

学  
考  
捷  
径  
丛  
书

◎策划：黄玉群

◎主编：唐光明

Shuxue de Jiejing

# 数学的捷径……

高中版

广西民族出版社

● 学 ● 考 ● 捷 ● 径 ● 丛 ● 书 ●

★ 数学的捷径 · 初中版

★ 物理的捷径 · 初中版

★ 化学的捷径 · 初中版

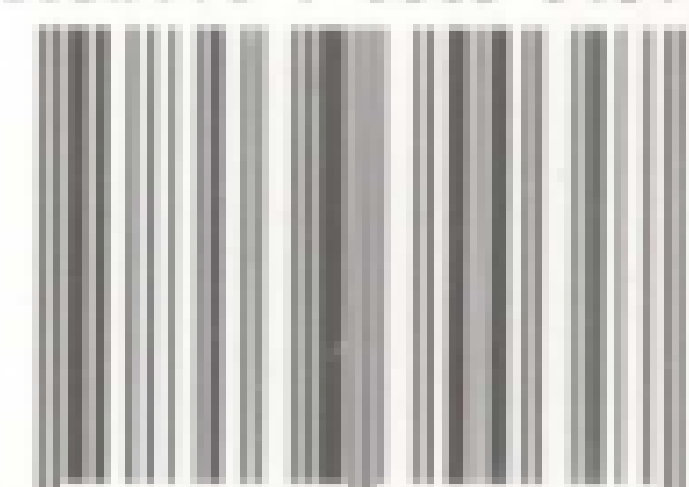
★ 数学的捷径 · 高中版

★ 物理的捷径 · 高中版

★ 化学的捷径 · 高中版

◎ 责任编辑 → 黄玉群    ◎ 封面设计 → 张文馨

ISBN 978-7-5363-5464-7



9 787536 354647 >

定价: 24.80 元

学考捷径丛书

# 数学的捷径

高中版

主 编：唐光明

副主编：黄晓明 周总领

编 者：卢瑞庚 韦汉权 唐光明 黄晓明

周总领 黎柯倪 于成宽

广西民族出版社



# 学海领航，高考指南

## (代 序)

“学考捷径”丛书以我国现行使用最新版本的教材为依托,广泛吸收全国的学科专家、学者、优秀教师的先进经验,在注重教育研究的基础上深入探求学科的学习规律.本丛书注重培养学生“会学”的理念,编写上适时跟进当前的教育改革,敏锐地反映最新的高考信息,准确地把握高考命题趋势,体现了新颖、科学、快捷、实用的设计思想,形成了一套对于学生来说切实可行、符合学习实际、最大限度降低学习难度、缩短学习周期、提高学习效率的学习模式,从而使学生的学习变得轻松愉快,变得有章可循,为广大中学生开辟了一条学习的捷径.

本丛书采取分模块学习的方法,内容分为四个模块:第一,基本知识点;第二,规律、方法、技巧;第三,名师诠释考点;第四,针对训练.各个模块之间既相互关联又自成一体.

**基本知识点** 全面解读教材,或以简洁的语言,或以简单清晰、直观的图表形式系统梳理本章节基本知识点,把握重点、难点,目的是让学生用最少的时间再现所学的知识并理清知识的层次,从而达到整体把握本章节的知识,透彻理解知识点,突破重点难点,夯实基础,提高学科素质的目的.

**规律、方法、技巧** 梳理、归纳、总结教材中的学科规律、方法及其解题思路、技巧;引发思考,启迪思维,体现综合、创新能力,使学生所掌握的基本知识升华为学科思想.

**名师诠释考点** 总结、归纳近几年来高考要点、热点及其命题趋势,并列举相应的典型例题进行诠释、点评,正确引导学生把握高考的命脉,注重知识的迁移,强调解决问题的关键所在,从而有效地理清解题思路、提高解题效率,实现由知识到能力的飞跃.

**针对训练** 针对教材中的知识点、重点、难点、高考点设计练习题以趁热打铁来巩固已学的知识、题型解法、数学思维等.

本丛书具有内容通俗易懂、语言简练、讲解透彻的特点,其主要具有以下显著特点:

### 启迪创新思维的捷径

丛书重在引导学生在梳理知识中发现新知识、新方法、新规律,从而启迪学生的创新思维,使学生体验成功愉悦感,增强自信心.如本书中第 11 页的表 1-18.

| 表1-18 常用正面叙述词语及其否定词语 |     |     |     |    |     |       |       |     |     |
|----------------------|-----|-----|-----|----|-----|-------|-------|-----|-----|
| 正面词语                 | 等于  | 大于  | 小于  | 是  | 都是  | 至少有一个 | 至多有一个 | 任意的 | 所有的 |
| 否定词语                 | 不等于 | 不大于 | 不小于 | 不是 | 不都是 | 一个也没有 | 至少有两个 | 某一个 | 某些  |

### 把握主干,完整知识体系的捷径

丛书着力于主干知识的梳理,横向整合,将教材中分散的、零星的知识点红线串珠,以简单、清晰、直观而又便于记忆的知识网络、图表方式构建完整的知识体系,深化学科综合能力,提纲挈领,纲举目张,使学生能很快地把握各章节知识.如本书中第 101 页的表 7-4.

表7-4 设直线方程的常用技巧及方法

| 已知条件                | 常用技巧及方法                                                                             |
|---------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|
| 截 距                 | ①已知直线的纵截距 $b$ ，常设其方程为 $y=kx+b$<br>②已知直线的横截距 $x_0$ ，常设其方程为 $x=my+x_0$ （它不适用于斜率为0的直线） |
| 直线过点<br>$(x_0,y_0)$ | 当斜率 $k$ 存在时，常设其方程为 $y=k(x-x_0)+y_0$ ；当斜率 $k$ 不存在时，则其方程为 $x=x_0$                     |
| 与已知<br>直线平行         | 与直线 $l:Ax+By+C=0$ 平行的直线可表示为 $Ax+By+C_1=0$ ( $C\neq C_1$ )                           |
| 与已知<br>直线垂直         | 与直线 $l:Ax+By+C=0$ 垂直的直线可表示为 $Bx-Ay+C_1=0$                                           |



理解、记忆知识的捷径

在透彻讲解教材、诠释考点的同时，既注重知识的规律和记忆技巧的归纳总结，又注重解题方法、技巧归纳总结，更注重思维方法和思维受阻突破方法的总结，于潜移默化中培养学生观察、迁移、探索、创新等能力，使得学生在学习和理解、记忆知识时有章可循，使学生的学习变得有趣，使学生能以不变应万变的考试。如本书中第61页的两角和与差的正弦、余弦公式的记忆技巧。

2. 两角和与差的正弦、余弦公式的记忆技巧

两角和与差的正弦公式可简记为：正余，余正，符号同。

说明：两角和与差的正弦公式的右边是正弦与余弦的积（即为正余）、余弦与正弦的积（即为余正），中间的符号与左边的符号相同（即为符号同）。

两角和与差的余弦公式可简记为：余余，正正，符号异。

说明：两角和与差的余弦公式的右边是余弦与余弦的积（即为余余）、正弦与正弦的积（即为正正），中间的符号与左边的符号相异（即为符号异）。



提高解题能力的捷径

一是大量题目是一代名师依据最新高考的命题思路、趋势而精心设计和挑选的新题、活题，既注重知识“点”与“面”的结合，又注重课堂内与课堂外的联系。二是从每一考点入手，运用独到、巧妙的方法，透彻剖析例题，一题多解，总结解题规律和方法，使学生从中获得新的思路、新的想象、新的发现，再次体验成功的喜悦。如本书中第117页的“椭圆定义的应用规律”和第115页的考点1。



## (二)思想、规律、方法

### 1. 椭圆定义的应用规律

椭圆的两个定义从不同角度反映了椭圆的特征,解题时要视具体情况灵活运用.

①如果是涉及动点到两定点的距离问题,则运用椭圆的第一定义.

②如果是涉及动点到一个定点或定直线的距离问题,则运用椭圆的第二定义.

椭圆的第二定义揭示了椭圆上的点到焦点的距离与其到对应准线的距离的关系,因此可以把椭圆上一点到焦点的距离转化为到准线的距离.

③利用椭圆的定义解决其他问题,要注意充分挖掘题设条件中隐含的定义要素,已达到简化运算的目的.

## (三)名师诠释考点

### 考点1: 利用椭圆的定义求动点轨迹

例1 动圆与定圆 $x^2+y^2-4y-32=0$ 内切,且过定点 $A(0,-2)$ .求动圆圆心的轨迹方程.

分析 .....

解 .....定圆圆心为 $B(0,2)$ ,半径 $r=6$ .

设动圆圆心为 $P(x,y)$ ,则.....

$\therefore |PB|+|PA|=6$ , ①

即动点 $P$ 到两定点 $A$ 、 $B$ 的距离之和等于定长6,由椭圆的定义知,点 $P$ 的轨迹是以 $A$ 、 $B$ 为焦点的椭圆,且 $2a=6, 2c=|AB|=4$ ,

即  $a=3, c=2$ ,

$\therefore b^2=5$ .

故所求的方程为  $\frac{x^2}{5}+\frac{y^2}{9}=1$ .

点评:由式①及 $A$ 、 $B$ 两点在 $y$ 轴上可知所得椭圆是标准方程,故要写出方程,只要求出长、短轴长即可.如果由式①得出一个无理方程,再化简成椭圆的标准方程,计算量将很大.而逆用椭圆的定义就干脆利索.



## 把握高考动向、热点的捷径

紧扣高考脉搏,关注热点、焦点问题,让学生在平时的学习、训练中接触高考、体验高考,培养学生的高考意识,提高学生应试能力.如本书中第85~88页的考点1~4.

## (三)名师诠释考点

不等式一直是高考的热点,试题大致有三类:一是考查不等式的性质,常与指数函数、对数函数结合起来考查,有时与充要条件结合起来考查;多采用选择题形式.二是考查解不等式,既有选择或填空形式的基本题,也有解答题,且多为含有参数的不等式,其难度较大,需对参数进行分类讨论.三是与实际应用题结合起来考查,这是近几年来高考的热点.

.....

### 考点2: 不等式性质的应用

不等式的性质是知识的交汇点,常与其他章节的知识综合命题,是高考命题的趋势和热点.解决此类问题要注意综合运用不等式的性质和其他章节的知识.

例3 适当增加不等式条件使下列命题成立:

.....

点评:解这类开放性题目,要求我们在深刻理解不等式的性质的同时,一定要注意它们成立的条件.

让学生学会学习是我们的追求,让学生掌握学习的捷径是我们的目标,让学生在高考中取得好成绩是我们的梦想.

黄玉群

2008年10月30日

# 目 录

## 第一章 集合与简易逻辑 ..... 1

### 一、集合 ..... 1

#### (一)基本知识点 ..... 1

1.集合与元素及其关系 ..... 1

2.集合中元素的性质 ..... 1

3.集合的分类 ..... 1

4.集合的表示方法 ..... 2

5.常用数集的符号 ..... 2

6.集合语言与其他语言的关系 ..... 2

7.集合之间的关系 ..... 3

8.集合的运算律及传递性 ..... 3

#### (二)规律、方法、技巧 ..... 4

1.有限集合的子集个数公式 ..... 4

2.集合的元素个数 ..... 4

3.解集合问题的关键 ..... 4

4.解集合问题的方法 ..... 5

### 二、简易逻辑 ..... 8

#### (一)基本知识点 ..... 8

1.联结词、命题的概念 ..... 8

2.四种命题的形式 ..... 8

3.四种命题的关系 ..... 9

4.复合命题的真值表 ..... 9

5.充要条件 ..... 10

#### (二)规律、方法、技巧 ..... 11

1.复合命题的判断方法 ..... 11

2.命题真假的判断方法 ..... 11

3.复合命题的否定命题的写法 ..... 11

4.一个命题的其他三种命题的写法 ..... 11

5.命题的否定与否命题的区别和联系 ..... 12

6.充要条件的判断 ..... 12

7.有关充要条件问题的证明 ..... 13

8.反证法 ..... 13

9.逆否证法 ..... 13

10.反证法与逆否证法的区别及联系 ..... 13

## 第二章 映射与函数 ..... 16

### 一、映射与函数 ..... 16

#### (一)基本知识点 ..... 16

1.映射的概念 ..... 16

2.映射的性质 ..... 16

3.函数的概念 ..... 16

4.函数与映射的异同 ..... 17

5.函数的表示方法 ..... 17

#### (二)规律、方法、技巧 ..... 18

1.如何确定象与原象 ..... 18

2.映射的判断方法 ..... 18

3.两个给定集合间的映射的个数 ..... 18

4.判断两个函数为同一函数的方法 ..... 18

5.求函数解析式的方法 ..... 18

6.求复合函数的解析式的途径 ..... 19

7.求函数定义域的方法 ..... 19

8.求函数值域的方法 ..... 19

9.求反函数的方法 ..... 21

10.分段函数的反函数的求法 ..... 21

11.互为反函数的性质 ..... 21

### 二、函数的性质 ..... 24

#### (一)基本知识点 ..... 24

1.函数的性质 ..... 24

2.函数奇偶性的四种分类 ..... 24

3.增减函数定义的两种等价形式 ..... 25

4.单调函数的几何意义 ..... 25

5.复合函数的单调性与内外函数的单调性

的关系 ..... 25

#### (二)规律、方法、技巧 ..... 25

1.函数奇偶性的判断方法 ..... 25

2.判断函数单调性的常用方法 ..... 26

### 三、二次函数 ..... 29

#### (一)基本知识点 ..... 29

1.二次函数的概念 ..... 29

2.二次函数的解析式的三种形式 ..... 29



|                                            |    |
|--------------------------------------------|----|
| 3.二次函数在闭区间上的最大值和最小值 .....                  | 29 |
| 4.根的分布 .....                               | 29 |
| 5.函数图象 .....                               | 30 |
| (二)规律、方法、技巧 .....                          | 30 |
| 1.描绘函数图象的基本方法 .....                        | 30 |
| 2.二次函数的图象和性质 .....                         | 30 |
| 3.应用函数知识解应用题的方法 .....                      | 32 |
| <b>四、指数函数与对数函数</b> .....                   | 34 |
| (一)基本知识点 .....                             | 34 |
| 1.幂、方根、对数的概念 .....                         | 34 |
| 2.幂与对数的比较 .....                            | 34 |
| 3.指数函数、对数函数的图象和性质 .....                    | 35 |
| (二)规律、方法、技巧 .....                          | 36 |
| 1.幂的大小的比较 .....                            | 36 |
| 2.对数大小的比较 .....                            | 36 |
| 3.对数方程的解法 .....                            | 36 |
| <b>第三章 数列</b> .....                        | 39 |
| <b>一、数列的基本概念</b> .....                     | 39 |
| (一)基本知识点 .....                             | 39 |
| 1.基本概念 .....                               | 39 |
| 2.数列的分类 .....                              | 40 |
| (二)规律、方法、技巧 .....                          | 40 |
| 1.数列的表示方法 .....                            | 40 |
| 2.求数列通项公式的方法 .....                         | 40 |
| 3.求数列前 $n$ 项和的方法 .....                     | 41 |
| <b>二、等差数列、等比数列</b> .....                   | 43 |
| (一)基本知识点 .....                             | 43 |
| 1.基本概念 .....                               | 43 |
| 2.等差数列与等比数列的性质及比较 .....                    | 44 |
| (二)规律、方法、技巧 .....                          | 45 |
| 1.判断等差数列和等比数列的方法 .....                     | 45 |
| 2.等差(等比)数列的通项 .....                        | 45 |
| 3.等差(等比)数列的前 $n$ 项和公式 .....                | 46 |
| <b>第四章 三角函数</b> .....                      | 48 |
| <b>一、任意角的三角函数</b> .....                    | 48 |
| (一)基本知识点 .....                             | 48 |
| 1.角的概念的推广 .....                            | 48 |
| 2.角的度量——角度制和弧度制 .....                      | 49 |
| 3.任意角的三角函数 .....                           | 49 |
| 4.同角三角函数的基本关系式 .....                       | 50 |
| 5.诱导公式 .....                               | 51 |
| (二)规律、方法、技巧 .....                          | 52 |
| 1.弧度制与角度制的关系 .....                         | 52 |
| 2.任意角的三角函数与锐角三角函数的关系 .....                 | 53 |
| 3.三角函数在各象限内的符号的记忆技巧 .....                  | 53 |
| 4.同角三角函数的基本关系式的记忆技巧 .....                  | 53 |
| 5.诱导公式的记忆技巧 .....                          | 54 |
| <b>二、两角和与差的三角函数</b> .....                  | 56 |
| 基本公式及其推导系统图 .....                          | 56 |
| (一)基本知识点 .....                             | 57 |
| 1.两角和与差的正弦、余弦、正切公式 .....                   | 57 |
| 2.二倍角的正弦、余弦、正切公式 .....                     | 58 |
| (二)规律、方法、技巧 .....                          | 59 |
| 1.常用的三角变换 .....                            | 59 |
| 2.两角和与差的正弦、余弦公式的记忆技巧 .....                 | 61 |
| <b>三、三角函数的图象与性质</b> .....                  | 63 |
| (一)基本知识点 .....                             | 63 |
| 1.正弦函数、余弦函数的图象 .....                       | 63 |
| 2.函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的图象 ..... | 64 |
| 3.三角函数的性质 .....                            | 65 |
| 4.已知三角函数值求角 .....                          | 65 |
| (二)规律、方法、技巧 .....                          | 67 |
| 1.有关三角函数图象与性质问题 .....                      | 67 |
| 2.求三角函数值域的常用方法 .....                       | 67 |
| <b>第五章 平面向量</b> .....                      | 71 |
| <b>一、向量及其运算</b> .....                      | 71 |
| (一)基本知识点 .....                             | 71 |
| 1.向量的概念 .....                              | 71 |
| 2.向量的初等运算 .....                            | 72 |
| 3.平面向量的坐标运算 .....                          | 73 |
| 4.线段的定比分点 .....                            | 74 |
| 5.平面向量的数量积及运算律 .....                       | 75 |
| 6.平移 .....                                 | 76 |

|                                |    |
|--------------------------------|----|
| (二)规律、方法、技巧 .....              | 76 |
| 1.向量的几何运算 .....                | 76 |
| 2.向量的坐标运算 .....                | 77 |
| 3.向量运算的应用 .....                | 77 |
| 4.平移公式的应用 .....                | 77 |
| <b>二、解斜三角形</b> .....           | 80 |
| (一)基本知识点 .....                 | 80 |
| 1.三角形中边与角的关系 .....             | 80 |
| 2.余弦定理 .....                   | 80 |
| 3.正弦定理 .....                   | 80 |
| 4.面积公式 .....                   | 81 |
| 5.相关名词术语 .....                 | 81 |
| (二)规律、方法、技巧 .....              | 81 |
| 1.三角形中的三角函数 .....              | 81 |
| 2.解斜三角形的切入点 .....              | 82 |
| 3.三角形解的个数 .....                | 82 |
| <b>第六章 不等式</b> .....           | 85 |
| <b>一、不等式的概念与性质</b> .....       | 85 |
| (一)基本知识点 .....                 | 85 |
| 1.不等式的概念 .....                 | 85 |
| 2.不等式的分类 .....                 | 85 |
| 3.实数的大小顺序与运算性质 .....           | 85 |
| 4.不等式的基本性质 .....               | 86 |
| 5.常用的重要不等式 .....               | 86 |
| (二)规律、方法、技巧 .....              | 88 |
| 1.实数大小比较的依据和方法 .....           | 88 |
| 2.利用重要不等式求最值 .....             | 89 |
| 3.不等式的证明方法 .....               | 89 |
| <b>二、分式不等式和无理不等式</b> .....     | 92 |
| (一)基本知识点 .....                 | 92 |
| 1.基本概念 .....                   | 92 |
| 2.同解原理 .....                   | 92 |
| 3.二次函数、一元二次方程和一元二次不等式的比较 ..... | 93 |
| (二)规律、方法、技巧 .....              | 93 |
| 1.一元一次不等式的解法 .....             | 93 |
| 2.有理不等式、无理不等式的解法 .....         | 94 |
| <b>三、含绝对值的不等式</b> .....        | 96 |
| (一)基本知识点 .....                 | 96 |

|                                    |     |
|------------------------------------|-----|
| 1.实数的绝对值 .....                     | 96  |
| 2.绝对值两个定理及其推论 .....                | 96  |
| (二)规律、方法、技巧 .....                  | 96  |
| 1.基本绝对值不等式的解法 .....                | 96  |
| 2.只含一个绝对值符号的不等式的类型及解法 .....        | 96  |
| 3.含两个及两个以上绝对值符号的不等式的解法 .....       | 97  |
| <b>第七章 直线与圆</b> .....              | 99  |
| <b>一、直线方程</b> .....                | 99  |
| (一)基本知识点 .....                     | 99  |
| 1.直线方程 .....                       | 99  |
| 2.直线的倾斜角和斜率 .....                  | 99  |
| 3.斜率公式 .....                       | 100 |
| 4.直线方程的五种形式 .....                  | 100 |
| 5.直线的方向向量 .....                    | 100 |
| 6.直线的向量参数式方程 .....                 | 100 |
| (二)规律、方法、技巧 .....                  | 101 |
| 1.求直线斜率的方法 .....                   | 101 |
| 2.求直线方程的一些常用技巧 .....               | 101 |
| 3.求一个角的平分线所在的直线方程 .....            | 102 |
| 4.斜率的应用 .....                      | 102 |
| 5.由直线截距式方程得出几个重要结论 .....           | 102 |
| <b>二、两条直线的位置关系</b> .....           | 103 |
| (一)基本知识点 .....                     | 103 |
| 1.两条直线的位置关系 .....                  | 103 |
| 2.直线 $l_1$ 到 $l_2$ 的角及两直线的夹角 ..... | 104 |
| 3.点到直线 $l$ (两平行直线)的距离公式 .....      | 104 |
| 4.简单的线性规划 .....                    | 104 |
| (二)规律、方法、技巧 .....                  | 105 |
| 1.两直线位置关系的一些重要结论 .....             | 105 |
| 2.关于点、直线对称的常见结论 .....              | 106 |
| 3.常用的四种直线系方程 .....                 | 106 |
| 4.平面区域的图示及记忆方法 .....               | 106 |
| 5.解线性规划应用题的步骤 .....                | 107 |
| <b>三、圆的方程</b> .....                | 110 |
| (一)基本知识点 .....                     | 110 |
| 1.圆的方程 .....                       | 110 |
| 2.圆心的几何性质 .....                    | 110 |
| 3.点、直线、圆之间的位置关系 .....              | 110 |



|                          |     |
|--------------------------|-----|
| 4.圆的切线与弦长 .....          | 111 |
| (二)规律、方法、技巧 .....        | 111 |
| 1.特殊条件下圆的方程 .....        | 111 |
| 2.判断点、直线与圆的位置关系的方法 ..... | 112 |
| 3.求弦切点方程的方法 .....        | 113 |

## 第八章 圆锥曲线 .....

### 一、椭圆 .....

|                                  |     |
|----------------------------------|-----|
| (一)基本知识点 .....                   | 115 |
| 1.椭圆的定义及其相关概念 .....              | 115 |
| 2.椭圆的标准方程、图形及性质 .....            | 116 |
| 3.椭圆与直线的位置关系 .....               | 117 |
| 4.椭圆参数的几何意义 .....                | 117 |
| (二)规律、方法、技巧 .....                | 117 |
| 1.椭圆定义的应用规律 .....                | 117 |
| 2.椭圆上到中心距离最远点和最近点的<br>判断方法 ..... | 117 |
| 3.椭圆性质的应用 .....                  | 118 |
| 4.直线与椭圆的位置关系的判断方法 .....          | 118 |
| 5.求与椭圆相关的最值问题的规律 .....           | 118 |

### 二、双曲线 .....

|                                |     |
|--------------------------------|-----|
| (一)基本知识点 .....                 | 121 |
| 1.双曲线的定义及其相关概念 .....           | 121 |
| 2.双曲线的标准方程、图形及性质 .....         | 122 |
| 3.直线与双曲线的位置关系 .....            | 123 |
| (二)规律、方法、技巧 .....              | 123 |
| 1.双曲线定义的应用规律 .....             | 123 |
| 2.渐近线的求法 .....                 | 123 |
| 3.渐近线与中心、对称轴、顶点、焦点的关系<br>..... | 123 |
| 4.弦长问题的求法 .....                | 123 |
| 5.直线与双曲线的位置关系的判断方法 .....       | 124 |
| 6.共轭双曲线的特征 .....               | 124 |
| 7.求解与双曲线相关的最值问题的方法 ...         | 124 |
| 8.解答直线过定点(定值)问题的思路 .....       | 126 |
| 9.求轨迹问题常用的方法 .....             | 126 |
| 10.求轨迹方程的基本步骤 .....            | 127 |

### 三、抛物线 .....

|                        |     |
|------------------------|-----|
| (一)基本知识点 .....         | 129 |
| 1.抛物线的概念 .....         | 129 |
| 2.抛物线的标准方程、图形及性质 ..... | 129 |

|                         |     |
|-------------------------|-----|
| 3.直线与抛物线的位置关系 .....     | 130 |
| 4.焦点弦长公式 .....          | 130 |
| (二)规律、方法、技巧 .....       | 131 |
| 1.解与抛物线相关的最值问题的方法 ..... | 131 |
| 2.与抛物线有关的应用问题 .....     | 131 |
| 3.与抛物线有关的综合问题 .....     | 132 |

## 第九章 直线与平面、简单几何体 .....

### 一、直线与平面 .....

|                      |     |
|----------------------|-----|
| (一)基本知识点 .....       | 135 |
| 1.平面的概念及表示方法 .....   | 135 |
| 2.空间点、线、面的位置关系 ..... | 135 |
| 3.平面的基本性质 .....      | 136 |
| 4.异面直线的判定 .....      | 136 |
| 5.线面平行与垂直的判定 .....   | 136 |
| 6.直线在平面内的判定 .....    | 139 |
| 7.存在性和唯一性定理 .....    | 139 |
| 8.射影及有关性质 .....      | 140 |
| 9.空间中的各种角 .....      | 140 |
| 10.空间的各种距离 .....     | 142 |
| (二)规律、方法、技巧 .....    | 142 |
| 1.证题方法 .....         | 142 |
| 2.证题的思考途径 .....      | 142 |
| 3.重要结论 .....         | 143 |
| 4.垂直面角与斜面角的关系 .....  | 143 |
| 5.异面直线所成角的求法 .....   | 144 |
| 6.直线与平面所成的角 .....    | 144 |
| 7.二面角的平面角求法 .....    | 144 |
| 8.空间距离的求法 .....      | 145 |

### 二、简单几何体 .....

|                         |     |
|-------------------------|-----|
| (一)基本知识点 .....          | 149 |
| 1.多面体的有关概念 .....        | 149 |
| 2.棱柱 .....              | 149 |
| 3.平行六面体 .....           | 150 |
| 4.棱锥 .....              | 150 |
| 5.正棱锥 .....             | 150 |
| 6.侧面积(各个侧面面积之和)和全面积 ... | 151 |
| 7.体积 .....              | 151 |
| 8.正多面体 .....            | 152 |
| 9.球体 .....              | 152 |
| (二)规律、方法、技巧 .....       | 153 |

|                         |     |
|-------------------------|-----|
| 1.重要结论 .....            | 153 |
| 2.球面上两点A、B间距离的求法 .....  | 153 |
| 3.解球面上两点间的距离的常用步骤 ..... | 153 |
| 4.欧拉公式 .....            | 153 |

### 三、空间向量 .....

|                        |     |
|------------------------|-----|
| (一)基本知识点 .....         | 156 |
| 1.空间直角坐标系 .....        | 156 |
| 2.向量的直角坐标运算 .....      | 156 |
| 3.直线的方向向量 .....        | 157 |
| 4.平面法向量 .....          | 157 |
| 5.重要定理 .....           | 157 |
| (二)规律、方法、技巧 .....      | 158 |
| 1.常见空间图形直角坐标系的建立 ..... | 158 |
| 2.证明线面平行的方法——向量法 ..... | 159 |
| 3.求夹角的方法 .....         | 159 |
| 4.求证平行问题的方法 .....      | 160 |
| 5.证明垂直问题的方法 .....      | 160 |
| 6.求距离的方法 .....         | 160 |
| 7.三角形面积的向量表示法 .....    | 162 |
| 8.三面角余弦公式 .....        | 163 |

## 第十章 排列、组合和概率 .....

### 一、排列、组合及二项式定理 .....

|                       |     |
|-----------------------|-----|
| (一)基本知识点 .....        | 165 |
| 1.分类计数原理和分步计数原理 ..... | 165 |
| 2.排列与组合 .....         | 165 |
| 3.二项式定理 .....         | 166 |
| (二)规律、方法、技巧 .....     | 167 |
| 1.排列组合常见问题解题策略 .....  | 167 |
| 2.二项式定理的应用 .....      | 167 |
| 3.综合应用 .....          | 168 |
| 4.解答排列问题的常用方法 .....   | 169 |
| 5.解答排列问题应注意的问题 .....  | 169 |
| 6.解答排列组合问题的常用方法 ..... | 170 |
| 7.解排列组合问题的途径 .....    | 170 |

### 二、概率 .....

|                       |     |
|-----------------------|-----|
| (一)基本知识点 .....        | 171 |
| 1.事件的基本概念 .....       | 171 |
| 2.随机事件的概率 .....       | 172 |
| 3.互斥事件与对立事件的概率 .....  | 173 |
| 4.相互独立事件同时发生的概率 ..... | 173 |

|                             |     |
|-----------------------------|-----|
| 5.独立重复试验及其发生 $k$ 次的概率 ..... | 174 |
| (二)规律、方法、技巧 .....           | 174 |
| 1.随机事件的概率 .....             | 174 |
| 2.互斥事件有一个发生的概率 .....        | 177 |
| 3.相互独立事件同时发生的概率 .....       | 178 |
| 4.综合 .....                  | 178 |

## 第十一章 概率与统计 .....

### 一、随机变量 .....

|                           |     |
|---------------------------|-----|
| (一)基本知识点 .....            | 181 |
| 1.离散型随机变量与连续型随机变量 .....   | 181 |
| 2.离散型随机变量的分布列 .....       | 182 |
| 3.离散型随机变量的期望与方差 .....     | 183 |
| (二)规律、方法、技巧 .....         | 185 |
| 1.求离散型随机变量的分布列的步骤 .....   | 185 |
| 2.求离散型随机变量的期望与方差的步骤 ..... | 186 |
| 3.综合 .....                | 186 |

### 二、统计 .....

|                                    |     |
|------------------------------------|-----|
| (一)基本知识点 .....                     | 188 |
| 1.抽样方法 .....                       | 188 |
| 2.离散型随机变量样本与连续型随机变量<br>样本的比较 ..... | 189 |
| 3.总体分布的估计 .....                    | 190 |
| 4.正态分布 .....                       | 191 |
| 5.线性回归 .....                       | 193 |
| (二)规律、方法、技巧 .....                  | 195 |
| 1.简单随机抽样的实施方法 .....                | 195 |
| 2.系统抽样的步骤 .....                    | 195 |
| 3.频率分布与总体分布的关系 .....               | 196 |
| 4.绘制频率分布直方图的步骤 .....               | 196 |
| 5.一般正态分布与标准正态分布的转化 .....           | 196 |
| 6.线性回归 .....                       | 197 |

## 第十二章 数学归纳法与极限 .....

### 一、数学归纳法 .....

|                  |     |
|------------------|-----|
| (一)基本知识点 .....   | 200 |
| 1.归纳法 .....      | 200 |
| 2.数学归纳法 .....    | 200 |
| 3.数学归纳法的原理 ..... | 201 |



|                        |     |
|------------------------|-----|
| (二)规律、方法、技巧 .....      | 201 |
| 1.用数学归纳法证明恒等式 .....    | 201 |
| 2.用数学归纳法证明不等式 .....    | 201 |
| 3.用数学归纳法证明整除问题 .....   | 201 |
| 4.用数学归纳法证明几何问题 .....   | 202 |
| 5.运用数学归纳法证明问题的关键 ..... | 202 |
| 6.用数学归纳法证明问题的技巧 .....  | 202 |
| 7.综合应用 .....           | 204 |

## 二、极限 ..... 205

|                     |     |
|---------------------|-----|
| (一)基本知识点 .....      | 205 |
| 1.数列的极限 .....       | 205 |
| 2.函数的极限 .....       | 206 |
| 3.函数极限的四则运算法则 ..... | 208 |
| 4.几个常用极限 .....      | 208 |
| 5.函数的连续性 .....      | 208 |
| (二)规律、方法、技巧 .....   | 210 |
| 1.数列极限的求法及应用 .....  | 210 |
| 2.求函数极限的常见方法 .....  | 211 |
| 3.极限运算的综合应用 .....   | 211 |
| 4.判断函数连续性的方法 .....  | 212 |

## 第十三章 导数 ..... 215

### 一、导数 ..... 215

|                       |     |
|-----------------------|-----|
| (一)基本知识点 .....        | 215 |
| 1.导数的概念 .....         | 215 |
| 2.几种常见函数的导数 .....     | 217 |
| 3.函数的和、差、积、商的导数 ..... | 217 |
| 4.复合函数的导数 .....       | 217 |
| 5.对数函数与指数函数的导数 .....  | 218 |
| (二)规律、方法、技巧 .....     | 218 |
| 1.导数的实质 .....         | 218 |
| 2.求曲线的切线方程的步骤 .....   | 218 |
| 3.奇偶函数的导数 .....       | 218 |
| 4.复合函数的求导步骤 .....     | 219 |
| 5.复杂函数的求导方法 .....     | 219 |

### 二、导数的应用 ..... 221

|                     |     |
|---------------------|-----|
| (一)基本知识点 .....      | 221 |
| 1.函数的单调性 .....      | 221 |
| 2.函数的极值 .....       | 222 |
| 3.函数的最大值和最小值 .....  | 223 |
| (二)规律、方法、技巧 .....   | 224 |
| 1.函数单调性的判定方法 .....  | 224 |
| 2.求函数的单调区间的方法 ..... | 224 |
| 3.求函数单调区间的步骤 .....  | 225 |
| 4.函数单调性的应用 .....    | 225 |
| 5.极值的判别方法 .....     | 225 |
| 6.求极值的步骤 .....      | 226 |
| 7.求函数最值的方法 .....    | 226 |
| 8.求函数最值的步骤 .....    | 226 |
| 9.导数的综合应用 .....     | 227 |

## 第十四章 复数 ..... 230

|                         |     |
|-------------------------|-----|
| (一)基本知识点 .....          | 230 |
| 1.复数的概念 .....           | 230 |
| 2.复数的几何表示 .....         | 230 |
| 3.复数的模与复数的向量表示 .....    | 230 |
| 4.复数的三角形式 .....         | 231 |
| 5.复数的代数形式与三角形式的互化 ..... | 231 |
| 6.复数的指数形式 .....         | 231 |
| 7.复数与实数的区别 .....        | 231 |
| 8.复数的运算 .....           | 232 |
| 9.数系的扩充 .....           | 233 |
| (二)规律、方法、技巧 .....       | 234 |
| 1.复数是实数的充要条件 .....      | 234 |
| 2.复数是纯虚数的充要条件 .....     | 234 |
| 3.复数相等的充要条件 .....       | 234 |
| 4.重要结论 .....            | 234 |
| 5.实系数一元二次方程的虚根 .....    | 235 |
| 6.数学思想和方法 .....         | 235 |
| 7.综合 .....              | 235 |

# 名师诠释考点、针对训练阅读索引

## 第一章 集合与简易逻辑 ..... 1

### 一、集合 ..... 1

#### (三)名师诠释考点 ..... 1

考点1:集合的基本概念 ..... 1

考点2:集合与函数的关系 ..... 1

考点3:集合运算与方程的联系 ..... 2

考点4:集合运算与不等式的联系 ..... 2

考点5:集合与组合的联系 ..... 3

考点6:集合与解析几何的联系 ..... 3

考点7:集合应用题 ..... 4

考点8:利用补集思想解决实际问题 ..... 5

(四)针对训练 ..... 6

### 二、简易逻辑 ..... 8

#### (三)名师诠释考点 ..... 8

考点1:判断命题的构成及其真假 ..... 8

考点2:四种命题 ..... 9

考点3:反证法 ..... 11

考点4:充要条件 ..... 12

(四)针对训练 ..... 14

## 第二章 映射与函数 ..... 16

### 一、映射与函数 ..... 16

#### (三)名师诠释考点 ..... 16

考点1:映射的基本概念 ..... 16

考点2:函数的基本概念 ..... 17

考点3:求函数的解析式 ..... 17

考点4:求函数的定义域 ..... 18

考点5:求函数的值域 ..... 19

考点6:求复合函数的定义域 ..... 19

考点7:已知函数定义域求参数取值范围 ... 20

考点8:已知函数值域求参数取值范围 ..... 20

考点9:求函数的反函数 ..... 20

考点10:反函数的应用 ..... 21

(四)针对训练 ..... 22

### 二、函数的性质 ..... 24

#### (三)名师诠释考点 ..... 24

考点1:判断函数的奇偶性 ..... 24

考点2:求证函数的单调性 ..... 25

考点3:求函数的单调性 ..... 25

考点4:讨论函数的单调性 ..... 26

考点5:函数的奇偶性、单调性的应用 ..... 26

(四)针对训练 ..... 27

### 三、二次函数 ..... 29

#### (三)名师诠释考点 ..... 29

考点1:二次函数解析式的确定 ..... 29

考点2:二次函数的图象和性质 ..... 29

考点3:二次方程根的分布 ..... 30

(四)针对训练 ..... 33

### 四、指数函数与对数函数 ..... 34

#### (三)名师诠释考点 ..... 34

考点1:实数大小的比较 ..... 34

考点2:指数函数与对数函数的图象和性质

..... 35

考点3:指数方程与对数方程的解法 ..... 36

(四)针对训练 ..... 37

## 第三章 数列 ..... 39

### 一、数列的基本概念 ..... 39

#### (三)名师诠释考点 ..... 39

考点1:数列的通项 ..... 39

考点2:递推数列的通项公式 ..... 39

考点3:数列求和方法 ..... 41

(四)针对训练 ..... 42

### 二、等差数列、等比数列 ..... 43

#### (三)名师诠释考点 ..... 43

考点1:等差(等比)数列的概念 ..... 43

考点2:等差(等比)数列的性质 ..... 44

考点3:等差(等比)数列的求和 ..... 45

(四)针对训练 ..... 46



|                                          |     |
|------------------------------------------|-----|
| <b>第四章 三角函数</b> .....                    | 48  |
| <b>一、任意角的三角函数</b> .....                  | 48  |
| (三)名师诠释考点 .....                          | 48  |
| 考点1:弧度制 .....                            | 48  |
| 考点2:任意角的三角函数的定义 .....                    | 49  |
| 考点3:同角三角函数的基本关系式 .....                   | 50  |
| 考点4:诱导公式的应用 .....                        | 51  |
| 考点5:化简求值 .....                           | 52  |
| 考点6:证明三角不等式 .....                        | 53  |
| (四)针对训练 .....                            | 54  |
| <b>二、两角和与差的三角函数</b> .....                | 56  |
| (三)名师诠释考点 .....                          | 57  |
| 考点1:三角恒等式的证明 .....                       | 57  |
| 考点2:化简求值 .....                           | 58  |
| 考点3:收缩变换的应用 .....                        | 60  |
| (四)针对训练 .....                            | 61  |
| <b>三、三角函数的图象与性质</b> .....                | 63  |
| (三)名师诠释考点 .....                          | 63  |
| 考点1:三角函数的图象 .....                        | 63  |
| 考点2:三角函数的性质 .....                        | 64  |
| 考点3:三角方程根的问题 .....                       | 67  |
| 考点4:三角函数的最值问题 .....                      | 68  |
| (四)针对训练 .....                            | 68  |
| <b>第五章 平面向量</b> .....                    | 71  |
| <b>一、向量及其运算</b> .....                    | 71  |
| (三)名师诠释考点 .....                          | 71  |
| 考点1:利用向量证明几何问题 .....                     | 71  |
| 考点2:向量的坐标运算 .....                        | 72  |
| 考点3:求向量的模 .....                          | 73  |
| 考点4:数量积的问题 .....                         | 75  |
| 考点5:向量的平行、垂直问题 .....                     | 75  |
| 考点6:平移与向量的关系 .....                       | 76  |
| (四)针对训练 .....                            | 78  |
| <b>二、解斜三角形</b> .....                     | 80  |
| (三)名师诠释考点 .....                          | 80  |
| 考点1:三角形中的三角函数 .....                      | 80  |
| 考点2:解斜三角形 .....                          | 80  |
| 考点3:解斜三角形的综合应用 .....                     | 82  |
| (四)针对训练 .....                            | 83  |
| <b>第六章 不等式</b> .....                     | 85  |
| <b>一、不等式的概念与性质</b> .....                 | 85  |
| (三)名师诠释考点 .....                          | 85  |
| 考点1:不等式的性质与函数的联系 .....                   | 85  |
| 考点2:不等式性质的应用 .....                       | 86  |
| 考点3:利用不等式的性质探求不等式成立<br>的条件或判断命题的真假 ..... | 86  |
| 考点4:利用不等式的性质求数(式)的取值<br>范围 .....         | 87  |
| 考点5:利用均值不等式比较实数的大小和<br>证明不等式 .....       | 88  |
| 考点6:利用均值不等式求最值 .....                     | 88  |
| 考点7:运用均值不等式解决实际问题 .....                  | 89  |
| 考点8:不等式的证明 .....                         | 90  |
| (四)针对训练 .....                            | 91  |
| <b>二、分式不等式和无理不等式</b> .....               | 92  |
| (三)名师诠释考点 .....                          | 92  |
| 考点1:解简单的不等式 .....                        | 92  |
| 考点2:解含参数不等式 .....                        | 92  |
| 考点3:解抽象函数型不等式 .....                      | 93  |
| 考点4:已知含参数不等式的解集,求参数的<br>值或取值范围 .....     | 93  |
| 考点5:与解不等式有关的应用题 .....                    | 94  |
| (四)针对训练 .....                            | 95  |
| <b>三、含绝对值的不等式</b> .....                  | 96  |
| (三)名师诠释考点 .....                          | 96  |
| 考点1:绝对值不等式的性质 .....                      | 96  |
| 考点2:含绝对值不等式的解法 .....                     | 96  |
| 考点3:函数、方程与含绝对值不等式的<br>综合应用 .....         | 96  |
| (四)针对训练 .....                            | 97  |
| <b>第七章 直线与圆</b> .....                    | 99  |
| <b>一、直线方程</b> .....                      | 99  |
| (三)名师诠释考点 .....                          | 99  |
| 考点1:直线的方程与坐标法思想 .....                    | 99  |
| 考点2:直线倾斜角和斜率的应用 .....                    | 100 |
| 考点3:截距式方程的应用 .....                       | 100 |
| 考点4:利用设而不求思想求直线方程 .....                  | 102 |
| (四)针对训练 .....                            | 102 |

**二、两条直线的位置关系** ..... 103

(三)名师诠释考点 ..... 103

考点1:点到直线的距离公式的应用 ..... 103

考点2:两直线的位置关系 ..... 104

考点3:关于直线的对称点 ..... 105

考点4:直线系方程 ..... 106

考点5:平面区域的表示法 ..... 107

考点6:线性规划 ..... 107

(四)针对训练 ..... 109

**三、圆的方程** ..... 110

(三)名师诠释考点 ..... 110

考点1:圆的方程 ..... 110

考点2:直线与圆的位置关系 ..... 111

(四)针对训练 ..... 113

**第八章 圆锥曲线** ..... 115**一、椭圆** ..... 115

(三)名师诠释考点 ..... 115

考点1:利用椭圆的定义求动点轨迹 ..... 115

考点2:运用方程研究椭圆的性质 ..... 115

考点3:椭圆性质的应用 ..... 116

考点4:与椭圆相关的最值问题 ..... 116

考点5:椭圆与代数知识的综合问题 ..... 117

(四)针对训练 ..... 119

**二、双曲线** ..... 121

(三)名师诠释考点 ..... 121

考点1:利用双曲线的定义求双曲线的方程

..... 121

考点2:利用双曲线的定义求解双曲线中的

焦三角形问题 ..... 122

考点3:利用双曲线的定义解方程 ..... 122

考点4:双曲线性质的应用 ..... 123

考点5:双曲线的渐近线 ..... 124

考点6:轨迹问题 ..... 125

考点7:与向量有关的综合题 ..... 125

(四)针对训练 ..... 127

**三、抛物线** ..... 129

(三)名师诠释考点 ..... 129

考点1:抛物线定义的应用 ..... 129

考点2:焦点弦问题及其应用 ..... 131

考点3:轨迹问题 ..... 131

考点4:直线与抛物线位置关系问题 ..... 132

(四)针对训练 ..... 133

**第九章 直线与平面、简单几何体** ..... 135**一、直线与平面** ..... 135

(三)名师诠释考点 ..... 135

考点1:线面平行的判定定理与性质定理 ... 135

考点2:异面直线间距离的求法 ..... 136

考点3:异面直线的公垂线 ..... 137

考点4:直线与平面平行的性质定理的应用

问题 ..... 138

考点5:直线与平面垂直的判定定理 ..... 138

考点6:直线与平面垂直的性质 ..... 139

考点7:三垂线定理 ..... 140

考点8:点到平面的距离的求法 ..... 141

考点9:垂直面角与斜面角的关系 ..... 142

考点10:面面平行的判定定理 ..... 143

考点11:面面平行的性质定理 ..... 143

考点12:面面垂直的判定定理 ..... 144

考点13:面面垂直的性质定理 ..... 144

考点14:二面角的求法 ..... 146

(四)针对训练 ..... 147

**二、简单几何体** ..... 149

(三)名师诠释考点 ..... 149

考点1:棱柱与棱锥 ..... 149

考点2:正多面体 ..... 150

考点3:翻折问题 ..... 151

考点4:球面上两点间的距离 ..... 152

考点5:球与其他图形的组合 ..... 153

考点6:欧拉公式 ..... 154

(四)针对训练 ..... 154

**三、空间向量** ..... 156

(三)名师诠释考点 ..... 156

考点1:平面法向量的求法 ..... 156

考点2:证明平行问题 ..... 156

考点3:证明垂直问题 ..... 158

考点4:夹角问题 ..... 159

考点5:距离问题 ..... 160

(四)针对训练 ..... 163



|                      |     |
|----------------------|-----|
| <b>第十章 排列、组合和概率</b>  | 165 |
| <b>一、排列、组合及二项式定理</b> | 165 |
| (三)名师诠释考点            | 165 |
| 考点1:两个计数原理的应用        | 165 |
| 考点2:排列数公式、组合数公式的应用   | 165 |
| 考点3:排列应用问题           | 166 |
| 考点4:组合应用问题           | 167 |
| 考点5:排列组合综合应用问题       | 168 |
| 考点6:二项式定理的应用         | 169 |
| (四)针对训练              | 170 |
| <b>二、概率</b>          | 171 |
| (三)名师诠释考点            | 171 |
| 考点1:随机事件的概率          | 171 |
| 考点2:互斥事件有一个发生的概率     | 174 |
| 考点3:相互独立事件同时发生的概率    | 177 |
| (四)针对训练              | 178 |
| <b>第十一章 概率与统计</b>    | 181 |
| <b>一、随机变量</b>        | 181 |
| (三)名师诠释考点            | 181 |
| 考点1:离散型随机变量的分布列      | 181 |
| 考点2:离散型随机变量的期望与方差    | 184 |
| 考点3:综合               | 186 |
| (四)针对训练              | 187 |
| <b>二、统计</b>          | 188 |
| (三)名师诠释考点            | 188 |
| 考点1:抽样方法             | 188 |
| 考点2:总体分布的估计          | 190 |
| 考点3:正态分布             | 193 |
| 考点4:线性回归             | 196 |
| (四)针对训练              | 197 |
| <b>第十二章 数学归纳法与极限</b> | 200 |
| <b>一、数学归纳法</b>       | 200 |
| (三)名师诠释考点            | 200 |
| 考点1:利用数学归纳法证明恒等式问题   | 200 |
| 考点2:利用数学归纳法证明不等式问题   | 201 |
| 考点3:利用数学归纳法证明整除问题    | 202 |
| 考点4:利用数学归纳法证明几何问题    | 202 |
| 考点5:归纳→猜想→证明的思想方法    | 203 |

|                     |     |
|---------------------|-----|
| (四)针对训练             | 204 |
| <b>二、极限</b>         | 205 |
| (三)名师诠释考点           | 205 |
| 考点1:数列的极限           | 205 |
| 考点2:数列的各项和的应用       | 207 |
| 考点3:函数的极限           | 209 |
| 考点4:极限的四则运算         | 210 |
| 考点5:函数的连续性          | 211 |
| (四)针对训练             | 213 |
| <b>第十三章 导数</b>      | 215 |
| <b>一、导数</b>         | 215 |
| (三)名师诠释考点           | 215 |
| 考点1:导数的概念           | 215 |
| 考点2:几种常见函数的导数       | 216 |
| 考点3:函数的连续性          | 216 |
| 考点4:函数的和、差、积、商的导数   | 217 |
| 考点5:复合函数的导数         | 218 |
| 考点6:对数函数、指数函数的导数    | 218 |
| 考点7:导数的应用           | 219 |
| (四)针对训练             | 220 |
| <b>二、导数的应用</b>      | 221 |
| (三)名师诠释考点           | 221 |
| 考点1:函数的单调性          | 221 |
| 考点2:函数的极值           | 221 |
| 考点3:函数的最大值和最小值      | 222 |
| 考点4:函数的综合应用         | 223 |
| (四)针对训练             | 229 |
| <b>第十四章 复数</b>      | 230 |
| (三)名师诠释考点           | 230 |
| 考点1:复数的概念           | 230 |
| 考点2:复数的运算           | 230 |
| 考点3:复数的三角形式         | 233 |
| 考点4:复数的三角形式与代数形式的互化 | 233 |
| 考点5:数系的扩充           | 234 |
| (四)针对训练             | 236 |

|             |     |
|-------------|-----|
| <b>参考答案</b> | 237 |
|-------------|-----|

第一章 集合与简易逻辑

一、集合

(一) 基本知识点

1. 集合与元素及其关系

表 1-1 基本概念及其表示方法

| 项目 | 定 义                                       | 符 号                         | 元素与集合的关系                                        |
|----|-------------------------------------------|-----------------------------|-------------------------------------------------|
| 集合 | 某些指定的对象集在一起就成为一个集合, 简称为集                  | 用英文大写字母 $A, B, C, \dots$ 表示 | 元素要么属于集合中, 要么不属于集合中, 即 $a \in A$ 或 $a \notin A$ |
| 元素 | 集合中的每一个对象叫做集合的一个元素                        | 用英文小写字母 $a, b, c, \dots$ 表示 |                                                 |
| 全集 | 如果集合 $S$ 含有我们所研究的各个集合的全部元素, 这个集合就可以看做一个全集 | 通常记为 $U$                    |                                                 |

2. 集合中元素的性质

表 1-2 集合中元素的性质

| 项 目 | 内 涵                                                                    |
|-----|------------------------------------------------------------------------|
| 确定性 | 对于一个给定的集合, 任何一个对象或者是这个集合中的元素, 或者不是这个集合中的元素                             |
| 互异性 | 集合中任何两个元素都是能区分的(即互不相同的), 相同的元素归入任何一个集合时, 只能算作这个集合的一个元素                 |
| 无序性 | 在一个集合中, 通常不考虑其元素之间的顺序, 也就是说, 由 $a, b$ 两个元素组成的集合与由 $b, a$ 两个元素组成的集合是相同的 |

点拨: 集合元素的“三性”既是解决有关集合问题的切入点, 又是解题时的疏忽点、易错点.

3. 集合的分类

按元素的属性分

- 集合
- 数集(元素是数)

点集(元素是点)

序数对集(元素是有序数对)

(三) 名师诠释考点

考点 1: 集合的基本概念

此考点主要有两类题型: ①集合与元素之间的题型; ②集合与集合之间的题型. 其解题的关键在于化简给定的集合, 确定集合的元素及其属性, 然后依据集合中元素的“三性”来解决问题.

例 1 下列命题中真命题的个数是( ).

- ① $0 \in \emptyset$ . ② $\emptyset \in \{\emptyset\}$ . ③ $0 \in \{0\}$ . ④ $\emptyset \in \{a\}$ .
- A. 0      B. 1      C. 2      D. 3

解析: 要判断一个元素是否属于某个集合, 关键在于弄清楚这个集合是由哪些元素所构成的.

因为 $\emptyset$ 是不含任何元素的集合, 故①是错的;  
 $\{\emptyset\}$ 是由空集作为元素组成的一个集合, 故②是对的.

同理③正确.

因为 $\in$ 是表示元素与集合之间的关系, 故④是错的.

故选 C.

点评: 本题主要考查学生是否能分清符号“0”、“ $\emptyset$ ”、“ $\{0\}$ ”、“ $\{\emptyset\}$ ”的区别.

它们的区别: 0 是一个数;  $\emptyset$  是一个空集, 可以作为另一个集合的元素;  $\{0\}$  是由单元素 0 组成的集合;  $\{\emptyset\}$  是以  $\emptyset$  为元素组成的集合.

考点 2: 集合与函数的关系

例 2 (2003 年北京春季高考题) 若集合  $M = \{y | y = 2^x\}$ ,  $P = \{y | y = \sqrt{x-1}\}$ , 则  $M \cap P$  等于( ).

- A.  $\{y | y > 1\}$       B.  $\{y | y \geq 1\}$
- C.  $\{y | y > 0\}$       D.  $\{y | y \geq 0\}$

解析: 集合  $M$  和  $P$  实际上是两个函数  $y = 2^x$  和  $y = \sqrt{x-1}$  的值域. 解题的方向要明确, 定位要准