

财经类专科试用教材

经济数学基础

运筹学

关柏辉 李焯章 茅奇 编
李建平 刘文龙 李晋

高等教育出版社

财经类专科试用教材

经济数学基础

运 筹 学

关柏辉 李焯章 茅 奇 编
李建平 刘文龙 李 晋

高等教育出版社

内 容 提 要

本书是经济数学基础教材，主要论述运筹学的各种基本方法。内容包括目标规划、动态规划、图与网络、统筹方法、排队论、决策论、对策论、存贮论等八章，可供财经类专科学校、职业大学、管理干部学院等作试用教材或教学参考书使用。

财经类专科试用教材

经济数学基础

运 筹 学

关柏辉 李焯章 茅 奇 编
李建平 刘文龙 李 晋

*

高等教育出版社出版

新华书店北京发行所发行

上海市印刷三厂印装

开本 850×1168 1/32 印张 8.375 插页 1 字数 199,000

1990年4月第1版 1990年4月第1次印刷

印数 0001--1,590

ISBN 7-04-002848-4/O·907

定价 2.10 元

前 言

财经类专科经济数学基础(五)《运筹学》是参照一九八六年全国非运筹学专业教学大纲研究会制定的“运筹学大纲”编写的。本书主要介绍目标规划、动态规划、图与网络、统筹方法、排队论、决策论、对策论、存贮论等分支的基本概念、基本理论、基本方法和实际应用。编写本书的指导思想是力求内容简明扼要、通俗易懂、突出方法、注重应用。

本书可作为财经、管理类专科及成人高校有关专业的教材,也可作为参加财经、管理类自学考试的同学及经济部门、企业单位有关人员的自学参考书。根据专业及其需要,读者在内容上可作取舍。

本书由关柏辉、李焯章主纂。

在编写本书的过程中,得到武汉大学路见可教授的大力支持和帮助,武汉钢铁学院秦裕瑗教授给予细心的指导,本书由北京经济学院林寅副教授审阅。在此特向他们表示衷心的感谢。

由于我们水平有限,缺点和错误在所难免,恳请读者批评指正。

编 者

一九八八年八月

目 录

绪论	1
第一章 目标规划	11
§1.1 基本概念	12
§1.2 目标规划的一般形式及其解	18
§1.3 目标规划的解法	21
习题一	35
第二章 动态规划	37
§2.1 动态规划的基本概念	37
§2.2 动态规划的基本方法	46
§2.3 动态规划应用举例	56
习题二	69
第三章 图与网络	73
§3.1 图的基本概念	73
§3.2 最小树问题	78
§3.3 最短路问题	81
§3.4 中国邮路问题	90
§3.5 网络最大流问题	95
习题三	104
第四章 统筹方法	108
§4.1 统筹图	109
§4.2 关键路线	115
§4.3 时间参数及其计算	117
§4.4 最低工程费方案的制定	126
习题四	132

第五章 排队论	135
§5.1 基本概念.....	136
§5.2 几种常见的排队系统.....	143
*§5.3 排队系统的经济分析.....	161
习题五.....	165
第六章 决策论	167
§6.1 决策的基本概念.....	168
§6.2 确定性条件下的决策问题.....	170
§6.3 风险条件下的决策问题.....	171
§6.4 不确定条件下的决策问题.....	186
§6.5 效用理论.....	193
习题六.....	202
第七章 对策论	206
§7.1 矩阵对策的数学模型.....	207
§7.2 矩阵对策的两种类型.....	209
§7.3 矩阵对策的求解方法.....	216
习题七.....	230
第八章 存贮论	232
§8.1 基本概念.....	232
§8.2 确定型存贮问题.....	236
§8.3 随机型存贮问题.....	246
习题八.....	259

绪 论

一、运筹学及其主要分支

运筹学是应用数学中的一门新兴学科。“运筹”就是运用和筹划的意思,运筹学要解决的问题是统筹兼顾、合理使用资源、提供最佳方案为决策服务,从有限的资源中获得最大的利益。运筹学现已成为现代管理科学定量分析的重要理论基础和数学工具,在管理决策中起着十分重要的作用。

运筹学作为一门学科是在四十年代形成的。经过四十多年的发展,现在已建立了很多独立的分支,它涉及面广,内容非常丰富,很难下一个确切、具体的定义。这里引用辞海中的介绍:运筹学,二十世纪四十年代开始形成为一门学科。主要研究经济活动与军事活动中能用数量来表达的有关运用、筹划与管理等方面的问题。它根据问题的要求,通过数学的分析与运算,作出综合性的安排,以达到经济、有效地使用人力物力。近年来,它在理论与应用方面都有较大的发展。运筹学的主要分支有规划论、对策论、排队论、存贮论、图论、模拟论等等。

规划论包括线性规划、整数规划、目标规划、非线性规划和动态规划等。其中,线性规划是规划论的、也是运筹学的一个重要分支。

对策论又称博弈论,是研究现实中具有争斗、对抗局势的数学理论和方法。对抗的各方可以是个人或集团,也可以是各类生物或自然界。

排队论又称随机服务系统理论,是研究排队现象的数学理论

和方法。在生活中,时常碰到排队现象,如何使“顾客”与“服务台”的数量之间达到合理的平衡,这是排队论研究的主要内容。这里所讲的“顾客”与“服务台”可以是人,也可以是物。

存贮论又称库存论,是研究物资管理,即资源库存控制的数学理论和方法。它的主要任务是确定资源的最佳库存水平。存贮论的模型可以是确定型的,也可以是随机型的。本书只讨论前一种情况。

图论是用特别定义下的“图”,研究计划中组合性问题的数学理论和方法。它的常见的应用是“统筹方法”,在国外,称之为“PERT”(计划评审技术)及“CPM”(关键路线法)。

模拟论在通常意义下是指对研究对象的一种非解析性的描述或展现,它的本质是试验性的一种观察方法。当研究对象十分复杂,不能或不便建立确定的或随机的数学模型时,可以通过观察、取样并借助电子计算机进行统计分析,从而达到对研究对象的分析了解,获取人们事前想得到的信息。模拟论在上述各分支中,都可以得到应用。

应该指出的是,电子计算机的出现与发展,为运筹学深入各个实际领域开拓了道路。在实际中,运筹学的任何一个分支的应用,都需借助计算机实施运算。因此,寻求在计算机上实现运筹学各分支更快、更好的计算方法,更有效地利用计算机分析计算结果,是近年来运筹学工作者和软件工程师关心的一个课题。

二、运筹学的发展简史

运筹学作为一门学科是在四十年代形成的,但它的起源可以追溯到古代。在国内外的一些史料中记载着许多运用运筹思想解决水利、军事、交通、建筑、造船等实际问题的生动事例。比如,古代埃及的金字塔,我国的万里长城和大运河,象这样几十万以至几

百万人完成的宏伟工程,如果不对劳动力、资源作出统筹安排是难以想象的。

第一次世界大战时,欧美国家中,已利用数学方法来分析军事活动。英国的兰彻斯特在1914—1915年发表了若干军事论文,研究战争胜负与兵力多少、火力强弱之间的关系。美国的爱迪生为海军研究了反潜战问题,创造了一种“战术对策演示盘”帮助避免潜艇袭击。军事研究也促进了数学理论的发展,促进了数学应用于经济分析。1926年苏联国家统计局提供了国民经济平衡的棋盘表。1936年美国的列昂节夫发表了《美国经济体系的投入—产出数量关系》。

苏联科学家康托洛维奇对生产中提出的大量的组织与计划生产性的问题进行了研究,对生产配置、原料的合理利用以及运输计划、播种面积分配等问题都给出了数学模型和确定最优解的具体方法,这已超出了经典数学分析方法的范围。1939年出版的《生产组织与计划中的数学方法》可以认为是最早的运筹学理论著作。

但是直至这时,运筹学的工作并没有引起社会的重视,没有发挥其应有的效益。

第二次世界大战中,运筹学作为一门学科逐步形成。英国有关运筹学的组织已形成了一个中心。当时由于德国法西斯侵占了欧洲相当大的地区,英国在兵力、物质等方面都处于劣势。为了合理调配力量,研究作战策略,英国防空司令派尔聘请诺贝尔奖金获得者布莱克特负责研究高炮阵地雷达与新研制的指挥仪之间的配合问题。布莱克特主持的研究组中有两名数学家,两名数学物理学家,一名天文物理学家,三名生理学家,一名普通物理学家,一名陆军军官和一名测量员。不久,他们就显示了混合小组的优越性。科学家们发现武器装备并不是决定战争胜负的唯一因素,精良的武器要有效地发挥实际效用,才能取得更大的胜利。他们发现英

国军队信号系统是优良的,但配置不合理,于是改进了雷达相关装置、合理布设雷达使指挥得当,达到了空战中以少胜多的效果。由于这些科学家进行的是军事系统的研究,由此科学家将其归纳为“运筹学”(operational reserarch),其英文原意是“军事行动研究”。

第二次世界大战引起各国军事、经济全面动员,因此涉及到运筹学各个分支的全面研究。例如存贮论、排队论、对策论、规划论都确定了若干模型,给出了解决问题的一些方法,为运筹学的全面发展作了准备。二次大战期间运筹学发展的主要成果,概括地说有以下四点:

1. 战争因素促使聘用科学技术人员,推动了运筹学工作的开展。

2. 创立了跨学科小组,促进了数学与实践的统一,同时运筹学吸收各学科的优点,形成了独立的系统和方法。

3. 经过战争考验,运筹学被认为是行之有效的科学手段。

4. 对大量实际问题的研究,获得了许多有效的成果,促进了运筹学理论体系的建立。

二次大战后,以军事活动为重点向以经济活动为重点转移。由于军事秘密陆续公开,在美国军方资助下的运筹学研究成果为经济部门所采用,促进了经济的发展。1947年美国数学家单泽斯研究出了求解线性规划的单纯形方法,加上其他科学家的努力,使线性规划成为运筹学中第一个方法完善,理论系统化的分支,这些结果在经济应用中获得了成功。由此,工业部门竞相开展对运筹学的研究。

五十年代至六十年代是运筹学发展成熟的时期,其标志是,出现了大批理论成果,许多系统的运筹学专著大量出版,运筹学的主要分支已经建立。运筹学工作者队伍不断扩大,建立了运筹学会,

创办了运筹学刊物。

七十年代至今，运筹学仍在飞跃发展，应用范围也越来越广泛。除了在工业、能源、交通、经济、管理等方面，在保健设施、教育规划、旅游事业、刑事司法系统也可以找到运筹学应用的例子。尤其需要指出的是，电子计算机的应用和普及为运筹学深入各个领域开拓了道路。因此，如何在计算机上实现运筹学的计算，以及利用计算机帮助分析运筹学的结果，也是科学工作者近年关心的一个课题。

三、运筹学与模型

运筹学是在实践中产生的一门学科，从它诞生的第一天起就与实践应用紧密联系在一起。运筹学之所以能广泛地为实践服务，很重要的一条，就是运筹学(各分支)可以模型化。

什么是模型？所谓“模型”是指基于某种目的，对客观事物的某些特征或内在联系所采用的一种描述、模仿、抽象或决策。

在经济管理中，用得较多的是所谓数学模型。那么，什么是数学模型呢？数学模型是指针对客观世界的某一特定对象，出于某个目的，在采用符合实情的假设前提下，用数学语言（字母、符号、数字、图表、图形等）描述而得到的一个结构。如定律、公式以及线性规划模型、投入—产出模型、库存模型、排队模型等，都属于数学模型范畴。

运筹学(各分支)的模型与一般的数学模型比较，有其自身的特点。数学模型是在满足某些条件的前提下，对所研究的对象内在规律的一个“描述”，因此，它可以称为“描述性模型”；而运筹学模型则是既有条件约束，又强调目标意向，并包含为达到目标采取何种方案的一种“决策”，因此，运筹学模型可以称为“决策性模型”。下面，就运筹学模型的结构、建模的步骤等问题予以简略介

绍。

(1) 运筹学模型的结构

一个运筹学模型一般包含三个基本要素：决策变量、约束条件和目标函数。

其中，决策变量的背景或内涵是由目标及围绕目标而建立的约束关系所确定，决策变量的一个（往往是一组）解，对应着一个确定的决策方案。

约束条件也是由问题的实际背景所决定的，用它去表示所限制的人力、物力、财力等资源。约束条件常用一个（往往是一组）等式或不等式来表示。

目标函数完全是由目标所确立的一个函数，它的最佳值（假设存在的话）是衡量系统优化的标志。

在实际问题中有些模型非常复杂，因此需要考虑模型的简化问题。

(2) 模型简化

简化模型的目的是便于计算和分析。要简化的只是非主导的因素和条件，这就涉及到对影响最大的因素的判断。一个数学模型建立以后，需要进行合理简化处理，尔后再进行分析和计算。简化的内容一般包括：

1) 将离散取值的变量化为连续取值的变量。也就是将离散取值的范围转化为一个合适区间上的连续取值；或者，将离散的函数值（点），整段或者分成若干分段，用已知的连续函数去逼近等等。

2) 尽量将非线性关系（包括等式或不等式关系）线性化。由于非线性关系在分析与计算上比较困难，尽量将非线性关系化为线性关系就显得十分必要。常用的转化方法，一是在允许的范围内，尽量建立线性关系，避免非线性关系。二是采用类似回归分析

的方法,利用变量代换,化非线性关系为线性关系。

3) 在允许的范围内,将约束条件尽量地删繁就简。实践证明,约束条件数目众多的数学模型,不仅计算困难,计算量大,而且模型的质量也不好。这就澄清了那种建立的约束条件越多,考虑到的因素越多,则模型反映客观实际就越真实,模型的质量也就越好的认识。事实上,要把对最优解没有很大影响的因素有关的约束条件果断地删去,会使模型的质量更好。

(3) 数据利用

在约束条件中,不等式或等式的系数、常数事实上是经过对数据的收集,整理以至加工后得到的。它们往往并不是一个精确值,而是根据资料和求解需要作出的一个大体的估值。这些系数和常量,在模型中常称为参数。参数的选取对模型的精度起着关键的作用。有些参数还可以借助详尽的资料和专业方面的经验加以估计得到,有些参数则因具体背景而难以甚至不能估计得到,这就需要相应地回避或改变。例如库存模型中最佳库存量的确定,是指该库存量能使剩余库存量和短缺需求量的总成本最小,为此就要估计剩余库存量的单位库存成本和单位短缺成本,如果说前者还可以利用保管费用和固定成本等资料(数据)估值,那么对后者则需要考虑由于短缺造成顾客心理上的不可控因素,再来估计其值,这就十分困难了。解决的办法是修改模型,回避短缺成本的直接影响,而采取估计可以接受的短缺数量上限,这种限额估计自然比估计短缺成本要容易。

最后,简要介绍建立运筹学模型(简称建模)的一般步骤。

1) 模型准备

在这个阶段,首先要明确目标任务,围绕目标,了解研究对象的实际情况,收集与目标相关的各因素的数据、图表、资料等信息。

2) 模型假设

实际对象是复杂的,其内在规律往往隐蔽在幕后,而且涉及的因素多种多样。因此,在第一步的基础上,准确地抓住影响目标的主导因素及其关系,果断地摒弃次要因素,将实际对象进行简化,用最少的文字记叙和数据来描述实际对象,并写明目标任务。

3) 模型建立

在上述简化假设的基础上,用字母、符号、数字以及图表等,一般用等式或不等式的形式,写出(建立模型的)数学结构。

这一步又叫做“建模”,其一般原则是:1°考虑模型的合理性,尽量使用简单的数学形式(如将离散型变量转化为连续型变量等),尽量借鉴现有的标准模型;2°当简单的数学形式或现有的标准模型不能利用时,再考虑选用其它的数学形式或方法;3°模型不仅要合理,而且要能操纵和控制(指便于求解、分析和检验),否则将失去实际意义。

4) 模型求解

模型建立后,进而要解方程、解不等式,或用增添虚拟变量的方法,化不等式为等式后再求解,有需要时,还要绘制图形和表格,证明有关定理或进行逻辑运算(若建模工作者自己做有困难,可求教有关专家)。

此外,在解方程前,要讨论其可解性。在实际中,大多数方程是难以得到或者不可能得到解析解的,这时需要借助一定的计算方法和计算机软件技术求其数值(近似)解。

在求解过程中,常用到绘图形的方法,它不仅使研究对象直观清晰,而且可以帮助我们理解问题,启迪求解的思路。

5) 模型分析

对求解的结果,要作以下分析工作。其一是理论上的,包括分析各变量之间的依存关系以及稳定状况,必要时,还要给出计算精度的范围;其二是应用上的,包括给出数量上的预测、决策或控制

等方案。

6) 模型检验

这一步是将模型的分析结果,“回归”于实际对象,检验模型的合理程度与适用范围。

如果检验表示模型失真或部分失真(假定建模和求解过程无误,那么毛病大半出在模型假设、简化上),应在参考检验结果的基础上,重新进行或部分修改模型假设(简化),有时还需要修改某些参数,照此一步步地进行第二轮工作。

如果检验结果较为满意,比较符合实际,则进入最后一步。

7) 模型应用

上面六个步骤完成后,则在实际中应用模型。应用前,最好考虑使用计算机,按实际情况输入多组变量和参数的值,进行解算,以此代替实际试验,节省人力和物力;同时要写出成文的方案,以供决策部门依照方案进行预测、决策或控制。

综上所述,建立运筹学模型是运筹学为实践应用服务的关键。建模的基本思想是依据实际对象,从特定的目标出发,对实际对象所含各因素去粗取精,抓住主要矛盾,合理假设与简化,不断检验完善。

建模的一般步骤,如图 0-1 所示。

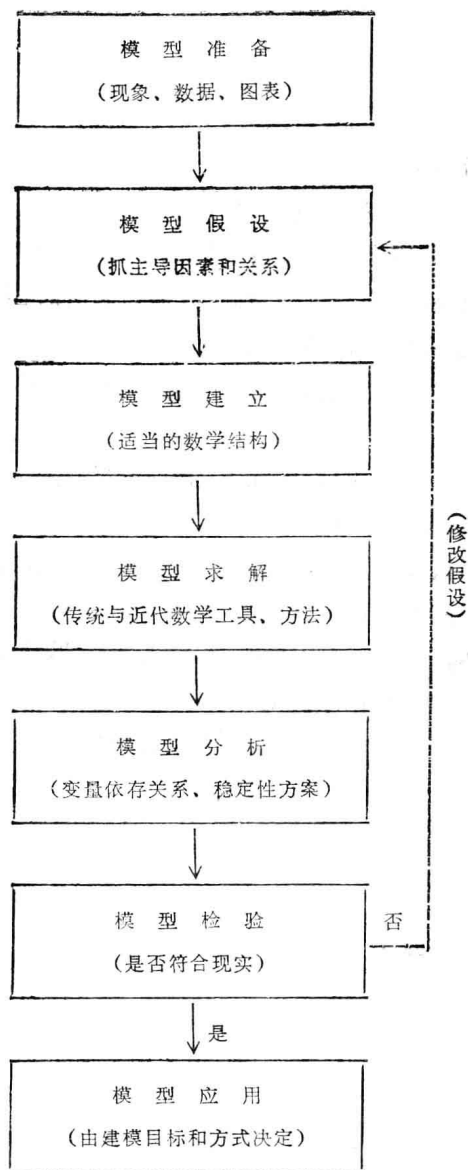


图 0-1

第一章 目标规划

线性规划在经济领域有广泛的应用，然而它所处理的问题必须是单一目标函数。即在满足一定线性约束条件下，求得一个可行解，使目标函数达到最大值或最小值。

但是，在现实中的许多问题目标函数往往不止一个，我们常常要同时考虑若干个目标的优化问题，这些目标可能是相容的，也可能是不相容的，甚至是对立的。例如，企业制定一个产品生产规划，既要求产量多、利润大，又要求能源及原材料消耗低、设备和人员的利用率高。又例如，在开发一个地区时，既要讲求经济效益最好的目标，又要追求保持生态平衡，促进生态效益的目标。决策者要在很多类似的目标中进行权衡折衷。这就是提出目标规划的实际背景。

到目前为止，处理目标规划问题还没有十分令人满意的方法。六十年代美国学者查恩斯(A. Charnes)和库伯(W. W. Cooper)等提出了一种方法，就是对诸目标函数，根据实践经验事先给定了希望各个目标函数达到的数值，并按照重要程度把目标函数排序，然后借助线性规划的方法求得一个使总偏差指标值最小的方案。用这种思想研究多目标规划问题的理论与方法叫作目标规划。随着人们在理论上的深入研究，对实际课题的广泛探讨，以及电子计算机技术的发展，目标规划的应用范围日益广泛，在许多方面都取得了显著的经济效益。

目标规划与线性规划相比，有如下特点：

1. 线性规划只能处理单一目标，目标规划可以统筹兼顾地处理多个目标，解决实际问题的能力有很大提高。