

根据最新修订版初中四年制各科教材编写



创新
设计

刘秀平 孙蕴华 编著

创新设计

初中优化高效学习

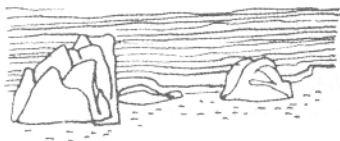
数学

初二上

辽宁师范大学出版社

SHUXUE

人生抢滩



初中阶段的学习对于学生们来说是非常重要的,这个阶段的学习好坏,将关系到以后高中、大学的学习,甚至于影响一个人的一生。所以,对这一阶段的学习,必须予以充分的重视,清醒地认识初中阶段学习的重要性。

为了帮助学生学好初中课程,为下一阶段的学习打下坚实的基础,并在有限的时间内熟练掌握教材知识,我们组织工作在教育一线、具有丰富教学经验的教师及教研人员编写了本套四年制初中生用书,目的在于帮助学生熟悉教材内容的基础上,教给学生们学习的方法,提高学生认识问题与解决问题的能力,以适应素质教育发展的需要,全面提高学生综合能力,培养新世纪的一代新人。

本丛书包括语文、数学、英语、物理、化学,五个科目共计16本。每种书的体例如下:

□□□◇考点聚焦

归纳每单元的知识点、重点、难点及最近三年的考试点。

□□□◇思维启迪

根据教育部新大纲的要求,在题型设计上,突出了阅读能力、写作能力、听说能力、动手能力和综合解决问题能力的训练。例题既突出同步特点,又建立题型框架;涵盖近三年的中考题型;

□□□◇思维迁移

对各种题型进行原型训练和变式强化,巩固题型框架。

□□□◇能力拓展

在基本题型框架的基础上,用同类或相近题型进行统觉训练。用题型的伸延和一题多解进行综合解题能力的培养。

□□□◇新难题型

对易错、易混的典型例题加以分析,尤其注重对中考热点题、压轴题的剖析,从而培养学生思维向广度和深度拓展,提高学生的应变能力。

□□□◇能力检验

最后附有参考答案,便于学生自检自测。

本套丛书由于学科不同,故在体例上也略有差异,但基本没有违背编写宗旨。

由于编著者水平有限,书中难免存在不足,欢迎广大读者批评指正,我们将根据您的建议予以修订,使之更具有实用性。

文 峰

2001年8月

[illegible]

第八章 因式分解	1
第一节 提公因式法	1
第二节 运用公式法	8
第三节 分组分解法	15
第九章 分式	29
第一节 分式	29
第二节 分式的基本性质	36
第三节 分式的乘除法	42
第四节 分式的加减法	49
第五节 含有字母系数的一元一次方程	63
第六节 可化为一元一次方程的分式方程及其应用	70
第十章 数的开方	86
第一节~第四节 平方根	86
第六、七节 立方根	96
第九节 实数	102

第一章 线段、角	113
第一节 直线	113
第二节 射线、线段	119
第三节 线段的比较和画法	124
第四节 角	131
第五节 角的比较	135

第六节	角的度量	140
第七节	角的画法	149
第二章	相交线、平行线	154
第一节	相交线、对顶角	154
第二节	垂线	160
第三节	空间里的垂直关系	169
第四节	同位角、内错角、同旁内角	170
第五节	平行线及平行公理	177
第六节	平行线的判定	181
第七节	平行线的性质	188
第八节	空间里的平行关系	199
第十节	命题	201
第十一节	定理与证明	205
第三章	三角形	212
第一节	关于三角形的一些概念	212
第二节	三角形三条边的关系	215
第三节	三角形的内角和	219
第四节	全等三角形	225
第五节	三角形全等的判定(一)	228
第六节	三角形全等的判定(二)	235
第七节	三角形全等的判定(三)	241
第八节	直角三角形全等的判定	248
第九节	角的平分线	253
第十节	基本作图	257
第十一节	作图题举例	260
能力检验		263

代数部分

第八章 因式分解

第一节 提公因式法

考点聚焦

【知识点】

1. 因式分解的概念.
2. 公因式的概念.
3. 提公因式法分解因式.

【重点、难点】

重点是了解因式分解的概念,理解和掌握提公因式法;难点是提公因式法的灵活运用.

【考试点】

经常考查用提公因式法分解因式.因为提公因式法是因式分解的基本方法,也是首先应考虑的方法.

因式分解是将一个多项式化为几个整式的积的形式,因式分解与乘法互为逆变形.

$$ma + mb + mc = m(a + b + c)$$

这个变形就是提公因式法分解因式,这里的 m 可以代表单项式,也可以代表多项式, m 称为公因式.

确定公因式的方法是:系数——取多项式的各项系数的最大公约数;字母——取各项都含有的字母(或多项式因式)的最低次幂.

提公因式法分解因式的一般步骤是:第一步找出公因式;第二步提公因式并确定另一个因式.提公因式时,可用原多项式除以公因式,所得的商即是提公因式后,剩下的另一个因式,也可用公因式分别去除原多项式的每一项,求得剩下的另一个因式.

常用变形:

$$(b-a)^n = (-1)^n (a-b)^n = \begin{cases} (a-b)^n & (n \text{ 为偶数}) \\ -(a-b)^n & (n \text{ 为奇数}) \end{cases}$$

思维启迪

□□例1 下列由左到右的变形,哪些是因式分解?哪些不是?为什么?

$$(1) a(x + y) = ax + ay$$

$$(2) x^2 + 2xy + y^2 - 1 = x(x + 2y) + (y + 1)(y - 1)$$

$$(3) ax^2 - 9a = a(x + 3)(x - 3)$$

$$(4) x^2 - y^2 - 1 = (x + y)(x - y) - 1$$

$$(5) x^2 - 2x + 2y - y^2 = (x^2 - y^2) - 2(x - y)$$

解: 因为(1)、(2)、(4)、(5)的右边都不是因式乘积的形式, 其中(1)是乘法运算; 只有(3)的右边是因式乘积形式, 并且左边是多项式, 所以(3)是因式分解.

【评析】

命题目的：考查因式分解的概念。

解题关键:掌握因式分解的概念,并会灵活运用.

错解剖析:因式分解是针对多项式而言的,是多项式的一种恒等变形,被分解的是多项式,分解的结果应该是整式的积,如:

$$xy - x - y + 1 = xy(1 - \frac{1}{y} - \frac{1}{x} + \frac{1}{xy}).$$
虽然分解成了积

的形式,但其中一个因式 $(1 - \frac{1}{y} - \frac{1}{x} + \frac{1}{xy})$ 不是整式,所

以,这种恒等变形不是因式分解;因式分解的结果必须是积的形式,如 $x^2 - y^2 - 1 = (x + y)(x - y) - 1$ 也不是因

式分解. 因为, 等式的右边是 $(x+y)(x-y)$ 与 1 的差, 不是积的形式.

【同类变式】

1. 下列各式中从左到右的变形中, 是因式分解的是()

A. $(a+3)(a-3) = a^2 - 9$

B. $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

C. $a^2 - 4a - 5 = (a-2)^2 - 9$

D. $a^2 - 4a - 5 = a(a-4) - 5$

答案: B

2. 判断下列各式从左到右的变形是否是因式分解, 对的画“√”, 错的画“×”.

(1) $x^2 + 3x - 4 = x(x+3) - 4$ ()

(2) $3x^2 - 6xy + x = x(3x - 6y)$ ()

(3) $a^2b + ab^2 = ab(a+b)$ ()

(4) $x + 1 = x(x + \frac{1}{x})$ ()

(5) $(x+3)(x-2) = x^2 + x - 6$ ()

答案: (1)× (2)× (3)√ (4)× (5)×

□□例 2 把下列各式分解因式.

(1) $9x^2 - 6xy + 3xz$

(2) $-10x^2y - 5xy^2 + 15xy$

(3) $4a^2 + 6ab + 2a$

(4) $-8a^mb^3 + 12a^{m+1}b^2 + 16a^{m+2}b$

解: (1) $9x^2 - 6xy + 3xz$

$= 3x(3x - 2y + z)$

(2) $-10x^2y - 5xy^2 + 15xy$

$= -(10x^2y + 5xy^2 - 15xy)$

$= -5xy(2x + y - 3)$

(3) $4a^2 + 6ab + 2a$

$= 2a(2a + 3b + 1)$

(4) $-8a^mb^3 + 12a^{m+1}b^2 + 16a^{m+2}b$



$$= -(8a^m b^3 - 12a^{m+1} b^2 + 16a^{m+2} b)$$

$$= -4a^m b(2b^2 - 3ab - 4a^2)$$

【评析】

命题目的:考查提公因式法分解因式的能力.

解题关键:掌握提公因式法的一般步骤.

错解剖析:“1”作为系数通常省略不写,但单独成一项时,它在因式分解时不能漏掉,如(3)题中的因式 $(2a + 3b + 1)$ 不能写成 $(2a + 3b)$;另外,分解必须彻底,即在指定范围内分解到不能再分解为止.如(1)题中不能分解成 $x(9x - 6y + 3z)$ 或 $3(3x^2 - 2xy + xz)$;还有当多项式的第一项的系数是负数时,一般要提出“-”号,使括号内的第一项是正的,在提出“-”号时,多项式的各项都要变号.

【同类变式】

将下列各式进行因式分解:

(1) $6m - 12mn - 3mn^2$

(2) $12x^2 y^3 - 4x^3 y^3 + 36x^4 y^2$

(3) $-5a^2 b^3 + 20ab^2 - 5ab$

(4) $11m^2 n^2 p^3 - 121mnp^3 + 33mp^6$

答案:(1) $3m(2 - 4n - n^2)$

(2) $4x^2 y^2(3y - xy + 9x^2)$

(3) $-5ab(ab^2 - 4b + 1)$

(4) $11mp^3(mn^3 - 11n + 3p^3)$

□□例3 把下列多项式分解因式:

(1) $3x(x + y) - 5(x + y)$

(2) $(x - y)^3 - 2z(y - x)^2$

(3) $m(5ax + ay - 1) - m(3ax - ay - 1)$

(4) $(m - n)^4 + m(m - n)^3 + n(n - m)^3$

答案:(1) $3x(x + y) - 5(x + y) = (x + y)(3x - 5)$

(2) $(x - y)^3 - 2z(y - x)^2$

$$= (x - y)^3 - 2z(x - y)^2$$

$$= (x - y)^2(x - y - 2z)$$

$$(3) \quad m(5ax + ay - 1) - m(3ax - ay - 1)$$

$$= m[(5ax + ay - 1) - (3ax - ay - 1)]$$

$$= m(5ax + ay - 1 - 3ax + ay + 1)$$

$$= m(2ax + 2ay) = 2am(x + y)$$

$$(4) \quad (m - n)^4 + m(m - n)^3 + n(n - m)^3$$

$$= (m - n)^4 + m(m - n)^3 - n(m - n)^3$$

$$= (m - n)^3[(m - n) + m - n]$$

$$= (m - n)^3(2m - 2n) = 2(m - n)^4$$

【评析】

命题目的:考查提公因式法分解因式的能力.

解题关键:会灵活运用提公因式法分解因式.

错解剖析:提公因式后,如果括号内有同类项,应该合并同类项,如第(3)、(4)小题;如果括号内合并同类项后成为单项式,这时,应将单项式因式写在多项式因式的前面.另外,提公因式后,括号内的式子经合并同类项整理后,若仍有公因式,则应继续提取公因式,直到多项式的每一个因式都不能再分解为止.如第(3)小题;因式分解时,如果有相同的因式,应将相同的因式写成幂的形式,如第(4)小题.

【同类变式】

把下列多项式分解因式:

$$(1) 18xy^2z^3(a - b)^2 - 10x^2y^3z(a - b)^2 + 24x^3yz^2(a - b)^2$$

$$(2) 5(x - y)^3 + 10(y - x)^2$$

$$(3) 16a(a - b)^2 + 24(b - a)^3$$

$$(4) x(x - y)^3 + y(y - x)^3$$

$$(5) 6a^{2m+1}b^n - 8a^{m+2}b^{n-1} \quad (m, n \text{ 为大于 } 1 \text{ 的正整数})$$

答案:(1) $2xyz(a - b)^2(9yz^2 - 5xy^2 + 12x^2z)$

(2) $-5(y - x)^2(y - x - 2)$



$$(3) - 8(a - b)^2(a - 3b)$$

$$(4)(x - y)^4$$

$$(5) 2a^{m+2}b^{n-1}(3a^{m-1}b - 4)$$

思维迁移

一、选择题

6

1. 多项式 $x^2 + x^6$ 提取公因式 x^2 后的另一个因式是()

A. x^4 B. x^3 C. $x^4 + 1$ D. $x^3 + 1$

2. 多项式 $6(a + b)^4 + 10(a + b)^3$ 的公因式是()

A. $(a + b)^3$ B. $(a + b)^4$ C. $2(a + b)^3$ D. $2(a + b)^4$

3. 把下列各式因式分解, 正确的是()

A. $x^2y + 7xy + y = y(x^2 + 7x)$

B. $3a^2b - 3ab + 6b = 3b(a^2 - a + 2)$

C. $8xyz - 6x^2y = 2xyz(4 - 3x)$

D. $-2a^2 + 4ab - 6ac = -2a(a + 2b - 3c)$

4. 下列各等式属于因式分解的是()

A. $(a + 3)(a - 3) = a^2 - 9$

B. $a^2 + 2a + 1 = a(a + 2) + 1$

C. $4x^2 - 9 = (2x + 3)(2x - 3)$

D. $x^2 - 9 + 8x = (x + 3)(x - 3) + 8x$

5. 下列各组多项式没有公因式的是()

A. $5a - 5b$ 和 $b - a$

B. $ax + y$ 和 $x + ay$

C. $(a + b)^2$ 和 $-a - b$

D. $a^2 - ab$ 和 $(a + b)(a - b)$

二、把下列各式分解因式

1. $2a(b + c) - 3(c + b)$

(1998 天津中考题)

2. $4q(1 - p)^2 + 2(p - 1)^2$

(1998 四川中考题)

3. $-27m^2n + 9mn^2 - 18mn$

4. $a(m + n) - b(m + n)$

5. $a(x + y)^2 + b(x + y)^2 + c(x + y)^2$

$$6. mx^2(a+b) + nx(a+b) + cx^3(a+b)$$

$$7. -2x(y-z)^3 + 4x^3(z-y)^3$$

$$8. 45(x-y)^2 - 54(y-x)^2 + 81(y-x)^3$$

能力拓展

一、把下列各式分解因式

$$1. a^2b(x-y) + 6ab(y-x)$$

$$2. (3a+b)(3a-b) - (a+2b)(b-3a)$$

$$3. (2m+n)(m-n) - (m+2n)(n-m)$$

$$4. 5(x-y)(a-b) + 4a(y-x)(b-a) - (x-y)(b-a)$$

$$5. x^{m+n}y^m - 4x^{m-1}y^{m+1} + x^m y^n (m > 1 \text{ 的整数}, n \text{ 为正整数})$$

$$6. (a-b)^{2n} - (b-a)^{2n+1} (n \text{ 为自然数})$$

$$7. (x+y-z)(x-y+z) + (y-x+z)(y-x-z)$$

二、简算下列各题

$$1. (-7.5) \times (-\frac{100}{9}) + (-7.5) \times \frac{10}{9} - (-7.5) \times 6$$

$$2. 7 \times 3^4 + 8 \times 3^3 - (-13) \times 3^2$$

$$3. 121.2 \times 996 - 121.2 \times 1000$$

$$4. 123 \times \frac{987}{1368} + 456 \times \frac{987}{1368} + 789 \times \frac{987}{1368}$$

三、求下列各式的值

$$1. 6a(b-2) + 4a(2-b), \text{ 其中}, a = 0.4, b = 6.$$

$$2. \text{ 已知 } a+b = -4, ab = 2, \text{ 求: 多项式 } 2a^2b + 4ab^2 - 4b + 10 \text{ 的值.}$$

名题选析

$$1. \text{ 求证: 对任意整数 } n, (2n+1)^2 - 1 \text{ 一定能被 } 8 \text{ 整除.}$$

$$2. \text{ 证明: } 81^7 - 27^9 - 9^{13} \text{ 能被 } 45 \text{ 整除.}$$

$$3. \text{ 分解因式:}$$



$$1 + x + x(x+1) + x(x+1)^2 + x(x+1)^3 + \cdots + x(x+1)^{n-1}$$

第二节 运用公式法

考点聚焦

【知识点】

会用平方差公式: $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$.

完全平方公式: $a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$ 进行因式分解.

【重点、难点】

重点是掌握公式的结构特征,将所给多项式进行因式分解,难点是选择适当方法因式分解.

【考试点】

先提取公因式,再用公式法分解因式.

思维启迪

□□例1 把下列各式因式分解

(1) $4a^2 - 9b^2$

(2) $-a^2 + b^2$

(3) $25(3a + 2b)^2 - 16(2a - 3b)^2$

(4) $7m^3n - 28mn^5$

解: (1) $4a^2 - 9b^2 = (2a)^2 - (3b)^2 = (2a + 3b)(2a - 3b)$

(2) $-a^2 + b^2 = b^2 - a^2 = (b + a)(b - a)$

$$\begin{aligned} (3) \quad & 25(3a + 2b)^2 - 16(2a - 3b)^2 \\ &= [5(3a + 2b)]^2 - [4(2a - 3b)]^2 \\ &= [5(3a + 2b) + 4(2a - 3b)][5(3a + 2b) - 4(2a - 3b)] \\ &= (15a + 10b + 8a - 12b)(15a + 10b - 8a + 12b) \\ &= (23a - 2b)(7a + 22b) \end{aligned}$$

(4) $7m^3n - 28mn^5 = 7mn(m^2 - 4n^2) = 7mn(m + 2n)(m - 2n)$

【评析】

命题目的:考查对平方差公式的掌握程度.

解题关键:抓住平方差公式的特征,(1)两项必须是平方项;(2)两项符号相反.

错解剖析:(1)能熟练地把一个式子写成完全平方的形式,如 $4a^2 = (2a)^2$, $25(3a+2b)^2 = (15a+10b)^2$; (2)当多项式各项有公因式时,应先提公因式,然后再运用公式,最后要检查每个多项式分解是否彻底.

【同类变式】

下列各式中,能用平方差公式分解因式的是()

A. $x^2 - xy^2$

B. $1 - y^2$

C. $2y^2 + 2$

D. $x^3 - y^3$

答案:B

□□例2 把下列各式因式分解

(1) $9x^2 - 6xy + y^2$

(2) $-p^2q^2 - pq - \frac{1}{4}$

(3) $(a+b)^2 + 4(a+b)(c+d) + 4(c+d)^2$

(4) $(a^2 - 4)^2 - 10(a^2 - 4) + 25$

解:(1) $9x^2 - 6xy + y^2 = (3x - y)^2$

(2) $-p^2q^2 - pq - \frac{1}{4} = -(p^2q^2 + pq + \frac{1}{4}) = -(pq + \frac{1}{2})^2$

(3) $(a+b)^2 + 4(a+b)(c+d) + 4(c+d)^2$
 $= [(a+b) + 2(c+d)]^2 = (a+b+2c+2d)^2$

(4) $(a^2 - 4)^2 - 10(a^2 - 4) + 25$
 $= [(a^2 - 4) - 5]^2 = (a^2 - 9)^2 = (a+3)^2(a-3)^2$

【评析】

命题目的:考查对完全平方公式的掌握程度.

解题关键:抓住完全平方公式的特征,(1)首尾两项能写成两个数(或

式)的平方项的形式,且两项符号相同;(2)中间一项是上述两数(或式)的积的2倍,它的符号可正可负.

错解剖析:1.当多项式是二项式时,可考虑用平方差公式,当多项式是三项式时,可考虑取完全平方公式.2.用公式法进行因式分解步骤为(1)先观察多项式各项中有没有公因式,若有,应先提公因式;(2)观察多项式项数,选择适当公式;(3)检查每一个多项式是否能够再分解.

【同类变式】

下列多项式中能用公式进行因式分解的是()

A. $x^2 + 9$

B. $x^2 + 3x + 9$

C. $-x^2 + 2x - 1$

D. $x^2 - 9y$

答案:C

□□例3 把 $(x^2 - 2x + 2)(x^2 - 2x) + 1$ 因式分解

解:令 $x^2 - 2x = u$,则 $(x^2 - 2x + 2)(x^2 - 2x) + 1 = (u + 2)u + 1 = u^2 + 2u + 1 = (u + 1)^2 = (x^2 - 2x + 1)^2 = (x - 1)^4$

【评析】

命题目的:考查用换元法进行因式分解.

解题关键:观察题目特征,找出多次出现的代数式,然后利用整体代换的思想,用换元法求解.

错解剖析:注意分解彻底.

思维迁移

思维迁移

一、填空题

1. 因式分解的平方差公式是_____;完全平方公式是_____.

2. $0.04x^2 = (\text{_____})^2$; $\frac{1}{84}p^4q^2 = (\text{_____})^2$.

3. $49(a - b)^2 = (\text{_____})^2$.

4. $(a + b)^2 = (a - b)^2 + \text{_____}$.

5. $x^2 - \frac{1}{4}x + \frac{1}{64} = (x - \text{_____})^2$.

6. 分解因式 $a^2 - 9b^2 =$ _____.

7. 分解因式 $\frac{1}{100} - a^2b^2 =$ _____.

8. 分解因式 $a^2 - 0.64b^4 =$ _____.

9. 分解因式 $0.01 - 4a^2 =$ _____.

10. 分解因式 $1 - 6y + 9y^2 =$ _____.

11. 分解因式 $-4 - 4y - y^2 =$ _____.

12. 若 $x^2 - 10xy + k$ 是一个完全平方式, 则 $k =$ _____.

二、选择题

1. 下列各式中, 能用平方差公式分解因式的是()

A. $a^2 + b^2$

B. $-a^2 + b^2$

C. $-a^2 - b^2$

D. $-(-a)^2 - b^2$

2. 下列各式中, 能直接用完全平方公式分解的是()

A. $x^2 + 2xy - y^2$

B. $x^2 + xy + y^2$

C. $-x^2 + 2xy + y^2$

D. $\frac{1}{4}x^2 - xy + y^2$

3. 下列各式能用完全平方公式分解的是()

A. $1 + 4a^2$

B. $4a^2 - 4a - 1$

C. $x^2 + xy + y^2$

D. $x^2 - 4x + 4$

4. 下列各多项式中, 在有理数范围内, 不能用平方差公式分解因式的是()

A. $\frac{1}{4}x^2 - 9$

B. $-a^2 + b^2c^4$

C. $-36x^2 - 49y^2$

D. $-0.25b^2 + \frac{4}{9}a^2$

5. 若 $9x^2 + mxy + 16y^2$ 是完全平方式, 那么 m 的值为()

A. -12

B. 12

C. ± 12

D. ± 24

6. 分解因式结果为 $-(2x + y)(2x - y)$ 的多项式是()

A. $4x^2 - y^2$

B. $4x^2 + y^2$

C. $-4x^2 - y^2$

D. $-4x^2 + y^2$

7. 分解因式结果是 $(x^n - y^n)^2$ 的多项式是()

A. $x^{2n} - y^{2n}$

B. $x^n - 2x^n y^n + y^n$

C. $x^{2n} - 2x^n y^n + y^{2n}$

D. $x^{2n} - 2x^n y^n - y^{2n}$

8. 多项式 $(x + y)^2 - 4(x - y)^2$ 因式分解为()

A. $(x + y + 2x - 2y)$

B. $(5x - 3y)(5y - 3x)$

C. $(3x - y)(3y - x)$

D. $(3x - y)(2y - x)$

三、把下列各式因式分解

1. $a^2 - 81$

2. $m^2 - 49n^2$

3. $-9y^2 + 4x^2$

4. $0.49p^2 - 144q^2$

5. $4a^2 - 4a + 1$

6. $x^4 + 12x^2 + 36$

7. $9 - (3a - b)^2$

8. $4(a - b)^2 - (x - y)^2$

9. $16(2x + y)^2 - 25(x - 2y)^2$

10. $16x^4 - y^4$

11. $(x - y)^2 + 2(x^2 - y^2) + (x + y)^2$

12. $-18x - x^2 - 81$

13. $2x + 4x^3 + 2x^5$

四、已知 $a + b = 1$, $ab = \frac{3}{16}$.

求(1) $(a - b)^2$ 的值; (2) $a^3 b - 2a^2 b^2 + ab^3$ 的值.

能力拓展

一、填空题

1. $x^2 - (\quad) + \frac{1}{16} = (x - \quad)^2$.

2. $a^2 - 6a + \quad = (a - \quad)^2$.