模糊偏好关系与决策

MOHUPIANHAOGUANXIYUJUECE

侯福均 吴祈宗 著

$$\tilde{p}_{ij} = \tilde{p}_{ik} + \tilde{p}_{kj} - 0.5, \forall i < k < j$$

北京理工大学出版社
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

模糊偏好关系与决策

侯福均　吴祈宗　著

北京理工大学出版社
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

内容简介

本书是关于不确定数模糊偏好关系（互补判断矩阵）的理论与方法及其在决策、群决策中应用的专著。全书主要内容包括：模糊偏好关系与表示矩阵，不确定数互补判断矩阵的定义，加性一致性定义、判别和改进；基于线性规划、目标规划的一致性分析；基于不确定数互补判断矩阵的方案排序以及群决策；不确定数互补判断矩阵在社会选择上的应用；基于半环代数系统的判断矩阵理论等。书中的主要内容是作者近几年的研究成果，在给出新形式的不确定数互补判断矩阵定义、新形式的加性一致性定义的基础上，展开所研究的内容。在最后一章，首次引入半环代数系统构建判断矩阵理论。

本书既可以作为管理科学与工程、系统工程等专业的教学用书，又可作为相关方面的参考用书。决策分析、决策研究及决策管理人员都可以从本书的内容和思路中得到有益的帮助和启发。

图书在版编目（CIP）数据

模糊偏好关系与决策/侯福均，吴祈宗著. —北京：北京理工大学出版社，2009.2

ISBN 978－7－5640－1774－3

Ⅰ.模…　Ⅱ.①侯…②吴…　Ⅲ.模糊数学－应用－决策论　Ⅳ.O225

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2008）第 192355 号

出版发行／北京理工大学出版社
社　　址／北京市海淀区中关村南大街 5 号
邮　　编／100081
电　　话／(010)68914775(办公室)　68944990(批销中心)　68911084(读者服务部)
网　　址／http://www.bitpress.com.cn
经　　销／全国各地新华书店
印　　刷／北京圣瑞伦印刷厂
开　　本／880 毫米×1230 毫米　1/32
印　　张／6.25
字　　数／165 千字
版　　次／2009 年 2 月第 1 版　　2009 年 2 月第 1 次印刷
印　　数／1～2500 册
定　　价／20.00 元

责任校对／申玉琴
责任印制／周瑞红

前言

世界是普遍联系的，关系无处不在。基于模糊偏好关系的决策是近年来决策理论的重要研究内容。本书就是关于模糊偏好关系，特别是不确定数模糊偏好关系的理论与方法及其在决策、群决策中应用的专著。

一般而言，决策、群决策的过程包括如下主要部分：确定方案集、专家集，由专家给出判断信息，对专家的判断信息进行一致性、有效性分析，选择或设计适当的信息集结方法，进而对方案排序，最后进行灵敏性、共识性、保序性等分析。本书不讨论方案集和专家集的确定，重点讨论专家判断信息为模糊数的互补模糊偏好关系的决策、群决策及其应用。由于关系一般有三种表示法，即集合表示法、关系矩阵表示法和关系图表示法，因此模糊偏好关系从矩阵的角度也称为模糊判断矩阵或互补判断矩阵，也因此本书介绍的是不确定数互补判断矩阵理论与方法及其在决策和群决策中的应用。

主要内容如下展开：首先，建立表示矩阵的概念，将不确定数互补判断矩阵和专家给出的两两比较信息联系起来，表示矩阵即常用的互补判断矩阵；在给出不确定数互补判断矩阵的定义的基础上，建立一致性不确定数互补判断矩阵的定义并给出构造一致性不确定数互补判断矩阵的方法；对于不具有一致性的不确定数互补判断矩阵，提出改进一致性的方法。其次，介绍基于不确定数互补判断矩阵的方案排序。再次，介绍基于不确定数互补判断矩阵的群决策，重点研究集结专家信息为群体信息的方法。对判断信息为偏好序的社会选择问题，介绍不确定数互补判断矩阵的应用。最后，作者首次引入半环代数系统构建判断矩阵的理论。

本书的出版得到了北京理工大学基础研究基金项目（编号BIT-UBF-200508G4212，编号 BIT-UBF-20070842009）和北京市重点学科建设项目（管理科学与工程）的资助。关于集团序灵敏度分析部分，作者和韦健博士进行了有益的探讨，在此一并表示感谢。在本书的写作过程中，作者参阅了许多相关文献，在此对文献的作者表示感谢。

限于作者水平，书中缺点、错误、遗漏之处在所难免，恳请读者指正。

作　者

2009 年 1 月于北京理工大学

常用符号

U	论域
$\Re$	实数集合
A,X	方案集合
$\mu_{\tilde{A}}$	模糊子集 $\tilde{A}$ 的隶属函数
f	映射
$\boldsymbol{P},\boldsymbol{R}$	矩阵
I	指标集合
i,j,k,l	指标变量
ω,α	权重向量
m,n	方案数或专家数
Δ	区间跨度，扩展，偏差
$\succ,\prec,\sim$	方案之间的“优于”、“劣于”、“无差异”关系
$\boldsymbol{\Xi}$	非负实向量 $\boldsymbol{\Xi}=(\varepsilon_1,\varepsilon_2,\cdots,\varepsilon_p)$， $\boldsymbol{\Xi}\geqslant 0$
(P_i,Q_i,R_i)	方案 x_i 对应的三个序集合
$(O_1,O_2,\cdots,O_p)$	方案集 X 对应的序集合
$\varnothing$	空集

目　录

第 1 章

绪　论

本章对书中用到的一些理论和方法给以简要介绍。由于大部分内容已经在决策和群决策领域广泛应用，所以一些内容没有标明文献出处，读者可以参看有关的著作。

1.1　决策和群决策基本概念

任何个人、企业、事业单位和政府机构都离不开决策。个人决策关系到个人的成败得失，组织决策关系到组织的生死存亡，国家的决策关系到国家的兴衰荣辱[1]。西方现代管理学派中以西蒙（Herbert A. Simon）、马奇（James G. March）为代表的决策理论学派认为[2]：决策贯穿于管理的全过程，管理就是决策。这就是说管理的核心是决策。

决策是一个在各种层次上被广泛使用的概念，因此对决策的概念有着多种描述。现有的关于决策概念的表述大致可以分为两种：一种为狭义的表述，认为决策是选择方案的活动，是领导的行为；另一种为广义的表述，认为决策是一个提出问题、研究问题、拟订方案、选择方案并实施方案的全过程[1]。可以这样说：决策就是为达到某一目的而在若干个可行方案中经过分析、比较、判断，从中选择并赋予实施的过程[3]。决策作为发现问题、研究问题并解决问题的过程，由决策者、决策目标、决策方案和决策环境等要素构成。决策的内容十分广泛，包括决策心理学、决策的数量化方法、决策的评价以及决策支

持系统等[4, 5]。

决策的分类方法很多，从不同的角度出发，可以得到不同的决策分类。按内容的重要性，决策可以分为战略决策、战术决策和执行决策。战略决策是关于某个组织生存发展的全局性、长远性问题的重大决策。比如新产品和新市场的开发方向、工厂厂址的选择、科教兴国战略的确立等。战术决策是为了保证完成战略决策规定的目标而进行的决策。比如对一个企业来说，产品规格的选择、工艺方案的制订、厂区的合理布置等。执行决策是按照战术决策的要求对执行方案的选择。比如产品合格标准的选择制定，日常生产调度等。按决策的结构可以分为程序性决策和非程序决策。程序性决策一般是有章可循、规格化、可以重复的决策。非程序性决策一般是无章可循、凭借经验和直觉等，往往是一次性的，有战略性的决策。按决策的性质可以分为定性决策和定量决策。当决策对象的有关指标可以量化时，可以采用定量决策，否则只能采用定性决策。按决策量化的内容可以分为确定型、不确定型和风险型决策。确定型决策是指自然环境完全确定，作出的选择也是确定的。不确定型决策是决策者对将要发生结果的概率无法确定或者一无所知，只能凭借主观意向进行的决策。风险型决策是指自然环境不完全确定，但是其发生的概率是可以推算或者已知的。决策问题还可以分为单目标决策和多目标决策、单变量决策和多变量决策、单项决策和序列决策、个体决策和群决策等。

任何决策者在进行决策时，不论是否意识得到，一般都要经历如下四个阶段的决策过程。

① 确定决策的目标。这是决策的首要步骤，这个阶段主要是发现问题、现状调查和制定目标。问题是实际状态与标准或期望状态之间的差距，而发现问题则是构成决策内部动力的前提条件。现状调查是通过认真细致的调查研究，充分认识问题产生的原因、规律和解决的方法。通过发现问题和现状调查，为决策目标的制定提供充分的客观依据。

② 建立可行方案。这是决策过程的第二个步骤，是科学决策的基础。这个阶段主要有轮廓设想、方案预测和详细设计。轮廓设想是

要保证可行方案的齐全与多样性，要求从各种不同的角度和途径，大胆设想各种可行方案。方案预测是对轮廓设想提出的方案进行环境条件、可行性、有效性等作出科学的预测。详细设计是对可行方案的充实和完善。

③ 方案的评价和选择。这是决策过程的关键步骤。这阶段主要有方案论证、方案选择和模拟检验。方案论证是对各个决策方案进行可行性研究。方案选择是整个决策过程的中心环节，选择的方法主要有定性分析、经验方法、数学方法和试验方法等，也可以采取集体决策的形式，如投票或打分等形式。模拟检验对于一些重大项目，如缺乏经验又不便于运用数学方法进行分析的决策问题，尤其显得十分重要。

④ 方案实施。这是决策过程的最终阶段。这个过程解决的主要有追踪协调和反馈控制。追踪协调是对决策方案的实施偏离决策目标时要进行根本性修正，并对目标之间、系统之间、方案之间的不一致现象给予协调和调整。反馈控制是对方案实施中主客观情况的变化，及时对决策方案和行为进行修正，以保证决策目标的顺利实现。

在现实生活中，决策往往是群体行为，是由多人进行行动方案选择的活动。作为群体决策，其决策程序、决策评价标准与单个决策者的决策有很大的差异，在决策原则、方法等许多方面都有新的内容[1]。群决策是指决策群体中各决策者针对共同的决策问题给出各自的偏好，然后对各决策者的偏好信息按照某种集结规则集结为群的偏好，再根据群的偏好对一组方案进行排序，从中选择群所最偏好的方案[6]。群决策的过程一般包括方案制订、专家选择、信息一致性分析、信息集结、方案选择、决策结果有效性分析等基本步骤。

1.2 模糊数的运算

介绍区间数、三角模糊数、梯形模糊数的运算法则，精确数与三类模糊数的转换。

1.2.1 模糊子集和模糊数

模糊集合的概念由美国控制论专家 Zadeh 在 1965 年引入[7]，其把经典集合中特性函数的值域由离散集合{0,1}推广到连续区间[0,1]。至今，模糊集的理论和方法有了很大发展，取得了很多重要成果，而且在人工智能、自动控制、决策等诸多领域都得到了卓有成效的应用。

定义 1.1 论域 U 到 [0,1] 闭区间上的任一映射 $\mu_{\tilde{A}}$

$$\mu_{\tilde{A}}: U \to [0,1]$$
$$x \mapsto \mu_{\tilde{A}}(x)$$

都确定 U 上的一个模糊子集 $\tilde{A}$，记为 $\tilde{A}=\{(x,\mu_{\tilde{A}}(x)) \mid x\in U\}$。$\mu_{\tilde{A}}$ 称为模糊子集的隶属函数，$\mu_{\tilde{A}}(x)$ 称为 x 对于 $\tilde{A}$ 的隶属度，隶属度也可记为 $\tilde{A}(x)$。在不致混淆的情况下，模糊子集也称为模糊集合或模糊集。如没有特殊声明，本书中论域都为实数域。

以上定义表明，论域 U 上的模糊子集 $\tilde{A}$ 完全由隶属函数 $\mu_{\tilde{A}}(x)$ 来表征。$\mu_{\tilde{A}}(x)$ 的大小反映了 x 对于模糊子集 $\tilde{A}$ 的隶属程度，$\mu_{\tilde{A}}(x)$ 的值越接近 1，则 x 对于 $\tilde{A}$ 的隶属程度越高；$\mu_{\tilde{A}}(x)$ 的值越接近 0，则 x 对于 $\tilde{A}$ 的隶属程度越低。当 $\mu_{\tilde{A}}(x)$ 的值域为{0，1}时，$\tilde{A}$ 退化为一个经典集合，$\mu_{\tilde{A}}(x)$ 退化为经典集合的特征函数。因此，模糊集合是经典集合概念的推广，经典集合是模糊集合的特殊形态。

论域 U 上的所有经典集合构成经典幂集 $P(U)$，U 上的所有模糊集合构成模糊幂集 $F(U)$，记为

$$F(U)=\{\tilde{A} \mid \mu_{\tilde{A}}: U \to [0,1]\}$$

显然，$F(U)$ 是一个经典集合，且 $P(U)\subseteq F(U)$。

定义 1.2 设 $\tilde{A}\in F(U)$，若对于任意的 x，y，$z\in U$，且 $x\leqslant z\leqslant y$，都有

$$\mu_{\tilde{A}}(z)\geqslant \min\{\mu_{\tilde{A}}(x),\mu_{\tilde{A}}(y)\}$$

则称 $\tilde{A}$ 为论域 U 上的凸模糊集。

由定义可以看出，凸模糊集的隶属函数图形具有单峰特性。本书

所用的模糊集一般都是指凸模糊集。

定义 1.3　设 $\tilde{A}\in F(U)$，则 $\tilde{A}$ 称为正规模糊集，当且仅当存在 $x_0\in U$，使 $\mu_{\tilde{A}}(x_0)=1$。

定义 1.4　论域 U 上的正规凸模糊集称为模糊数。

按照以上定义，对于 $a,b,c,d\in U$，且 $a\leqslant b\leqslant c\leqslant d$，如下的三个模糊集都是模糊数：

① $\tilde{A}\in F(U)$，且

$$\mu_{\tilde{A}}(x)=\begin{cases}1, & x\in[a,b]\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$$

称 $\tilde{A}$ 为区间模糊数，简称区间数，记为 $\tilde{A}=[a,b]$。

② $\tilde{A}\in F(U)$，且

$$\mu_{\tilde{A}}(x)=\begin{cases}0, & x\leqslant a\\ \dfrac{x-a}{b-a}, & a<x\leqslant b\\ \dfrac{x-c}{b-c}, & b<x<c\\ 0, & x\geqslant c\end{cases}$$

称 $\tilde{A}$ 为三角模糊数，记为 $\tilde{A}=(a,b,c)$。

③ $\tilde{A}\in F(U)$，且

$$\mu_{\tilde{A}}(x)=\begin{cases}0, & x\leqslant a\\ \dfrac{x-a}{b-a}, & a<x\leqslant b\\ 1, & b<x\leqslant c\\ \dfrac{x-d}{c-d}, & c<x<d\\ 0, & x\geqslant d\end{cases}$$

称 $\tilde{A}$ 为梯形模糊数，记为 $\tilde{A}=(a,b,c,d)$。

这三类模糊数是应用上比较常见的模糊数，本书统称它们为 I 型模糊数。

对于区间数、三角模糊数和梯形模糊数，有如下的基本运算性质[8]。

设λ是一个实数，$\tilde{C}_1=[a_1,b_1]$和$\tilde{C}=[a_2,b_2]$是两个区间数，则有

$$\tilde{C}_1+\tilde{C}_2=[a_1+a_2,b_1+b_2]$$

$$\tilde{C}_1-\tilde{C}_2=[a_1-b_2,b_1-a_2]$$

$\tilde{C}_1=\tilde{C}_2$，当且仅当$a_1=a_2$，$b_1=b_2$

$$\tilde{C}_1\pm\lambda=[a_1\pm\lambda,b_1\pm\lambda]$$

$$\lambda-\tilde{C}_1=[\lambda-b_1,\lambda-a_1]$$

设$\tilde{A}_1=(a_1,b_1,c_1)$和$\tilde{A}_2=(a_2,b_2,c_2)$是两个三角模糊数数，则有

$$\tilde{A}_1+\tilde{A}_2=(a_1+a_2,b_1+b_2,c_1+c_2)$$

$$\tilde{A}_1-\tilde{A}_2=(a_1-c_2,b_1-b_2,c_1-a_2)$$

$\tilde{A}_1=\tilde{A}_2$，当且仅当$a_1=a_2$，$b_1=b_2$，$c_1=c_2$

$$\tilde{A}_1\pm\lambda=(a_1\pm\lambda,b_1\pm\lambda,c_1\pm\lambda)$$

$$\lambda-\tilde{A}_1=(\lambda-c_1,\lambda-b_1,\lambda-a_1)$$

设$\tilde{B}_1=(a_1,b_1,c_1,d_1)$和$\tilde{B}_2=(a_2,b_2,c_2,d_2)$是两个梯形模糊数数，则有

$$\tilde{A}_1+\tilde{A}_2=(a_1+a_2,b_1+b_2,c_1+c_2,d_1+d_2)$$

$$\tilde{A}_1-\tilde{A}_2=(a_1-d_2,b_1-c_2,c_1-b_2,d_1-a_2)$$

$\tilde{A}_1=\tilde{A}_2$，当且仅当$a_1=a_2$，$b_1=b_2$，$c_1=c_2$，$d_1=d_2$

$$\tilde{A}_1\pm\lambda=(a_1\pm\lambda,b_1\pm\lambda,c_1\pm\lambda,d_1\pm\lambda)$$

$$\lambda-\tilde{A}_1=(\lambda-d_1,\lambda-c_1,\lambda-b_1,\lambda-a_1)$$

1.2.2 L-R 型模糊数及其近似计算

L-R 模糊数是一类特殊的模糊数，其算术运算比一般模糊数更方便[9]。

定义 1.5 设f是论域U到［0,1］的映射，$f:U\to[0,1]$，如果

满足

① $f(x)=f(-x)$

② $f(0)=1$

③ $f(x)$ 在区间［0,+∞）单调递减

则称 $f(x)$ 为模糊数的基准函数。

定义 1.6 设 $L(x)$ 和 $R(x)$ 分别为模糊数 $\tilde{A}$ 的左、右基准函数，如果 $\tilde{A}$ 的隶属函数形式如下

$$\mu_{\tilde{A}}(x)=\begin{cases} L\left(\dfrac{m-x}{\alpha}\right), x\leqslant m, \alpha>0 \\ R\left(\dfrac{x-m}{\beta}\right), x>m, \beta>0 \end{cases}$$

则称 $\tilde{A}$ 为 L-R 型模糊数，记为 $(m;\alpha,\beta)$ 。

区间数 $[a,b]$ 、三角模糊数 (a,b,c) 和梯形模糊数 (a,b,c,d) 可以分别写成如下的 L-R 型模糊数：$(a,b;0,0)$, $(b;b-a,c-b)$ 和 $(b,c;b-a, d-c)$ 。

令 $\tilde{M}=(a,b;\alpha,\beta)$ 和 $\tilde{N}=(c,d;\gamma,\delta)$ 为 L-R 型正梯形模糊数，则有[10]

$$\tilde{M}+\tilde{N}=(a+c,b+d;\alpha+\gamma,\beta+\delta)$$

$$\tilde{M}\times\tilde{N}\approx(ac,bd;c\alpha+a\gamma-\alpha\gamma,d\beta+b\delta-\beta\delta)$$

$$\frac{\tilde{M}}{\tilde{N}}\approx\left(\frac{a}{d},\frac{b}{c};\frac{a\delta+d\alpha}{d(d+\delta)},\frac{b\gamma+c\beta}{c(c-\gamma)}\right)$$

1.2.3 左模糊集、右模糊集、模糊极大集和模糊极小集[9]

定义 1.7 对任意模糊数 $\tilde{A}$，它的左模糊集和右模糊集借助其隶属函数分别定义为

$$\mu_{\tilde{A}_L}(x)=\sup_{x=y+z,z\leqslant 0}\mu_{\tilde{A}}(y)$$

$$\mu_{\tilde{A}_R}(x)=\sup_{x=y+z,z\geqslant 0}\mu_{\tilde{A}}(y)$$

定义 1.8 n 个模糊数 $\tilde{A}_1,\tilde{A}_2,\cdots,\tilde{A}_n$ 的模糊极大集、模糊极小集分别

记为 $\tilde{A}_{\max}$ 和 $\tilde{A}_{\min}$，隶属函数定义为

$$\mu_{\tilde{A}_{\max}}(x)=\sup_{x=x_1\vee x_2\vee\cdots\vee x_n}\min\{\mu_{\tilde{A}_1}(x_1),\mu_{\tilde{A}_2}(x_2),\cdots,\mu_{\tilde{A}_n}(x_n)\mid(x_1,x_2,\cdots,x_n)\in\mathscr{R}^n\}$$

$$\mu_{\tilde{A}_{\min}}(x)=\sup_{x=x_1\wedge x_2\wedge\cdots\wedge x_n}\min\{\mu_{\tilde{A}_1}(x_1),\mu_{\tilde{A}_2}(x_2),\cdots,\mu_{\tilde{A}_n}(x_n)\mid(x_1,x_2,\cdots,x_n)\in\mathscr{R}^n\}$$

1.2.4 Hamming 距离和 Hausdorff 距离[11-16]

定义 1.9 两个集合之间的 Hamming 距离用于衡量两个集合之间的差异，对于模糊集合 $\tilde{A}_i$ 和 $\tilde{A}_j$，其 Hamming 距离记作 $d_H(\tilde{A}_i,\tilde{A}_j)$，定义为

$$d_H(\tilde{A}_i,\tilde{A}_j)=\int_{x\in S}|\mu_{\tilde{A}_i}(x)-\mu_{\tilde{A}_j}(x)|\,dx$$

式中，$S=S_1\cup S_2$，S_1 和 S_2 分别为模糊集合 $\tilde{A}_i$ 和 $\tilde{A}_j$ 的支撑集，$S_i=\{x\mid x\in U,\mu_{\tilde{A}_i}(x)>0\},i=1,2$。

如果 $\tilde{A}$ 是模糊数，则 $\tilde{A}_\alpha=\{x:\mu_{\tilde{A}}(x)\geqslant\alpha\}$ 是一个闭区间，记为 $\tilde{A}_\alpha=[\tilde{A}_\alpha^L,\tilde{A}_\alpha^U]$。

定义 1.10 对于两个模糊数 $\tilde{A}_i$ 和 $\tilde{A}_j$，其 Hausdorff 距离记作 $d_F(\tilde{A}_i,\tilde{A}_j)$，定义为

$$d_F(\tilde{A}_i,\tilde{A}_j)=\sup_{0\leqslant\alpha\leqslant1}\{\max\{\sup_{x\in(\tilde{A}_i)_\alpha}\inf_{y\in(\tilde{A}_j)_\alpha}|x-y|,\sup_{y\in(\tilde{A}_j)_\alpha}\inf_{x\in(\tilde{A}_i)_\alpha}|x-y|\}\}$$

定理 1.1 对于两个模糊数 $\tilde{A}_i$ 和 $\tilde{A}_j$，有

$$\begin{aligned}&\max\{\sup_{x\in(\tilde{A}_i)_\alpha}\inf_{y\in(\tilde{A}_j)_\alpha}|x-y|,\sup_{y\in(\tilde{A}_j)_\alpha}\inf_{x\in(\tilde{A}_i)_\alpha}|x-y|\}\\&=\max\{|\tilde{A}_{i_\alpha}^L-\tilde{A}_{j_\alpha}^L|,|\tilde{A}_{i_\alpha}^U-\tilde{A}_{j_\alpha}^U|\}\end{aligned}$$

1.3 偏好信息类型

设 $X=\{x_1,x_2,\ldots,x_n\}$ 为方案集合，决策者（专家）给出的偏好信息，常见的有以下类型。