frac{2\pi}{T}$ 为抽样角频率; T 为抽样周期, 抽样频率 $f_s = \frac{1}{T}$ 。式(1-30)表明: $\hat{X}_a(j\Omega)$ 是一个以 Ω_s 为周期的连续函数。

2. 抽样定理

对一个严格带限的连续信号 $x_a(t)$, 若设最高频率为 f_h , 即

$$\begin{cases} X(j\Omega) \neq 0 & 0 \leq |\Omega| \leq \Omega_h = 2\pi f_h \\ X(j\Omega) = 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (1-31)$$

当用 $T \leq 1/(2f_h)$ 的时间间隔对 $x_a(t)$ 进行抽样时, 抽样导致频谱周期延拓, 如图 1-6(b) 所示, $x_a(t)$ 可由抽样值恢复。否则抽样导致频谱混叠效应, 如图 1-6(c) 所示, 这时 $x_a(t)$ 不能由抽样值恢复。

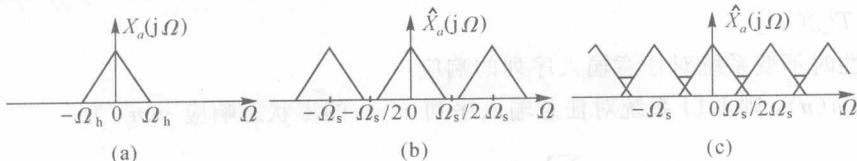


图 1-6 频谱的周期延拓及混叠

通常把允许的最低取样频率 $f_s = 2f_h$ 称为奈奎斯特率(Nyquist rate); 最大允许的抽样间隔 $T = \pi/\Omega_h = 1/(2f_h)$, 定义为奈奎斯特间隔; 把抽样频率的一半 $f_s/2$ 称为奈奎斯特频率(Nyquist frequency)或折叠频率。因此当抽样频率一定时, 采用抗混叠滤波器限制最高信号频率分量, 可以起到防止或降低混叠效应的作用。