高职高专教材

高等数学

（经济类）

隋孟勋 李润英 主编

石油大学出版社

高职高专教材

高　等　数　学

（经济类）

主　编　隋孟勋　李润英
副主编　杨世华　王兴禄　张玉吉
编　委　刘春光　丁　琳

图书在版编目(CIP)数据

高等数学:经济类/隋孟勋主编. 一东营:石油大学出版社,2004.7

高校教材

ISBN 7-5636-1967-4

Ⅰ.高… Ⅱ.隋… Ⅲ.高等数学-高等学校-教材 Ⅳ.013

中国版本图书馆CIP数据核字(2004)第062527号

高 等 数 学

(经济类)

主 编 隋孟勋 李润英

责任编辑:宋秀勇(电话 0546—8392139)

封面设计:傅荣治

出 版 者:石油大学出版社(山东 东营 邮编 257062)

网 址:http://cbs.hdpu.edu.cn

电子信箱:yibian@mail.hapu.edu.cn

印 刷 者:招远市新华彩印有限公司

发 行 者:石油大学出版社(电话 0546—8392563)

开 本:185×260 1/16 印张:14.875 字数:394千字

版 次:2004年8月第1版第1次印刷 2005年8月第1版第2次印刷

定 价:23.00元

前　言

随着社会经济的发展和结构的调整，我国高等职业教育近几年得到了快速的发展，无论是高职院校的数量还是办学规模都是历史上从来没有的。本着"服务地方经济建设，培养新型实用人才"的原则，职业教育为社会培养了大批的专业实用人才。随着科学技术的飞速发展和专业学科知识更新速度的日益加快，学科之间相互交叉和渗透非常明显，从而形成知识一体化和综合化。这要求高等职业院校不断探索创造性人才的培养途径，顺应当代科技发展的趋势，积极加快教学体系和课程内容的改革，培养学生成为全面发展的适应社会发展需要的创造性人才。为顺迎时代发展，适应高职教育改革需要，我们组织编写了这本数学教材。

目前，高职高专还没有统一的数学教材，现在的教材大多是原来的专科教材或是中专教材的改进，无论从内容的选择上还是编排上都不适应高职高专的学生现状和培养目标，给教师和学生的教学活动带来了很多不便。

根据教育部《关于加强高职高专教育人才培养工作的意见》的要求，我们组织编写了《高等数学》(经济类)这本书。本着基础理论知识适度、技术应用能力强、知识面较宽、素质高等特点的目的，本书内容由浅入深，循序渐进，紧密结合经济实例，注重学生能力的培养，每节后面都有练习题，每章后面都有综合练习题，突出技能训练。有的章节带有 * 号，可根据具体情况取舍。本书不但能满足高职高专培养目标的需要，同时也能满足专升本同学的要求。

参加本书编写的同志都是多年从事职业院校经济类数学教学工作的教师，有深厚的理论基础和丰富的教学经验，了解经济工作对数学的需要，为编好这本书奠定了基础。

本书由隋孟勋、李润英主编，副主编杨世华、王兴禄、张玉吉，编委刘春光、丁琳。第一章由杨世华编写，第二章由刘春光编写，第三、四章由张玉吉编写，第五章由王兴禄编写，第六、七、八章由丁琳编写，第九、十章由李润英编写。全书由隋孟勋、丁琳总纂。

在本书编写过程中，得到了各级领导的大力支持，同时也参照了一些其他书籍，在此表示衷心的感谢。

由于水平所限，书中定有错误和不当之处，请广大教师和学生批评指正。

编　者
2004 年 8 月

目　录

第1章 函 数

函数是高等数学中最基本的概念之一,也是微积分研究的主要内容.在经济管理中涉及的大量数量关系,都可用函数关系来表达.本章是在初等数学的基础上进一步讨论函数的概念及经济学中常见的几种函数,为以后各章的学习打下基础.

1.1 函数的概念

1.1.1 函数的定义

在初等数学中,我们已经知道,若在某一个变化过程中有两个变量x和y,当变量x在某一变化范围内每取一个确定的值,按照某种对应关系,变量y都有唯一确定的值和它对应,则变量y就是x的函数.

下面我们用集合的概念给出函数的定义:

定义1 设D是一个非空实数集合,如果对每一个$x\in D$,按照对应关系f,变量y都有唯一确定的值与之对应,那么变量y叫做变量x的函数,记作

$$y=f(x) \quad x\in D.$$

其中x叫做自变量,y叫做因变量,集合D叫做函数的定义域.

对于任一$x_0\in D$所对应的y的值,叫做当$x=x_0$时函数$y=f(x)$的函数值,记作$f(x_0)$或$y|_{x=x_0}$.

全体函数值的集合叫做函数的值域,记作M.

由函数的定义可知,定义域和对应关系是确定函数关系的两个重要因素.

求函数的定义域时,应当注意两个原则:一是在考虑实际的问题时,应根据问题的实际意义来确定定义域;二是对于用数学式子表示的函数,它的定义域应由函数表达式本身来确定,即要使运算有意义.

例1 求下列函数的定义域:

(1) $y=\frac{1}{x^2+2x-3}$; (2) $y=\ln(2-\ln x)$.

解 (1) 在$y=\frac{1}{x^2+2x-3}$中,因为要求分母

$x^2+2x-3\neq 0$, 即$x\neq -3$且$x\neq 1$.

所以函数$y=\frac{1}{x^2+2x-3}$的定义域是 $(-\infty,-3)\cup(-3,1)\cup(1,+\infty)$.

(2) 在$y=\ln(2-\ln x)$中,作为对数$\ln(2-\ln x)$的真数,必须$2-\ln x>0$;同时,作为对数$\ln x$的真数$x>0$,解不等式组:$\begin{cases}2-\ln x>0,\\ x>0,\end{cases}$得:$0<x<e^2$,

所以函数$y=\ln(2-\ln x)$的定义域是$(0,e^2)$.

两个函数只有当它们的定义域和对应关系完全相同的时候,这两个函数才认为是相同的.

例如，函数 $y=\frac{x^2-1}{x-1}$ 与 $y=x+1$，它们的定义域不同，所以它们是不同的函数.

又例如函数 $y=x$ 和 $y=\sqrt{x^2}$，它们的定义域相同，都是实数集 $\mathbf{R}$，但因为

$$y=\sqrt{x^2}=|x|=\begin{cases}x, & x\geqslant 0,\\ -x, & x<0.\end{cases}$$

显然，只有当 $x\geqslant 0$ 时，它们的对应关系才相同，所以这两个函数在实数集上是不同的.

再如，函数 $y=x$ 和 $y=\sqrt[3]{x^3}$，它们的定义域和对应关系分别相同，所以它们是两个相同的函数.

函数的定义域或值域可以用不等式、集合和区间三种形式表示. 通常以区间形式表示为主.

由于以后需要讨论函数在某一点附近的变化情况，下面我们介绍一种特殊区间——邻域.

设 x_0,δ 是两个实数，且 $\delta>0$，则实数集合 $\{x\mid |x-x_0|<\delta,\delta>0\}$ 称为 x_0 的 δ 邻域，记作 $N(x_0,\delta)$；点 x_0 叫做这个邻域的中心，δ 叫做这个邻域的半径. 如图 1-1 所示.

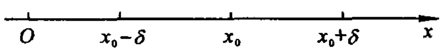

图 1-1

x_0 的 δ 邻域是数轴上一个以 x_0 为中心，长度为 2δ 的开区间 $(x_0-\delta,x_0+\delta)$.

例如 $\{x\mid |x-2|<0.1\}$，即为以 2 为中心，以 0.1 为半径的邻域，也就是开区间 $(1.9,2.1)$.

今后，我们还会遇到如 $\{x\mid 0<|x-x_0|<\delta,\delta>0\}$ 的集合，这是一个不包含点 x_0 的邻域，即区间 $(x_0-\delta,x_0)\cup(x_0,x_0+\delta)$，称为以 x_0 为中心，δ 为半径的空心邻域，记作 $N(x)$. 如图 1-2 所示.

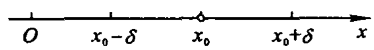

图 1-2

最后，我们要指出，在函数的定义中，如果对于每一个 $x\in D$，都有唯一的 $y\in M$ 与之对应，那么这种函数就称为单值函数，否则就称为多值函数.

例如：由方程 $x^2+y^2=r^2$ 所确定的以 x 为自变量的函数为

$$y=\pm\sqrt{r^2-x^2}. \tag{1}$$

可以看出，对于区间 $[-r,r]$ 上的每一个 x 值，由(1)式可以确定 y 的一个值(当 $x=\pm r$ 时)或两个值(当 $-r<x<r$ 时)，所以(1)式是多值函数，其中，$y=\sqrt{r^2-x^2}$，$y=-\sqrt{r^2-x^2}$ 是(1)式的两个单值函数.

今后若无特别说明，所研究的函数都是指单值函数.

1.1.2　函数的表示法

表示函数的方法，常用的有公式法、列表法和图像法三种.

公式法也叫解析法，是用数学公式表示函数的对应关系.

列表法是用表格表示函数的对应关系. 例如：价目表、利息表和许多的会计报表、对数表等都是用列表法表示函数的.

图像法是用平面直角坐标系中的几何图形表示函数的对应关系.

例如，$y=3x+1$，$y=\lg(x^2-1)$，$y=\sin x$ 等，是用公式法表示的函数.

公式法是最常用的表示函数的方法.

在用公式法表示函数的时候，函数 y 可以用含自变量 x 的关系式 $y=f(x)$ 来表示，如 $y=x+3$，$y=3x^3+2x-5$，$y=e^x+1$，$y=\sin\omega x$ 等，这种形式的函数叫做显函数，以前我们所遇到的函数大都是显函数. 但是有时还会遇到另一种表达形式的函数，就是函数是由一个含 x 和 y 的

方程 $F(x,y)=0$ 所确定的，这样的函数称为隐函数.

例如，在方程 $x-y+3=0$ 中，给 x 一个确定的值，相应的有唯一确定 y 值与之对应，y 是 x 的函数. 事实上，由该方程解出 y，便得到显函数 $y=x+3$. 有些隐函数很容易化为显函数，而有些则很困难，甚至不可能. 例如方程 $xy=e^{x+y}$ 就无法把 y 表成 x 的显函数.

例如，函数

$$f(x)=\begin{cases}\sqrt{x}, & x\geqslant 0,\\ -x, & x<0\end{cases}$$

是定义在区间 $(-\infty,+\infty)$ 内的一个函数. 当 $x\geqslant 0$ 时，$y=\sqrt{x}$；当 $x<0$ 时，$y=-x$. 它的图像如图1-3所示.

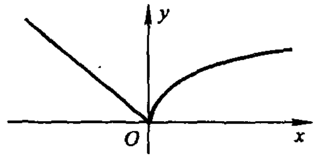

图1-3

一般地，在自变量不同的取值范围内用不同的式子来表示的函数称为分段函数.

应当注意，分段函数是用几个数学式子表示一个函数，而不是表示几个函数.

例2 用分段函数表示函数 $y=3-|x-2|$.

解 根据绝对值的定义可知

当 $x-2<0$ 时，即 $x<2$ 时，$|x-2|=-(x-2)$；

当 $x-2\geqslant 0$ 时，即 $x\geqslant 2$ 时，$|x-2|=x-2$，

因此有 $y=\begin{cases}3+x-2, & x<2,\\ 3-(x-2), & x\geqslant 2;\end{cases}$ 即 $y=\begin{cases}x+1, & x<2,\\ -x+5, & x\geqslant 2.\end{cases}$

其图像见图1-4.

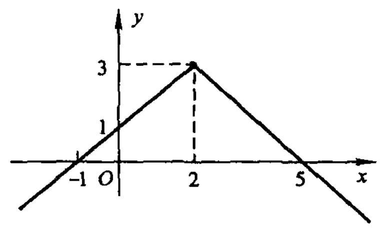

图1-4

例3 已知函数 $f(x)=\begin{cases}x+2, & 0\leqslant x\leqslant 1,\\ x^2, & 1<x<3,\end{cases}$ 求 $f(\frac{1}{2})$；$f(2)$；$f(x-1)$.

解 $f(\frac{1}{2})=\frac{1}{2}+2=\frac{5}{2}$，　$f(2)=2^2=4$，

$$f(x-1)=\begin{cases}(x-1)+2, & 0\leqslant x-1\leqslant 1,\\ (x-1)^2, & 1<x-1<3;\end{cases}$$

即 $f(x-1)=\begin{cases}x+1, & 1\leqslant x\leqslant 2,\\ (x-1)^2, & 2<x<4.\end{cases}$

例4 我国规定个人所得税是根据个人收入来源分别按照超额累进税率计算征收；已知个体工商户应纳税额 T(元)与个人收入额 x(元)之间的函数关系如下：

$$T=\begin{cases}5\%x, & x\in(0,5\,000],\\ 10\%x-250, & x\in(5\,000,10\,000)],\\ 20\%x-1\,250, & x\in(10\,000,30\,000],\\ 30\%x-4\,250, & x\in(30\,000,50\,000],\\ 35\%x-6\,700, & x\in(50\,000,+\infty).\end{cases}$$

三名个体工商户的年收入额分别为2 300元、16 000元和70 000元，求他们应交纳的税额.

解 当 $x=2\,300$ 时，$T=0.05\times 2\,300=115$；

当 $x=16\,000$ 时，$T=0.2\times 16\,000-1\,250=1\,950$；

当 $x=70\,000$ 时，$T=0.35\times 70\,000-6\,750=17\,750$；

所以这三名个体工商户应交纳的税额分别为115 元、1 950 元和17 750 元.

1.1.3 函数的几种特性

1. 函数的奇偶性

定义2 给定函数$y=f(x)$,在函数的定义域中,如果$f(-x)=f(x)$,则$y=f(x)$叫做偶函数;如果$f(-x)=-f(x)$,则$y=f(x)$叫做奇函数.

例如,函数$f(x)=x^2$的定义域为$(-\infty,+\infty)$,由于$f(-x)=(-x)^2=x^2=f(x)$,所以函数$f(x)=x^2$是偶函数.

函数$\varphi(x)=x^3$的定义域为$(-\infty,+\infty)$,由于$\varphi(-x)=(-x)^3=-x^3=-\varphi(x)$,所以函数$\varphi(x)=x^3$是奇函数.

对于偶函数,其图像关于y轴对称(图1-5).对于奇函数,其图像关于原点对称(图1-6).

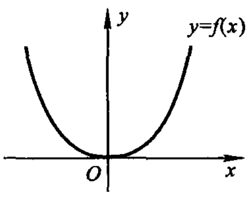

图1-5

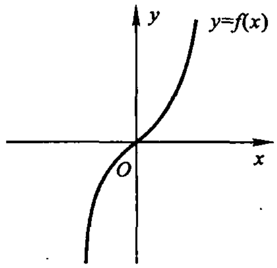

图1-6

有的函数,它们既不是偶函数也不是奇函数,我们把这种函数叫做非奇非偶函数.

例如函数$y=x^2+x+1$,$y=e^x$等都是非奇非偶函数,它们的图像关于y轴和原点都不对称.

2. 函数的单调性

定义3 设函数$y=f(x)$在区间(a,b)内有定义,对于区间(a,b)内的任意两点x_1,x_2,设$x_1<x_2$,

如果$f(x_1)<f(x_2)$,则称函数$y=f(x)$在(a,b)内是单调增加的(或单调递增函数);

如果$f(x_1)>f(x_2)$,则称函数$y=f(x)$在(a,b)内是单调减少的(或单调递减函数).

单调递增函数与单调递减函数统称为单调函数,区间(a,b)称为函数的单调区间.

单调区间可以是函数的整个定义域,也可以是定义域的一部分.例如,一次函数$y=kx+b$,$(k\neq0)$的单调区间是它的定义域$(-\infty,+\infty)$.而对于二次函数$y=x^2+1$,在$(-\infty,0)$内是单调减少的,在$(0,+\infty)$内是单调增加的,所以二次函数$y=x^2+1$的单调区间是$(-\infty,0)$和$(0,+\infty)$,它在整个定义域内不是单调函数.

由单调函数的定义可知,在单调区间(a,b)内的单调递增函数的图像是沿x轴正向上升的曲线(见图1-7);单调递减函数的图像是沿x轴正向下降的曲线(见图1-8).

3. 函数的周期性

定义4 给定函数$y=f(x)$,如果存在一个不为零的正数l,使得对于定义域的一切x,等式$f(x+l)=f(x)$都成立,则$f(x)$叫做周期函数,它的图像在定义域内每隔长度为l的相邻区间上,有相同的形状(见图1-9).

显然如果函数$f(x)$以正数l为周期,那么$2l,3l,\cdots,nl(n\in\mathbf{N})$也是它的周期.通常最小正数$l$称为周期函数的最小正周期,简称周期.

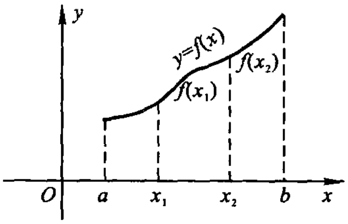

图 1-7

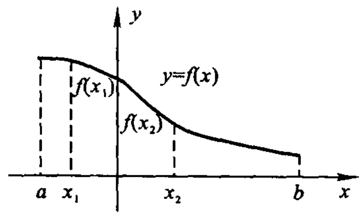

图 1-8

例如，函数 $\sin x$ 和 $\cos x$ 是以 2π 为周期的周期函数；函数 $\tan x$ 和 $\cot x$ 是以 π 为周期的周期函数；函数 $A\sin(\omega x+\varphi)(\omega>0)$ 是以 $\frac{2\pi}{\omega}$ 为周期的周期函数.

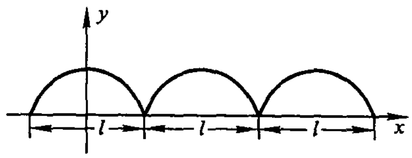

图 1-9

4. 函数的有界性

定义5　给定函数 $y=f(x)$，(a,b) 是函数的定义域或定义域内的一部分. 如果存在正数 M，对于任意的 $x\in(a,b)$，$|f(x)|\leqslant M$ 都成立，则称 $f(x)$ 在区间 (a,b) 内是有界的；如果不存在这样的正数 M，则称 $f(x)$ 在区间 (a,b) 内是无界的.

例如，函数 $y=\sin x$ 在区间 $(-\infty,+\infty)$ 内和函数 $y=\sqrt{1-x^2}$ 在定义域内都是有界的. 而函数 $y=x^3$ 在区间 $(-\infty,+\infty)$ 内和函数 $y=\tan x$ 在区间 $(k\pi-\frac{\pi}{2},k\pi+\frac{\pi}{2})(k\in\mathbf{Z})$ 内都是无界的，但函数 $y=x^3$ 在区间 $(1,2)$ 内则是有界的，函数 $y=\tan x$ 在区间 $(0,\frac{\pi}{2})$ 内仍是无界的.

习　题　1.1

1. 下列各题中所给的两个函数是否相同？为什么？

(1) $y=x$ 和 $y=\sqrt{x^2}$；　　(2) $y=x$ 和 $y=(\sqrt{x})^2$；

(3) $y=2-x$ 和 $y=\frac{4-x^2}{2+x}$；　　(4) $y=|x-1|$ 和 $y=\begin{cases}1-x, & x<1;\\0, & x=1,\\x-1, & x>1.\end{cases}$

2. $[f(x)]^2$ 与 $f(x^2)$ 是否表示同一函数？举例说明.

3. 函数 $y=2x^2-1$ 和 $u=2v^2-1$ 是否表示同一函数？为什么？

4. $y=\cos x, x\in[0,\pi]$ 是偶函数吗？

5. 若函数

$$f(x)=\begin{cases}0, & 0\leqslant x<1,\\ \frac{1}{2}, & x=1,\\ 1, & 1<x\leqslant 2.\end{cases}$$

求 $f(0)$，$f(1)$，$f(\frac{5}{4})$ 并作出其图像.

6. 求下列函数的定义域：

(1) $y=\frac{x}{1+x^2}$；　　(2) $y=\frac{1}{x}e^{-x}$；

(3) $y=\frac{\sqrt{4-x^2}}{x^2-1}$；　　(4) $y=\sqrt{9-x^2}+\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$；

(5) $y=\lg\sin x$；　　(6) $f(x)=\begin{cases}x^2+1, & 0<x<2,\\x^2, & 2<x\leqslant 5;\end{cases}$

(7) $y=\lg\frac{1+x}{1-x}$；　　(8) $y=\sqrt{2+x}+\frac{1}{\lg(1+x)}$.

7. 判断下列函数的奇偶性：

(1) $f(x)=x^4+2x^2+3$；　　(2) $\varphi(x)=x^2\cos x$；

(3) $f(x)=\frac{1}{2}(e^x+e^{-x})$；　　(4) $f(x)=\frac{1}{2}(e^x-e^{-x})$；

(5) $f(x)=a^x-a^{-x}$；　　(6) $f(x)=\sin x+\cos x$；

(7) $y=\frac{x}{a^x-1}$.

8. 证明函数 $y=\frac{1}{x}$ 在区间 $(-1,0)$ 内单调减少.

9. 证明函数 $y=\lg x$ 在区间 $(0,+\infty)$ 内单调增加.

10. 有一边长为 a 的正方形铁片，从它的四个角截去相等的小方块，然后折起各边做成一个无盖的小盒子，求它的容积与截去小方块边长之间的函数关系，并指明定义域.

1.2 初等函数

1.2.1 反函数

定义1 设函数 $y=f(x)$ 的定义域是 D，值域是 M. 若对于 M 中的每一个 y，都有唯一确定的 $x\in D$，使 $f(x)=y$，则这时 x 也是 y 的函数，称为 $y=f(x)$ 的反函数，记为 $f^{-1}(y)$.

根据反函数的定义可以知道，一个函数和它的反函数之间存在以下关系：

函数的定义域就是它的反函数的值域；

如果函数在定义区间内是单调递增(减)函数，那么它的反函数在对应的区间内也是单调递增(减)函数；

函数的图像和它的反函数的图像关于直线 $y=x$ 对称.

利用函数和它的反函数之间的关系，可以帮助我们讨论函数的定义域和值域，并简化作图过程.

例1 求函数 $y=\frac{x+2}{x-2}$ 的值域.

解 根据 $y=\frac{x+2}{x-2}$ 解出 $x=\frac{2y+2}{y-1}$，再改写 x 和 y 的位置，得到已知函数的反函数为 $y=\frac{2x+2}{x-1}$，

这个函数的定义域是 $x\in(-\infty,1)\cup(1,+\infty)$，所以已知函数的值域是 $y\in(-\infty,1)\cup(1,+\infty)$.

例2 求函数 $y=x^2(x\geqslant0)$ 的反函数，并作出它们的图像.

解 根据 $y=x^2(x\geqslant0)$ 解出 $x=\sqrt{y}$，再改写 x 和 y 的位置，便得到函数 $y=x^2(x\geqslant0)$ 的反函数是

$$y=\sqrt{x}.$$

函数 $y=x^2(x\geqslant0)$ 的图像已为大家所熟知，$y=\sqrt{x}$ 的图像可以利用互为反函数的两个函数的对称性作出(见图1-10).

反三角函数：

1. 反正弦函数

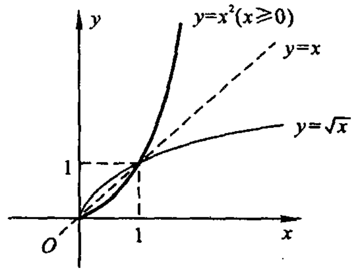

图1-10

我们知道正弦函数 $y=\sin x$ 的定义域是 $(-\infty,+\infty)$，值域是 $[-1,1]$. 对于 x 的每一个值，y 都有唯一的值和它对应，例如，对于 $x=\frac{\pi}{6}$，就有 $y=\sin\frac{\pi}{6}=\frac{1}{2}$ 和它对应. 反过来，对于 y 的每一个值 $(y\in[-1,1])$，x 有无数多个值和它对应. 例如，对于 $y=\frac{1}{2}$，x 有 $\frac{\pi}{6}+2k\pi$ 与 $(\pi-\frac{\pi}{6})+2k\pi$(其中 $k\in\mathbf{Z}$) 和它对应. 根据反函数的定义，可知 $y=\sin x$ 在定义域 $(-\infty,+\infty)$ 内，不存在反函数. 但是，当我们取闭区间 $\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$ 时，$y=\sin x$ 就是单调增函数. 随着 x 值由 $-\frac{\pi}{2}$ 增大到 $\frac{\pi}{2}$，y 值由 -1 增大到1. 因此，x 与 $y=\sin x$ 是从闭区间 $\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$ 到闭区间 $[-1,1]$ 一一对应的，$y=\sin x$ 有反函数.

我们规定正弦函数 $y=\sin x$ 在 $\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$ 上的反函数叫做反正弦函数，记作 $x=\arcsin y$.

习惯上用字母 x 表示自变量，y 表示函数，那么反正弦函数可以写成

$$y=\arcsin x,$$

它的定义域是 $[-1,1]$；值域是 $\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$.

这样对于在 $[-1,1]$ 上的每一个 x 值来说，$\arcsin x$ 在 $\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$ 上有唯一的一个值，它的正弦值正好等于已知的值 x. 也就是：

$\sin(\arcsin x)=x$，其中 $x\in[-1,1]$，$\arcsin x\in\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$.

下面研究反正弦函数的图像和性质.

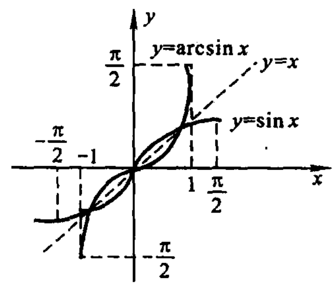

图1-11

根据互为反函数的函数图像之间的关系，我们只要作出正弦函数 $y=\sin x$ 在 $\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$ 上的一段关于直线 $y=x$ 的对称图形，就得到反正弦函数 $y=\arcsin x$ 的图像(如图1-11).

从图像上可以看出，反正弦函数 $y=\arcsin x$ 有以下的性质：

(1) 反正弦函数 $y=\arcsin x$ 在定义域 $[-1,1]$ 上是增函数；

(2) 反正弦函数 $y=\arcsin x$ 的图像是关于原点对称的图形，所以它是奇函数. 也就是

$$\arcsin(-x)=-\arcsin x \quad x\in[-1,1].$$

(3) 反正弦函数 $y=\arcsin x$ 是有界函数.

例3 求值：

(1) $\arcsin\frac{\sqrt{2}}{2}$；(2) $\arcsin(-\frac{\sqrt{3}}{2})$；(3) $\arcsin(-0.2672)$.

解 (1) 在 $\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$ 上，$\frac{\pi}{4}$ 的正弦值等于 $\frac{\sqrt{2}}{2}$，所以 $\arcsin\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{\pi}{4}$.

注意：虽然 $\sin\frac{3\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，但是因为 $\frac{3\pi}{4}\notin\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$，所以 $\arcsin\frac{\sqrt{2}}{2}\neq\frac{3\pi}{4}$.

(2) 由性质(2)，得