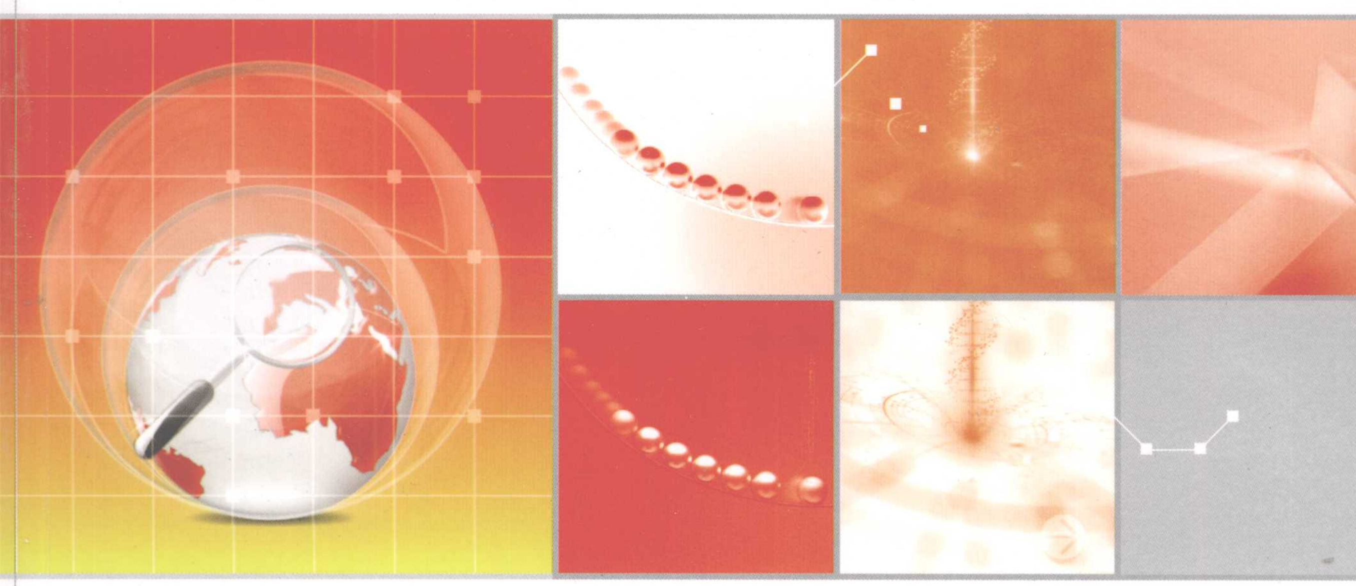
主　编　潘　渊
副主编　魏俊波　张会云



大学物理实验

西北工業大學出版社

高 等 学 校 教 材

大学物理实验

主　编　潘　渊
副主编　魏俊波　张会云

西北工业大学出版社

图书在版编目（CIP）数据

大学物理实验/潘渊主编．—西安：西北工业大学出版社，2008.8
ISBN 978-7-5612-2459-5

Ⅰ．大…　Ⅱ．潘…　Ⅲ．物理学—实验—高等学校—教材　Ⅳ．O4-33

中国版本图书馆CIP数据核字（2008）第131380号

出版发行：西北工业大学出版社
通信地址：西安市友谊西路127号　**邮编**：710072
电　　话：(029)88493844　　88491757
网　　址：www.nwpup.com
印 刷 者：陕西向阳印务有限公司
开　　本：787 mm×1 092 mm　1/16
印　　张：11.25
字　　数：271千字
版　　次：2008年8月第1版　　2008年8月第1次印刷
定　　价：19.80元

前　言

随着物理实验教学改革的不断深化，实验教学内容也在不断发生变化。此外，随着设备的更新，即使实验项目没有改变，但所使用的仪器型号也会发生变化。本书出版的目的就是要反映这些变化。教材在整体结构上仍然采用以往的模式，也就是将实验项目分为基础实验和综合实验，个别带有设计性质的内容也归入综合实验。本书分为 3 章，第 1 章为误差理论与数据处理方法简介，第 2，3 章共包含 29 个实验项目，其中基础实验项目 17 个，综合实验项目 12 个。精选的基础实验在内容上涉及基本仪器的使用、基础实验思想方法学习和基础技能训练等。这些实验内容可以放在物理实验课的第一阶段开出，为学生后续做综合性与设计性实验项目以及其他专业实验打下基础。综合实验项目在难度上有所增加，通常放在物理实验课的第二阶段开出。

本书由潘渊担任主编，由魏俊波、张会云担任副主编。参加本书编写的有潘渊（绪论，第 1 章，实验 2.3，2.4，2.6，2.15，3.3，3.9，3.10）、魏俊波（实验 2.2，2.5，3.1，3.8）、张会云（实验 2.8，2.11，2.13，2.14，3.4，3.12）、薛勇锋（实验 2.10，3.6，3.11）、戈西平（实验 2.9，附录）、朱婧（实验 2.17）、许志成（实验 3.7）、王利国（实验 3.5）、孙伯耳（实验 2.1，2.16）、全红娟（实验 2.7）、丁健（实验2.12）、邓小涛（实验 3.2）。书中插图由张会云用autoCAD绘制。全红娟负责文字录入工作。全书最后由潘渊、魏俊波修改定稿。

在本书编写过程中，张士勇对第 1 章中的相关内容提出了许多宝贵的建议，王晋国、石焕文参与了第 3 章部分内容的审稿工作，在此一并表示感谢。

此外，本书既吸收了长安大学以往物理实验教材的精华，也参考了兄弟院校的实验教材，在此对有关作者表示衷心感谢。

由于我们的业务水平有限，错误和缺点在所难免，恳请读者批评指正。

编　者

2008 年 6 月

目　录

绪　论

一、物理实验课的地位和任务

物理学是一门实验科学。在长期的发展过程中，物理实验已形成了自己的一整套理论和方法体系。对工科院校的学生来说，物理实验是学生进行科学实验基本训练的一门必修课，也是学生进入大学后系统学习基本实验知识、实验方法和实验技能的开端。本课程通过对基本物理现象的观察分析，使学生能够掌握基本物理量的测量方法、常用实验仪器的结构原理和使用方法以及典型的实验思想等。通过本课程的学习，可以培养学生实验设计与实验操作的基本能力，对实验数据进行分析，给出实验结果及相应误差的能力。

物理实验课的具体任务包括以下几个方面：

(1)加深对物理理论的理解。物理实验课中所开设的绝大多数实验都是以基本物理现象为研究对象，如力学、热学、光学、电磁学以及近代物理中的有关现象，这便是物理理论与物理实验之间的联系。

(2)培养和提高学生的综合实验能力。物理实验课与理论课有着密切的联系，但在教学任务方面却有着很大的区别。物理实验课对学生实验能力的培养包括以下几个方面：

1)通过阅读实验教材、仪器说明书等资料，学习正确使用仪器设备的能力；

2)通过对实验现象的观察，运用理论分析问题和解决问题的能力；

3)正确记录和处理数据，说明实验结果，撰写实验报告的能力；

4)完成简单设计性实验的能力。

(3)培养和提高学生的科学实验素质，即理论联系实际和实事求是的作风，严肃认真的工作态度，不怕困难、勇于探索的精神，爱护公物、遵守纪律的优良品德。

二、教学基本要求

物理实验是一门对动手能力要求很强的课程，只有勤于动手，善于动脑，将理论知识与实验操作相结合，通过一个个的实验操作，才能完成基本的实验教学任务。在教学中对以下基本要求应予以特别重视。

(1)掌握误差理论的基本知识。如测量及误差的基本概念，误差的分类和误差来源，直接和间接测量量的误差估计，系统误差的分析和基本消除方法。能根据上述误差知识对实验的仪器和方法作出选择，在实验中有意识地对误差进行控制，并选择合适的方法对实验数据进行处理。在学习和应用误差理论的同时，还应对不确定度理论有所了解。

(2)掌握基本的实验思想和测量方法，如比较法、转换法、放大法、补偿法等。

(3)掌握基本物理量的测量方法，常用实验仪器的使用方法、调试及操作技能。

(4)能够撰写完整的实验报告。

三、物理实验教学的三个环节

物理实验课教学通常包括以下三个环节：

1. 预习

课前应仔细阅读实验教材，明确实验任务，了解实验原理、实验方法、实验条件和实验仪器的使用，弄清实验的主要步骤，合理设计数据记录表格。

2. 实验

进入实验室后，必须遵守实验室规则，认真听取教师的有关介绍，记录实验所用仪器的名称、量程、级别、分度值等有关内容。实验时要正确安装仪器，经认真检查或采取一定措施检验后，若无异常现象，方可开始实验。对于实验中出现的异常现象要及时发现，认真思考分析，必要时也可与教师共同讨论，待故障排除后再进行实验。实验原始数据的记录必须严肃认真，不可随意涂改，更不许伪造数据。若原始数据确有错误，可用笔划掉并注明原因，再将正确的数据写在旁边。实验数据经教师检查认可后，方可关闭电源，整理好仪器，打扫室内卫生。

3. 撰写实验报告

实验报告是对自己所取得的实验结果的书面总结，要求内容精练、文字简洁、计算准确、观点明确。实验报告通常包括下列内容：

(1)姓名、班组、学号、实验日期、实验地点、环境条件(天气、室温、气压等)。

(2)实验名称及实验任务。

(3)实验原理。应简要地说明实验所依据的原理、公式及其适用条件，并画出原理示意图。

(4)实验仪器。记录仪器名称、型号、分度值、准确度等级、额定参数及量程等。

(5)原始数据记录及数据处理。数据记录应准确无误，数值计算和误差估计应注意有效数字的位数，绘图必须规范，实验结果表达应完整。

(6)分析结果、评定实验。① 进行误差分析并对结果作出评价，对实验现象作必要的分析与解释；② 阐述实验体会及改进建议，并回答指定的问题。

第1章　误差理论与数据处理方法简介

测量误差与数据处理知识是物理实验的重要内容之一。人们要深入地认识和研究自然规律，就必须进行一系列的科学实验，测量是科学实验必不可少的内容之一。任何测量结果都具有误差，误差自始至终存在于科学实验和测量的过程之中，这也称为误差公理 。对误差的研究和分析之所以重要，在于误差是测量结果表达时不可缺少的内容，一个没有标明误差的测量结果几乎是没有用处的数据。在日常生活中，人们对误差的要求并不严格，但在科研工作中，当一位科学工作者采用某一测量数据时，不仅要知道这一数据本身的大小，而且还要知道它的误差，以及这一误差的可信程度等。在物理实验中，不仅要搞清实验原理，学会使用实验仪器，而且还要对误差的大小进行估计，对误差产生的原因进行分析。误差理论同其他理论一样，都处在不断发展之中。目前不确定度理论已在科研和教学中进行推广，因此本书在编写时虽将重点放在误差理论上，但为了在教学中推广和使用不确定度，仍将不确定度的有关理论简要列出，以供学生学习和应用。此外，实验数据处理将用到大量的数学知识，考虑到大学低年级同学在这一方面还有些欠缺，因此本书在叙述误差估计和数据处理方法时，尽可能简单明了，给出所用公式，并指明其适用对象和所得结果的意义，而不过多地涉及数学上的推导。

1.1　测量与误差的基本概念

1. 测量及其分类

(1)测量的定义。了解与给定测量目标有关的全部信息、设备和操作，称为测量。

测量是科学实验中的重要工作之一，一个较完整的测量应该包括五种要素：测量对象、测量仪器与测量方法、测量条件、测量结果、测量单位。

(2)测量的分类。

1)按照获得被测量的方法，分为直接测量和间接测量。

2)按照对某一量的测量次数，分为单次测量和多次测量。

3)按照测量条件的不同，分为等精度测量和非等精度测量。

4)按照被测量在测量过程的状态，分为静态测量和动态测量。

2. 误差的概念

误差可用如下公式定义：

$$误差(\delta) = 测量值(x) - 真值(\mu) \tag{1.1.1}$$

式(1.1.1)给出的误差也称为绝对误差，它与被测量具有相同的单位。真值是指某一时刻和某一位置或状态下，某量的效应体现出的客观值。也就是说，真值具有时空性，真值是一个理想的概念。一般来说，真值是未知的，因而通常用近似真值来代替真值。近似真值一般是指等精度多次测量的算术平均值或高一等级的计量标准所测量的量值。当真值不可知时，通常用偏差

来近似表示误差。

偏差：多次测量中的某一值与其算术平均值之差，即

$$\Delta x_i = x_i - \bar{x} \tag{1.1.2}$$

在处理实验数据时，有时会用到“修正值”的概念，其定义如下：

$$修正值 = -误差 = 真值 - 测量值 \tag{1.1.3}$$

或

$$真值 = 测量值 + 修正值 = 测量值 - 误差 \tag{1.1.4}$$

式(1.1.4)非常符合人们的思维过程，也就是说，含有误差的测量值减去这一误差或给它加一个修正值便是真值。但值得注意的是，如果修正值不准，那么测量值虽经修正，但仍不是真值。

一个测量结果的优劣不仅与绝对误差的大小有关，而且还与被测量本身的大小有关，为此，引入相对误差的概念。

$$相对误差(E) = (绝对)误差 / 真值 \tag{1.1.5}$$

若用偏差Δx_i近似表示误差，用平均值$\bar{x}$近似表示真值，并以百分数表示相对误差E，则有

$$E = (\Delta x_i/\bar{x}) \times 100\% \tag{1.1.6}$$

3. *误差来源及其分类*

(1) 误差来源。要减小误差就必须搞清楚误差的来源，通常可将误差的来源归为以下几个方面：

1) 方法误差：由于测量方法或计算方法的不完善所引起的误差。

2) 人员误差：由测量者的生理局限和固有习惯引起的误差。

3) 环境误差：由各种环境因素与要求的标准状态不一致引起的误差。

4) 仪器误差：包括标准器的误差、测量仪器及其附件的误差等，主要是由于仪器本身的缺陷、分辨力限制等引起的误差。

必须注意的是，在测量过程中，以上几个方面的误差常常是联合起作用的。在进行误差分析时，有时将其中对误差产生较大影响的因素单独提出来予以考虑，有时也将几个误差来源综合在一起。

(2) 误差分类。根据误差的不同特性及便于研究和处理误差，人们将误差分为系统误差和随机误差两大类。

1) 系统误差。在对同一被测量的多次测量过程中，保持为常数或以可以预知的方式变化的误差。

系统误差的最大特点是其确定性，保持为常数的系统误差称为定值系统误差。以确定规律变化的系统误差称为变值系统误差。所谓确定规律的意思是，误差为某一个或某几个因素的函数，这种函数可以表达为解析式、曲线和数表等。当实验条件确定时，系统误差在客观上就是一个恒定值，在这一条件下多次测量也不能消除它。而当实验条件改变时，误差随这些实验条件因素有规律地变化。因此，改变实验条件是发现系统误差的一种方法。这里所说的实验条件因素，包括前面提到的方法因素、人员因素、环境因素和仪器因素的其中一种或几种 。

通常将系统误差按掌握的程度可分为已定系统误差和未定系统误差。对于已定系统误差，可以按式(1.1.4)进行修正；而对于未定系统误差，只能估计其误差限。

2) 随机误差。单次测量时，误差可大可小，可正可负，但多次测量后其平均值(期望)趋于零，具有这种性质的误差称为随机误差。

随机误差具有单个无规性，但多次测量同一量时，各测量值的随机误差服从一定的统计规

律，它具有以下几个性质。

抵偿性：设多次测量出现的随机误差为 $\delta_1,\delta_2,\cdots,\delta_n$，则

$$\lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n}\delta_i = 0$$

单峰性：即绝对值小的误差比绝对值大的误差出现的次数多。

有界性：误差的绝对值不会超过某一范围，即

$$|\delta_i| \leqslant |\delta_{max}|$$

对称性：绝对值相等而符号相反的误差出现的概率相同。

由此得出以下结论：随机误差服从截尾正态分布，如图 1.1.1 所示。

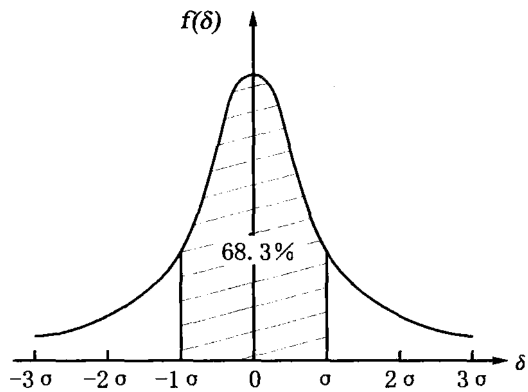


图 1.1.1　正态截尾图

随机误差产生的原因为多种因素的共同作用，这些因素包括前面提到的方法、人员、环境、仪器以及被测对象等，其中每一因素对测量结果的影响可能并不大，但众多因素的总和则将产生明显的影响。随机误差除服从统计规律外，无其他确定的规律。因此，随机误差不能修正，只能对其进行估计 。

值得提出的是，对于超出规定条件下预期的误差，通常称做粗大误差，它是由于实验者粗心大意或操作不当造成的一种人为误差，含有粗大误差的测量值称为坏值或异常值。粗大误差实质上是一种差错，它不属于测量误差，应在数据处理时予以剔除。

(3) 系统误差与随机误差的区别与联系。系统误差的变化具有确定性规律，而随机误差则服从统计规律，这是它们的基本区别。为了说明系统误差与随机误差的关系，人们习惯于用下列词语和图形来描述。

通常所说的“精度”一词泛指误差的大小，若将误差分为随机和系统两类时，精度分为三种描述。

精密度：表示测量结果互相接近的情况，它描述了随机误差的大小。

准确度：表示测量结果(以多次测量的平均值表示) 与真值符合的程度，它反映了系统误差的大小。

精确度：表示精密度和准确度两方面的情况，这是对系统误差和随机误差的综合描述。

下面借助于打靶的记录图形(见图 1.1.2) 对误差进行描述。

图(a)：精密度高，准确度低，即随机误差小，系统误差大；

图(b):精密度低,准确度高,即随机误差大,系统误差小;

图(c):精密度高,准确度也高,即随机误差小,系统误差也小。

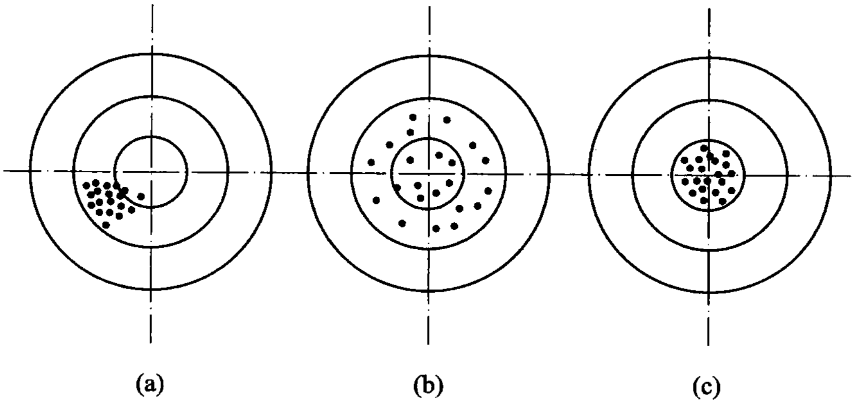


图 1.1.2 打靶图

从误差来源分析,方法、人员、环境、仪器等既可以产生系统误差,也可以产生随机误差。例如,度盘的刻度值有误差,若用度盘的同一位置测量角度,则误差恒定;若用度盘的不同位置测角度,则误差呈随机性表现。又如某人读数时,习惯于偏大或偏小,那么他所读的一组数据因人员因素产生的误差为系统误差。如果让不同的人用同一台仪器在同一测量条件下对同一物理量进行测量,所得的一组测量结果中因人员因素而产生的误差就具有随机误差的特征。根据这一点,一方面,可以将一定条件下的系统误差转化为随机误差;另一方面,也可以通过采用更加完善的方法和精度更高的测量仪器,将某些随机误差转化为系统误差。

区分系统误差和随机误差是为了分析和处理误差的方便。在有些情况下,两种误差是不容易截然分开的,有时也将一些影响较小的系统误差作为随机误差来处理,或者将系统误差与随机误差通过一定的方式转化后进行处理,甚至在有些误差处理中既包含系统误差又包含随机误差。因此,在区分误差与处理误差之间,更重视处理误差。目前推广的不确定度理论,在这一方面的优越性是明显的,它不再区分“系统”和“随机”,而是根据处理方法将不确定度分为 A 类和 B 类两种分量。

1.2 误差的简单估计

1. 系统误差的消除与估计

(1) 发现系统误差的一般方法。要消除系统误差,首先要发现它,通常采取的办法有:

1) 理论分析法。分析实验理论是否严密,分析实验方法是否完善,分析实验所要求的环境条件是否满足,分析实验仪器的精度是否达到要求等。

2) 实验对比法。改变实验人员、实验环境条件、实验仪器及实验方法等,看它们对实验结果有无影响,这是发现系统误差的基本方法。

3) 数据分析法。对测量值依次排列,观察偏差的量值和符号的变化情况,若偏差有规律变化,则说明测量中含有呈规律性变化的系统误差。

(2) 系统误差的消除。对于已定系统误差,可通过对测量值加修正值的方法予以消除。对

于未定系统误差，可用下列两种方法来减小：第一，在实验过程中尽可能控制产生误差的因素来限制系统误差。第二，在测量过程中，选择合适的测量方法，使系统误差相互抵消而不致带入测量结果。这一方法的表现形式是多种多样的，在以后的实验中就会遇到。

（3）系统误差的估计。虽然对已定系统误差进行了修正，并采取措施减小了未定系统误差，但系统误差仍不可能为零，这时应对实验结果的系统误差进行估计。在物理实验中，一般仅考虑仪器因素产生的系统误差，将仪器误差限（即仪器的最大绝对误差）记为 $\Delta_{仪}$，并认为仪器误差服从均匀分布（实际上也可能是其他分布）。在 $\Delta_{仪}$ 范围内，不同符号和大小的仪器误差出现的概率都相同。相应于 $\Delta_{仪}$ 的仪器的标准偏差为

$$s_{仪} = \frac{\Delta_{仪}}{\sqrt{3}} \tag{1.2.1}$$

2. 随机误差的估计

（1）直接测量结果的误差估计。随机误差的估计所依据的数学知识为概率论与数理统计，其研究对象为随机现象，在物理实验中表现为对某一物理量进行多次测量所得到的一列测量数据。下面给出几个与测量列有关的概念和公式，并说明它们的意义。

1）几个概念。

ⅰ）算术平均值。对某一被测量在等精度条件下进行多次测量，可获得一个测量列 x_1，x_2，…，x_n，该测量列的平均值为

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \tag{1.2.2}$$

它的意义是：当假设系统误差已被消除时，算术平均值是真值的最佳估计值，因此用算术平均值近似表示真值，这也称为算术平均值公理。

ⅱ）标准偏差。

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2} \tag{1.2.3}$$

式(1.2.3)称为贝塞尔公式，它表示了测量列中单个测量值的标准偏差的大小。然而这并不是说测量列中任何一个测量值都具有相同的偏差，实际上测量值的偏差 $\Delta x_i = x_i - \bar{x}$ 是随 x_i 变化的，从 s 的表达式中也可以看出，它是各测量值偏差的一个平均效应，具有如下的统计意义：它表示真值以某一概率落入 $[\bar{x} \pm s]$ 之内，或者测量值的误差 δ 以某一概率落入 $[-s, +s]$ 之内。通常对于一个测量列而言，测量值的误差区间的大小与置信度 $p = (1-\alpha)$ 有关，置信度 p 也称为置信水平或置信概率，α 称为显著性水平，即对于置信度 p 的误差区间为 $\pm t_p(n-1)s$，$t_p(n-1)$ 是 t 分布因子，它还和测量次数 n 有关，$t_p(n-1)$ 的值可通过表 1.2.1 查出。

表　1.2.1

$n-1$ / $t_p(n-1)$ / p	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	20	40	∞
0.683	1.84	1.32	1.2	1.14	1.11	1.09	1.08	1.07	1.06	1.05	1.03	1.01	1
0.95	12.7	4.3	3.18	2.78	2.57	2.45	2.36	2.31	2.26	2.23	2.09	2.02	1.96
0.99	63.7	9.92	5.84	4.6	4.03	3.71	3.5	3.36	3.25	3.17	2.85	2.7	2.58
0.997 3	236	19.2	9.21	6.62	5.51	4.9	4.53	4.28	4.09	3.96	3.42	3.2	3

综上所述，当用某一测量值 x 近似表示真值时，其对应于置信概率 p 和测量次数 n 的误差区间估计值为$[-t_p(n-1)s, +t_p(n-1)s]$。

ⅲ）平均值的标准偏差。

$$s_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2} \tag{1.2.4}$$

它的意义是，当用一个测量列的平均值 $\bar{x}$ 近似表示真值时，是有误差的，对应于置信概率 p 和测量次数 n 的误差区间估计值为$[-t_p(n-1)s_{\bar{x}}, +t_p(n-1)s_{\bar{x}}]$。由此可以看出，对同一测量列和同一置信水平，用平均值近似表示真值要比用单个测量值表示真值时的误差要小，准确地说，前者误差是后者误差的 $1/\sqrt{n}$。

2）多次直接测量结果的表示（暂不考虑系统误差）。在对一个稳定的被测对象（真值是唯一的）进行多次测量时，其测量结果的表达如下：

$$x = \bar{x} \pm t_p(n-1)s_{\bar{x}} \quad (\text{置信概率为 } p\text{，自由度为 } n-1) \tag{1.2.5}$$

$t_p(n-1)$ 可以通过表 1.2.1 查得，在物理实验中一般取 $p = 68.3\%$，若 p 取其他值，应注明。

3）要注意的几个问题：

第一，式(1.2.5)是针对被测对象稳定不变的情况，物理实验的大部分测量属于这一类，但有时也会遇到测量对象变动的情况，这时虽然也进行了 n 次测量，但其实质是对 n 个不同量的测量，多次测量也消除不了被测对象的波动情况。此时，测量值的标准偏差 s 不仅反映了由各种综合因素产生的随机误差，而且也反映了被测对象的波动情况，这时的平均值仅表示各被测对象的平均效应。在这种情况下，虽以平均值描述测量结果，但误差应以 $t_p(n-1)s$ 表示。例如，在杨氏模量实验中，对粗细不均匀的钢丝直径的不同部位进行的多次测量便属于上述情况。

第二，有时对某一量进行测量，所得的各测量值非常接近甚至一样，这时的标准偏差 s 则近似为零，这并不表示测量没有误差，而是测量仪器的精度不够，反映不出各测量值之间的差异，这时约定用仪器的最大误差 $\Delta_{仪}$ 估计测量的误差。

第三，为了减小随机误差，可以通过增加测量次数来实现，但随着测量次数 n 的增大，随机误差减小的速度将明显减慢。当 $n > 10$ 时，其减小已很不明显。因此，在物理实验中的测量次数可控制在 $6 \sim 10$ 次。

第四，对随机误差的估计有多种方法，有些资料中也用测量列的算术平均偏差去估计误差。算术平均偏差为$\overline{\Delta x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}|x_i-\bar{x}|$。理论分析指出，平均值的误差落入$[-\overline{\Delta x}, +\overline{\Delta x}]$的概率要比落入$[-s_{\bar{x}}, +s_{\bar{x}}]$的概率小。在本书中，均采用标准差的形式估计随机误差。

第五，当某测量值的偏差$(x_i-\bar{x}) > 3s$时，可认为这一测量值具有粗大误差，应舍弃它，并重新计算平均值及其标准差。

第六，当对测量精度要求不严格，或因条件限制仅作单次测量时，单次测量的误差取仪器的最大误差 $\Delta_{仪}$ 来估计，但有时还要考虑测量的实际情况。例如，在密立根油滴实验中用电子秒表测量油滴匀速下落 2 mm 所用的时间，秒表的误差为$\frac{1}{100}$ s，但由于启动和制动引起的误差约为 0.2 s，因此，一个油滴下降时间的误差约为 0.2 s。

单次测量结果的表示为

$$x = x_i \pm \Delta_{仪} \tag{1.2.6}$$

此处的 x_i 为单次测量值，对上述例子，如果测得的时间值为 23 s，则 $t = (23 \pm 0.2)$s。

4）多次直接测量误差分析及结果表达举例。在十一线电位差计实验中，对某待测电池用补偿法进行等精度测量，测得的长度（单位：m）如下：

6.287 5　6.283 5　6.284 0　6.284 5　6.282 0

6.283 0　6.285 5　6.284 5　6.286 0　6.287 0

平均值　$\bar{l} = 6.284\ 8$ m

单次测量值的标准偏差　$s = \sqrt{\dfrac{1}{10-1}\sum\limits_{i=1}^{10}(l_i - \bar{l})^2} = 0.001\ 8$

平均值的标准偏差　$s_{\bar{l}} = \dfrac{s}{\sqrt{10}} = 0.001\ 4$

置信系数　$t_{0.683}(9) = 1.06$

误差估计值　$t_{0.683}(9)s_{\bar{l}} = 1.06 \times 0.001\ 4 = 0.001\ 484 \approx 0.002$ m

测量结果表达　$l = (6.285 \pm 0.002)$ m，　$p = 68.3\%$

$$E_l = \frac{0.002}{6.285} \times 100\% = 0.032\%$$

可见，测量结果中不仅要给出真值的估计值，而且要估计误差范围，并注明置信水平。相对误差的估计值也应在测量结果中给出。

（2）间接测量结果的随机误差估算。间接测量量

$$N = f(x, y, \cdots, z) \tag{1.2.7}$$

其中 $x, y, \cdots, z$ 为直接测量量。

设 $x, y, \cdots, z$ 均无系统误差，$x, y, \cdots, z$ 之间相互独立，对各直接测量量的测量次数比较多（$\geqslant 6$ 次），则标准偏差

$$s_N = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 s_x^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 s_y^2 + \cdots + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2 s_z^2} \tag{1.2.8}$$

相对误差

$$\frac{s_N}{N} = \sqrt{\left(\frac{\partial \ln f}{\partial x}\right)^2 s_x^2 + \left(\frac{\partial \ln f}{\partial y}\right)^2 s_y^2 + \cdots + \left(\frac{\partial \ln f}{\partial z}\right)^2 s_z^2} \tag{1.2.9}$$

以上称为用方和根合成法求间接测量量的标准偏差的传递公式。

当以 $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$ 代入式(1.2.7)时，可相应得到以下公式：

$$\bar{N} = f(\bar{x}, \bar{y}, \cdots, \bar{z}) \tag{1.2.10}$$

$$s_{\bar{N}} = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial \bar{x}}\right)^2 s_{\bar{x}}^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial \bar{y}}\right)^2 s_{\bar{y}}^2 + \cdots + \left(\frac{\partial f}{\partial \bar{z}}\right)^2 s_{\bar{z}}^2} \tag{1.2.11}$$

$$\frac{s_{\bar{N}}}{\bar{N}} = \sqrt{\left(\frac{\partial \ln f}{\partial \bar{x}}\right)^2 s_{\bar{x}}^2 + \left(\frac{\partial \ln f}{\partial \bar{y}}\right)^2 s_{\bar{y}}^2 + \cdots + \left(\frac{\partial \ln f}{\partial \bar{z}}\right)^2 s_{\bar{z}}^2} \tag{1.2.12}$$

式(1.2.11)、式(1.2.12)是实验中经常要用到的两个公式，通常为便于计算，对于函数表达式(1.2.10)为和、差关系时，先按式(1.2.11)计算标准偏差 $s_{\bar{N}}$，再除以 $\bar{N}$，求得相对误差 $\dfrac{s_{\bar{N}}}{\bar{N}}$。而对于函数表达式为积、商、幂的形式时，可先按式(1.2.12)求出相对误差 $\dfrac{s_{\bar{N}}}{\bar{N}}$，再乘以 $\bar{N}$ 求出标准

偏差。此外，利用式(1.2.11)或式(1.2.12)进行计算时，若根号下的某一项小于最大项的$\frac{1}{10}$，则可省掉它。

表(1.2.2)给出了常用函数的标准偏差传递公式(为书写方便，x,y,z,N各量均省去平均值符号)。

表 1.2.2　常用函数的标准偏差传递公式

函数关系式	标准偏差传递公式
$N = x \pm y$	$s_N = \sqrt{s_x^2 + s_y^2}$
$N = xy,\quad N = \frac{x}{y}$	$\frac{s_N}{N} = \sqrt{\left(\frac{s_x}{x}\right)^2 + \left(\frac{s_y}{y}\right)^2}$
$N = kx$	$s_N = ks_x,\quad \frac{s_N}{N} = \frac{s_x}{x}$
$N = \sqrt[k]{x}$	$\frac{s_N}{N} = \frac{1}{k} \cdot \frac{s_x}{x}$
$N = x^k$	$\frac{s_N}{N} = k \cdot \frac{s_x}{x}$
$N = \frac{x^k y^m}{z^n}$	$\frac{s_N}{N} = \sqrt{k^2\left(\frac{s_x}{x}\right)^2 + m^2\left(\frac{s_y}{y}\right)^2 + n^2\left(\frac{s_z}{z}\right)^2}$
$N = \sin x$	$s_N = \lvert \cos x \rvert s_x$
$N = \ln x$	$s_N = \frac{s_x}{x}$

3. 总和误差的估计

对于既有随机误差，又有系统误差的测量结果，需要估计两类误差的总合效应。方法如下：

$$s_{合} = \sqrt{s_{\overline{N}}^2 + \left(\frac{\Delta_{仪}}{\sqrt{3}}\right)^2} \tag{1.2.13}$$

式中，$s_{\overline{N}}$为根据式(1.2.11)算出的随机误差；$\Delta_{仪}$为所有仪器的总误差限，它可以类似于式(1.2.8)进行计算。对于$s_{合}$所对应的置信水平，一般来说，需要严格的计算，但在物理实验中，认为它所对应的置信水平为68.3%，对要求较高的测量来说，可以取$2s_{合}$或$3s_{合}$来估计误差。

测量结果的最终表示为

$$\left.\begin{aligned} N &= \overline{N} \pm s_{合} \\ E_N &= \frac{s_{合}}{\overline{N}} \times 100\% \end{aligned}\right\} \tag{1.2.14}$$

1.3　不确定度的介绍

1. 定义与分类

(1) 定义。不确定度是建立在误差理论基础上的一个新概念，是误差的数字指标，未知误差可能大小的程度即为不确定度。它是测量结果的一个参数，用以表征合理赋予被测量值的分

散性。

误差表示测量值与真值之差，在真值未知时，误差当然也是未知的，通常人们可以对系统误差中的已知部分进行修正，但仍有随机误差和未知系统误差存在，不确定度便是对这些未知的可能误差的评价，它反映了测量结果不能确定的量值范围。作为一个完整的测量结果，不仅要给出其量值大小，还要指出测量不确定度。

(2) 分类。对测量结果的不确定度，按其评定方法分为 A 类和 B 类两种分量。

A 类分量：用统计方法计算出的标准差，以 s_j 表示。

B 类分量：用其他方法估计出的“近似标准差”或“等价标准差”，以 U_j 表示。

(3) 不确定度与误差的关系。不确定度的引入避免了误差在概念上的混乱，根据误差的定义，误差 = 测量值 − 真值。它是一个确定的量，但在表达测量结果时，“误差”却是一个随置信区间而变化的量，实际上此时的“误差”指的就是不确定度。

误差按其性质分为系统误差和随机误差，但在实际中要清楚地将它们分开是十分困难的，有时即使分开了，所采取的处理方案也非固定不变，而在采用不确定度概念后，其分类就简单而且实用。这里要指出的是，不确定度 A 类分量与随机误差，B 类分量与系统误差之间并非简单的对应关系，这一点在应用不确定度时值得注意。

2. 不确定度计算

(1) 总体说明。不确定度的计算与误差估算既有区别也有相同之处，其区别主要有以下几点：

1) 对于直接测量量的 B 类不确定度，首先要分析产生不确定度的各种因素，并对这些因素产生的极限误差(即对应于置信概率为 99.7% 的不确定度) 加以估计或从其他资料上直接获得，然后根据经验分布，对极限误差除以某一因子而获得近似标准差，这样得到的近似标准差便与 A 类不确定度(以标准差表示) 具有了同样的统计意义。

2) 当不确定度合成与传递时，对 A 类和 B 类分量作等同处理，均以标准差形式代入，从而避免了误差传递与合成方面的混乱。

3) 对于合成不确定度，可以讨论它的实际分布及有效自由度，从而获得合成不确定度的置信水平。

(2) 直接测量的不确定度。

1)A 类不确定度。当对某一被测量 x 作重复测量时，获得一组测量数据 $x_1, x_2, \cdots, x_n$，其 A 类不确定度即为测量列平均值的标准差。

$$s = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2} \tag{1.3.1}$$

式中，s 表示 A 类不确定度，其自由度为 $n-1$。

2)B 类不确定度。B 类不确定度借用统计方法的形式用类似标准差来表征，它的符号为 U_j，其计算方法有估计法和分析法。在物理实验中，主要根据仪器技术指标以及手册中提供的有关数据或以往的计算所获得的不确定度等信息资料对各因素产生的不确定度边界范围进行估计，并根据先验分布求得近似标准差。B 类不确定度主要采用的概率分布有正态分布、均态分布、三角分布、反正弦分布以及两点分布等。当无法确定分布类型时，《测量不确定度指南》指出应采用均匀分布来处理，假设某因素(或几个因素共同作用) 产生的极限误差(即不确定度边界范围) 为 Δ。当误差为均匀分布时，有