21st CENTURY
实用规划教材 21世纪全国应用型本科电子通信系列实用规划教材

电磁场与电磁波

主 编 王善进 张 涛

.4

北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS

21世纪全国应用型本科电子通信系列实用规划教材

电磁场与电磁波

主　编　王善进　张　涛
副主编　邬春明　刘华珠
参　编　蔡庆春　焦冬莉

北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS

内 容 简 介

本书可作为普通高校工科电子类专业“电磁场与电磁波”课程的本科教学用书，主要介绍了电磁场与电磁波的基本概念及规律。全书共分9章，主要内容包括：矢量分析与场论基础、电磁感应、时变电磁场、平面电磁波基础、均匀平面电磁波的反射与透射、导行电磁波、电磁波的辐射、静态场分析及静态场的解。附录给出了各章的部分习题参考答案、常用矢量公式和希腊字母读音表。

本书内容简练且通俗易懂，不但对基本概念和基本规律作了条理清晰的阐述，且对理论的实际工程应用也有一定的具体介绍。

本书可供高等学校工科电子信息、通信工程类本科生阅读参考及作为教材使用。

图书在版编目(CIP)数据

电磁场与电磁波/王善进，张涛主编. —北京：北京大学出版社，2008.8
(21世纪全国应用型本科电子通信系列实用规划教材)
ISBN 978-7-301-12393-5

Ⅰ.电… Ⅱ.①王…②张… Ⅲ.①电磁场—高等学校—教材②电磁波—高等学校—教材 Ⅳ.O441.4

中国版本图书馆CIP数据核字(2007)第083339号

书　　名： 电磁场与电磁波
著作责任者： 王善进　张　涛　主编
策 划 编 辑： 徐　凡
责 任 编 辑： 李娉婷
标 准 书 号： ISBN 978-7-301-12393-5/TN·0031
出　版　者： 北京大学出版社
地　　址： 北京市海淀区成府路205号　100871
网　　址： http://www.pup.cn　http://www.pup6.com
电　　话： 邮购部62752015　发行部62750672　编辑部62750667　出版部62754962
电 子 邮 箱： pup_6@163.com
印　刷　者： 河北滦县鑫华书刊印刷厂
发　行　者： 北京大学出版社
经　销　者： 新华书店
787毫米×1092毫米　16开本　13.75印张　309千字
2008年8月第1版　2008年8月第1次印刷
定　　价： 25.00元

未经许可，不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。
版权所有，侵权必究　　举报电话：010-62752024
电子邮箱：fd@pup.pku.edu.cn

《21世纪全国应用型本科电子通信系列实用规划教材》

专家编审委员会

主　任　殷瑞祥

顾　问　宋铁成

副主任　（按拼音顺序排名）

曹茂永　陈殿仁　李白萍　王霓虹

魏立峰　袁德成　周立求

委　员　（按拼音顺序排名）

曹继华　郭　勇　黄联芬　蒋学华　蒋　中

刘化君　聂　翔　谭海曙　王宝兴　吴舒辞

阎　毅　杨　雷　姚胜兴　张立毅　张雪英

张宗念　赵明富　周开利

丛书总序

随着招生规模迅速扩大，我国高等教育已经从“精英教育”转化为“大众教育”，全面素质教育必须在教育模式、教学手段等各个环节进行深入改革，以适应大众化教育的新形势。面对社会对高等教育人才的需求结构变化，自 20 世纪 90 年代以来，全国范围内出现了一大批以培养应用型人才为主要目标的应用型本科院校，很大程度上弥补了我国高等教育人才培养规格单一的缺陷。

但是，作为教学体系中重要信息载体的教材建设并没有能够及时跟上高等学校人才培养规格目标的变化，相当长一段时间以来，应用型本科院校仍只能借用长期存在的精英教育模式下研究型教学所使用的教材体系，出现了人才培养目标与教材体系的不协调，影响着应用型本科院校人才培养的质量，因此，认真研究应用型本科教育教学的特点，建立适合其发展需要的教材新体系越来越成为摆在广大应用型本科院校教师面前的迫切任务。

2005 年 4 月北京大学出版社在南京工程学院组织召开《21 世纪全国应用型本科电子通信系列实用规划教材》编写研讨会，会议邀请了全国知名学科专家、工业企业工程技术人员和部分应用型本科院校骨干教师共 70 余人，研究制定电子信息类应用型本科专业基础课程和主干专业课程体系，并遴选了各教材的编写组成人员，落实制定教材编写大纲。

2005 年 8 月在北京召开了《21 世纪全国应用型本科电子通信系列实用规划教材》审纲会，广泛征求了用人单位对应用型本科毕业生的知识能力需求和应用型本科院校教学一线教师的意见，对各本教材主编提出的编写大纲进行了认真细致的审核和修改，在会上确定了 32 本教材的编写大纲，为这套系列教材的质量奠定了基础。

经过各位主编、副主编和参编教师的努力，在北京大学出版社和各参编学校领导的关心和支持下，经过北大出版社编辑们的辛苦工作，我们这套系列教材终于在 2006 年与读者见面了。

《21 世纪全国应用型本科电子通信系列实用规划教材》涵盖了电子信息、通信等专业的基础课程和主干专业课程，同时还包括其他非电类专业的电工电子基础课程。

电工电子与信息技术越来越渗透到社会的各行各业，知识和技术更新迅速，要求应用型本科院校在人才培养过程中，必须紧密结合现行工业企业技术现状。因此，教材内容必须能够将技术的最新发展和当今应用状况及时反映进来。

参加系列教材编写的作者主要是来自全国各地应用型本科院校的第一线教师和部分工业企业工程技术人员，他们都具有多年从事应用型本科教学的经验，非常熟悉应用型本科教育教学的现状、目标，同时还熟悉工业企业的技术现状和人才知识能力需求。本系列教材明确定位于“应用型人才培养”目标，具有以下特点：

(1) 强调大基础：针对应用型本科教学对象特点和电子信息学科知识结构，调整理顺了课程之间的关系，避免了内容的重复，将众多电子、电气类专业基础课程整合在一个统一的大平台上，有利于教学过程的实施。

(2) 突出应用性：教材内容编排上力求尽可能把科学技术发展的新成果吸收进来、把工业企业的实际应用情况反映到教材中，教材中的例题和习题尽量选用具有实际工程背景

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com

的问题，避免空洞。

(3) 坚持科学发展观：教材内容组织从可持续发展的观念出发，根据课程特点，力求反映学科现代新理论、新技术、新材料、新工艺。

(4) 教学资源齐全：与纸质教材相配套，同时编制配套的电子教案、数字化素材、网络课程等多种媒体形式的教学资源，方便教师和学生的教学组织实施。

衷心感谢本套系列教材的各位编著者，没有他们在教学第一线的教改和工程第一线的辛勤实践，要出版如此规模的系列实用教材是不可能的。同时感谢北京大学出版社为我们广大编著者提供了广阔的平台，为我们进一步提高本专业领域的教学质量和教学水平提供了很好的条件。

我们真诚希望使用本系列教材的教师和学生，不吝指正，随时给我们提出宝贵的意见，以期进一步对本系列教材进行修订、完善。

《21世纪全国应用型本科电子通信系列实用规划教材》
专家编审委员会
2006年4月

前　言

电磁场与电磁波，这是一个我们仿佛很熟悉但其实又陌生的概念，然而关于它们的应用却渗透到了现实世界的方方面面，小到日常生活用品，大到航天航空技术，人们稍加留意都不难看到它们的身影。从 1785 年法国科学家库仑建立描述两点电荷间作用力的库仑定律到 1873 年英国科学家麦克斯韦预言电磁波存在的麦克斯韦方程之创建，直到如今无线通信等相关产业的迅猛发展，可见研究电磁场与电磁波的基本特性及其规律，的确是一门具有悠久历史的学科。对于有志于将来从事电子工程事业的电子类大学生，学习、了解和掌握电磁场与电磁波的基本知识，不言而喻是一件十分必要的事情。

本书可作为普通高校工科电子类专业“电磁场与电磁波”课程的本科教学用书，主要介绍了电磁场与电磁波的基本概念及规律。在满足教学大纲的前提下，对内容的取舍和描述上突出了对基本概念和知识点的介绍和阐述，尽量做到简洁明了、通俗易懂。在编写的过程中，我们采纳了许多教学一线老师的意见，比如鉴于目前很多院校拟开设射频电路的相关课程，因为传输线是射频电路设计的重要基础，虽然在“微波技术”课程中会有介绍，但事实上有些学校可能不会开设“微波技术”，所以在第 6 章“导行电磁波”中我们还是保留且较为详细地介绍了传输线的基本知识。由于电磁场与电磁波的教材中会出现大量的希腊字母，时常有教师和学生反映拼读上的小麻烦，所以我们把常用希腊字母的读音表附于书后，方便大家查用。

鉴于目前很多院校都大力推行素质教育，各门专业课程的学时都有所压缩，本书的编写也考虑到了这种情况。在保证大纲要求的前提下，对部分内容进行了简化处理，比如在不影响对基本知识点理解的前提下，略去了部分的数学推导过程。由于学生没有数学物理方法或数学物理方程的知识背景，所以在学习有关求解静态场问题的分离变量法及特殊函数等内容时势必会遇到许多困难，再加上课程数学处理上的相对繁杂性，根据我们的教学经验，这不但构成了课程教学上难点，而且往往给学生以挫败感，使其对课程进一步学习的自信心丧失。所以我们在对波导分析等相关内容进行适当处理后，把以往前置的静态场问题分解为“静态场分析”和“静态场的解”两部分，将其置于课程的第 8、9 章进行。这样既不会对其他内容的学习造成障碍，同时又化解了它对后续内容学习产生的心理影响。另外考虑到实际的教学情况，我们对教材中的部分内容作了星号(*)标识，建议根据各自的情况进行取舍。本课程大约需要 50～60 学时数，教师可根据专业特点进行调整。

本书的第 1 章是矢量分析与场论基础，矢量分析的知识对学好电磁场理论是十分重要的，矢量分析的相关内容是理解和掌握电磁场与电磁波理论中的数学推导、方程和公式的关键点，它是我们在电磁场与电磁波神奇世界中遨游的工具，应给予足够的重视；第 2 章介绍电磁感应；第 3 章介绍时变电磁场；第 4 章介绍平面电磁波基础；第 5 章介绍均匀平面电磁波的反射与透射；第 6 章介绍导行电磁波；第 7 章介绍电磁波的辐射；第 8 章介绍静态场分析；第 9 章介绍静态场的解。附录给出了各章的部分习题答案、常用矢量公式和希腊字母读音表。教师在使用该教材时，建议适当介绍数理方程中特殊函数及分离变量法的内容，引导学生参阅相关的教材；鉴于本教材侧重于简明，难免在内容上失于全面翔

实，建议引导学有余力的学生查阅其他国内外优秀的电磁场与电磁波相关教材。

本书由王善进、张涛担任主编，参加本书编写工作的有：王善进(第 6、7 章)、张涛(第 4、5 章)、邬春明(第 2、8 章)、刘华珠(第 1 章及附录)、蔡庆春(第 3 章)和焦冬莉(第 9 章)，最后由王善进负责全书的统稿工作。

本书在编写过程中，得到了编者所在学校和北京大学出版社的热情帮助和支持，在此一并表示衷心的感谢。

由于编者的学识水平有限，加之时间比较仓促，书中的疏漏之处在所难免，恳请使用本书的读者和同行老师批评指正。

编　者

2008 年 5 月

目　录

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com

第1章 矢量分析与场论基础

电磁场是矢量场，矢量分析与场论知识是研究电磁场特性的理论基础。本章系统地介绍了有关矢量分析与场论的基础知识：给出场的基本概念，介绍矢量的相关运算，引入常用的三种坐标系并讨论相互之间的转换关系，重点介绍梯度、散度、旋度、通量和环流等概念，最后引出了电磁场的重要定理——亥姆霍兹定理。

本章要求掌握场的基本概念和矢量分析的基础知识，能应用三种坐标系进行相关运算，理解梯度、散度、旋度、通量和环流等重要概念，了解亥姆霍兹定理。

1.1 场的基本概念

在许多科学技术问题中，常常要研究某种物理量(如电位、力、速度、温度、密度等)在空间的分布和变化的规律。为了揭示和探索这些规律，工程中引进了场的概念。

1.1.1 场的定义及类型

设有一确定的空间区域，若对该空间区域内的每一点，都对应着某个物理量的一个确定值，这时我们说该空间区域确定了这个物理量的一个场。

按照不同的角度，场可以分为不同的类型。

从场中物理量的类型是标量还是矢量的角度分，可以分为标量场和矢量场。只有大小特征的量叫标量，如电压、电荷量、电流、面积等物理量都是标量；既有大小又有方向特征的量叫矢量，如电场强度、磁场强度、力、速度等物理量都是矢量。若场中的物理量是标量，则称该场为标量场，如温度场、密度场和电位场都是标量场；若场中的物理量是矢量，则称该场为矢量场，如力场、速度场都是矢量场。

从场中物理量是否随时间变化的角度来分，场可以分为稳定场和不稳定场。若场中的物理量在各点处的对应值不随时间而变化，则称该场为稳定场(或静态场)；否则，称为不稳定场(或时变场)。

1.1.2 场的基本描述方法

根据数学中函数的定义可知，给定了一个标量场就相当于给定了一个数性函数 $u(M)$，而给定了一个矢量场就相当于给定了一个矢性函数 $\boldsymbol{A}(M)$，其中 M 为场对应空间区域中的任意点。由于空间的点 M 是由它的三个坐标 x，y，z 所确定的，因此一个数量场可用数性函数表示为

$$u(M)=u(x, y, z) \tag{1.1}$$

同样，一个矢量场可用矢性函数表示为

$$\boldsymbol{A}(M)=\boldsymbol{A}(x, y, z) \tag{1.2}$$

在标量场中，为了直观研究标量场 $u(M)$ 在场中的分布情况，引入了等值面(或等量

面)的概念，所谓等值面是指场中使函数 u 取值相同的点组成的曲面。显然，标量场的等值面方程为

$$u(M)=C \tag{1.3}$$

式中，C 为常数。

例如，温度场中的等值面就是由温度相同的点所组成的等温面；电位场中的等值面，就是由电位相同的点所组成的等位面。

【例 1.1】 坐标原点有一电量为 q 的点电荷，它在空间形成一电位场，求该电位场的等位面。

解：点电荷的电位由函数 $u(q, r)$所确定。其中 r 是空间中的点到电荷的距离。不难看出，该电位场的等位面就是电位相同的点所构成的曲面，它由方程

$$u(q,\ r)=\frac{q}{r}=C \qquad (C\text{是不为 0 的常数})$$

所确定。显然，这是以坐标原点为中心的球面，根据距离 r 的不同，就得到不同的 c 常数，从而得到一族同心球面所组成的等电位面。

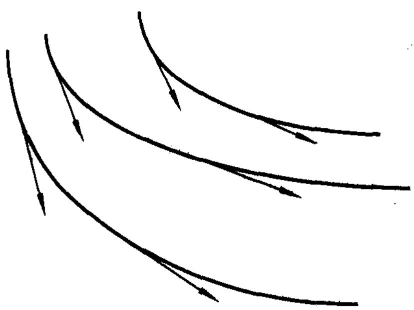

图 1.1 矢量场的矢量线

对于矢量场，可以用矢量线来形象地描绘它的分布情况。如图 1.1 所示，矢量线是这样的曲线：在它上面的每一点 M 处的切线方向和对应于该点的矢量的方向相重合。在流体力学中，矢量线就是流线；在物理学的电场中，矢量线为电力线；在磁场中，矢量线就是磁力线。

如何求矢量线方程呢？假如在空间直角坐标系中存在矢量场 $\boldsymbol{A}(M)$，很显然，它是点 M 的函数，M 点对应的坐标为(x, y, z)，记为 $\boldsymbol{A}(M)=\boldsymbol{A}(x, y, z)$，它的空间直角坐标表达式为 $\boldsymbol{A}=\boldsymbol{e}_x A_x+\boldsymbol{e}_y A_y+\boldsymbol{e}_z A_z$($\boldsymbol{e}_x$，$\boldsymbol{e}_y$，$\boldsymbol{e}_z$ 为空间直角坐标系中的单位坐标矢量)，其中 A_x，A_y，A_z 为矢量 $\boldsymbol{A}$ 在三个坐标轴上的分量。若无特殊说明，三个分量都是单值、连续，且存在一阶连续偏导数。设 M 为矢量线上任意点，其矢径为

$$\boldsymbol{OM}=\boldsymbol{r}=x\boldsymbol{e}_x+y\boldsymbol{e}_y+z\boldsymbol{e}_z \tag{1.4}$$

该矢径的微分为

$$\mathrm{d}\boldsymbol{r}=\boldsymbol{e}_x\mathrm{d}x+\boldsymbol{e}_y\mathrm{d}y+\boldsymbol{e}_z\mathrm{d}z \tag{1.5}$$

由导数矢量的几何意义可知，$\mathrm{d}\boldsymbol{r}$ 为矢量线在 M 点处的切线矢量，由矢量线的定义，$\mathrm{d}\boldsymbol{r}$ 与在 M 点处的场矢量 $\boldsymbol{A}=\{A_x, A_y, A_z\}$相重合。所以它们对应的分量成比例，可得矢量线应满足的微分方程为

$$\frac{\mathrm{d}x}{A_x}=\frac{\mathrm{d}y}{A_y}=\frac{\mathrm{d}z}{A_z} \tag{1.6}$$

若 $\boldsymbol{A}$ 是不为零的矢量，即 A_x，A_y，A_z 不同时为零，可以证明它的矢量线不仅存在，且过空间域中的每一点 M 都有唯一一条矢量线通过，即矢量线彼此不相交，并充满矢量场所在的空间区域。在场所处的区域中，任取一条曲线(不是矢量线)C，过 C 上的每一点引一矢量线，这些矢量线的全体，形成了一个通过曲线 C 的曲面，该曲面称为矢量面。

【例 1.2】 坐标原点处有电量为 q 的点电荷，求电场强度的矢量线方程。

解：设空间任意点 M 的坐标为(x, y, z)，其矢径 $\boldsymbol{r}=x\boldsymbol{e}_x+y\boldsymbol{e}_y+z\boldsymbol{e}_z$

根据电学基础知识，电场强度为

$$E=\frac{q}{4\pi|\boldsymbol{r}|^3\varepsilon}\boldsymbol{r}=\frac{q}{4\pi|\boldsymbol{r}|^3\varepsilon}(x\boldsymbol{e}_x+y\boldsymbol{e}_y+z\boldsymbol{e}_z)$$

式中，ε 为介电常数；$|\boldsymbol{r}|$ 为矢径 $\boldsymbol{r}$ 的模。

根据矢量线应满足的微分方程

$$\frac{\mathrm{d}x}{A_x}=\frac{\mathrm{d}y}{A_y}=\frac{\mathrm{d}z}{A_z}$$

可推出

$$\frac{\mathrm{d}x}{\dfrac{qx}{4\pi|\boldsymbol{r}|^3\varepsilon}}=\frac{\mathrm{d}y}{\dfrac{qy}{4\pi|\boldsymbol{r}|^3\varepsilon}}=\frac{\mathrm{d}z}{\dfrac{qz}{4\pi|\boldsymbol{r}|^3\varepsilon}}$$

从而得

$$\frac{\mathrm{d}x}{x}=\frac{\mathrm{d}y}{y}=\frac{\mathrm{d}z}{z}$$

解方程后得到 $\begin{cases}y=C_1x\\z=C_2x\end{cases}$（$C_1$，$C_2$ 为任意常数）。

根据该结果画出电场强度的矢量线方程如图 1.2 所示，从图中可见，该图形是一簇从坐标原点出发的射线，在电学中称为电力线，图 1.2 是点电荷 q 为正的情况，如果 q 为负，其方向应反向。

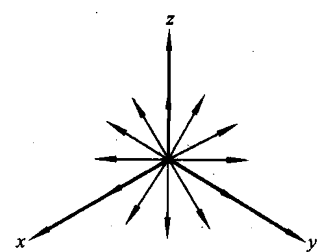

图 1.2　电场强度的矢量线

【例 1.3】 求矢量场 $\boldsymbol{A}=xy^2\boldsymbol{e}_x+x^2y\boldsymbol{e}_y+zy^2\boldsymbol{e}_z$ 通过点(1，0，1)的矢量线方程。

解： 该矢量场应满足的矢量线微分方程为

$$\frac{\mathrm{d}x}{xy^2}=\frac{\mathrm{d}y}{x^2y}=\frac{\mathrm{d}z}{y^2z}$$

解该方程可得

$$\begin{cases}z=C_1x\\x^2-y^2=C_2\end{cases}$$

由于它通过点(1，0，1)，将 $\begin{cases}x=1\\y=0\\z=1\end{cases}$ 代入上述方程可得

$$\begin{cases}C_1=1\\C_2=1\end{cases}$$

从而该矢量线的方程为

$$\begin{cases}z=x\\x^2-y^2=1\end{cases}$$

1.2　矢量运算

1.2.1　源点、场点及其相关矢量的定义

任何真实的物理场都有其产生的根源，即所谓的“场源”。例如，静止电荷是静电场

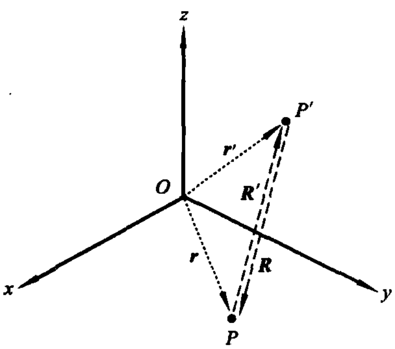

图 1.3 场点、源点及相关矢量

的场源，恒定电流是恒定磁场的场源等。场源和物理场是与空间概念联系在一起的，即任何物理场及其场源都存在于空间之中。在后面研究电磁场和它的源之间的积分关系时将表明：表示场源所在位置的点和需要确定场量(如电场强度矢量和磁场强度矢量)的观察点在名称以及符号上有明确加以区分的必要，前者简称源点并用加撇的源点坐标 P'表示，后者简称场点，用不带撇的场点坐标 P 表示，如图 1.3 所示。

在已选定坐标系的情况下，空间中任意一点的位置可以用一个起点在坐标原点，终点与该点重合的空间矢量(也叫位置矢量)表示。设源点 P' 的坐标为(x'，y'，z')，则其位置矢量为 $\boldsymbol{r}'=x'\boldsymbol{e}_x+y'\boldsymbol{e}_y+z'\boldsymbol{e}_z$，其模为 $|\boldsymbol{r}'|=\sqrt{x'^2+y'^2+z'^2}$。类似地，场点 P 的坐标为(x，y，z)，其位置矢量为 $\boldsymbol{r}=x\boldsymbol{e}_x+y\boldsymbol{e}_y+z\boldsymbol{e}_z$，其模为 $|\boldsymbol{r}|=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$。

位置矢量描述的是空间一点相对于坐标原点的位置关系，而空间任意两点之间的位置关系可用相对位置矢量来描述。如图 1.3 所示，$\boldsymbol{R}$ 是以 P'为起点，P 为终点的空间矢量，其模表示 P 相对于 P'的距离，其方向表示 P 点相对于 P'点所处的方位，类比于位置矢量，称 $\boldsymbol{R}$ 为 P 相对于 P'的相对位置矢量，显然有 $\boldsymbol{R}=(x-x')\boldsymbol{e}_x+(y-y')\boldsymbol{e}_y+(z-z')\boldsymbol{e}_z$。类似地，也可以有 P'相对于 P 的相对位置矢量 $\boldsymbol{R}'$，而且有 $\boldsymbol{R}'=-\boldsymbol{R}$。

与相对位置矢量有关的函数称为相对坐标函数，其变量形式为场点与源点的坐标差，相对坐标标量函数和相对坐标矢量函数分别记为

$$f(\boldsymbol{R})=f(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}')=f(x-x',\ y-y',\ z-z') \tag{1.7}$$

$$\boldsymbol{F}(\boldsymbol{R})=\boldsymbol{F}(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}')=\boldsymbol{F}(x-x',\ y-y',\ z-z') \tag{1.8}$$

1.2.2 矢量的点积与叉积

如图 1.4 所示，有两个矢量 $\boldsymbol{A}$ 与 $\boldsymbol{B}$，他们的夹角为 θ ($0\leqslant\theta\leqslant\pi$)，两个矢量 $\boldsymbol{A}$ 与 $\boldsymbol{B}$ 的点积又常称为标积、内积，记为 $\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B}$，它是一个标量，定义为矢量 $\boldsymbol{A}$ 和矢量 $\boldsymbol{B}$ 的大小和它们之间夹角的余弦之积，即

$$\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B}=|\boldsymbol{A}||\boldsymbol{B}|\cos\theta \tag{1.9}$$

在直角坐标系中，若矢量 $\boldsymbol{A}$ 的坐标分量为(A_x，A_y，A_z)，矢量 $\boldsymbol{B}$ 的坐标分量为(B_x，B_y，B_z)，则矢量 $\boldsymbol{A}$ 与矢量 $\boldsymbol{B}$ 的点积定义为

$$\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B}=A_xB_x+A_yB_y+A_zB_z \tag{1.10}$$

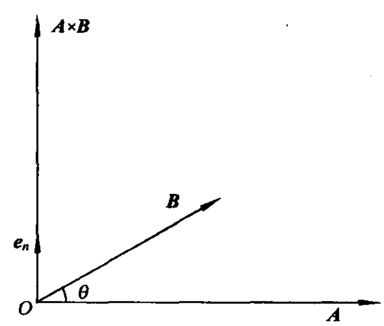

图 1.4 矢量 A 与 B 及其叉积

显然，我们可以推导出矢量的点积满足如下关系：

$$\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B}=\boldsymbol{B}\cdot\boldsymbol{A} \quad（交换律） \tag{1.11}$$

$$\boldsymbol{A}\cdot(\boldsymbol{B}+\boldsymbol{C})=\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B}+\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{C} \quad（结合律） \tag{1.12}$$

两个矢量的叉积又叫外积、矢量积，记为 $\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B}$，它是一个矢量，它垂直于包含矢量 $\boldsymbol{A}$ 和矢量 $\boldsymbol{B}$ 的平面，方向为按照右手螺旋法则，当右手四个手指从矢量 $\boldsymbol{A}$ 到 $\boldsymbol{B}$ 旋转 θ 角时

大拇指所指向的方向，其大小为$|\boldsymbol{A}||\boldsymbol{B}|\sin\theta$，即

$$\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B}=\boldsymbol{e}_n|\boldsymbol{A}||\boldsymbol{B}|\sin\theta \tag{1.13}$$

式中，$\boldsymbol{e}_n$ 是叉积方向的单位矢量。

在直角坐标系中，各单位坐标矢量的叉积满足如下关系：

$$\begin{cases}\boldsymbol{e}_x\times\boldsymbol{e}_y=\boldsymbol{e}_z\\ \boldsymbol{e}_y\times\boldsymbol{e}_z=\boldsymbol{e}_x\\ \boldsymbol{e}_z\times\boldsymbol{e}_x=\boldsymbol{e}_y\end{cases} \tag{1.14}$$

$$\begin{cases}\boldsymbol{e}_x\times\boldsymbol{e}_x=0\\ \boldsymbol{e}_y\times\boldsymbol{e}_y=0\\ \boldsymbol{e}_z\times\boldsymbol{e}_z=0\end{cases} \tag{1.15}$$

根据式(1.14)和式(1.15)可知，在直角坐标系中两矢量的叉积为

$$\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B}=\begin{vmatrix}\boldsymbol{e}_x & \boldsymbol{e}_y & \boldsymbol{e}_z\\ A_x & A_y & A_z\\ B_x & B_y & B_z\end{vmatrix} \tag{1.16}$$

根据叉积的定义，可推导出：

$$\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B}=-\boldsymbol{B}\times\boldsymbol{A} \tag{1.17}$$

$$\boldsymbol{A}\times(\boldsymbol{B}+\boldsymbol{C})=\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B}+\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{C}\quad\text{(结合律)} \tag{1.18}$$

矢量 $\boldsymbol{A}$ 与矢量$(\boldsymbol{B}\times\boldsymbol{C})$的点积称为标量三重积，矢量 $\boldsymbol{A}$ 与矢量$(\boldsymbol{B}\times\boldsymbol{C})$的叉积称为矢量三重积。它们具有如下性质：

$$\boldsymbol{A}\cdot(\boldsymbol{B}\times\boldsymbol{C})=\boldsymbol{B}\cdot(\boldsymbol{C}\times\boldsymbol{A})=\boldsymbol{C}\cdot(\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B}) \tag{1.19}$$

$$\boldsymbol{A}\times(\boldsymbol{B}\times\boldsymbol{C})=\boldsymbol{B}(\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{C})-\boldsymbol{C}(\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B}) \tag{1.20}$$

【例 1.4】 已知空间两矢量$\boldsymbol{A}=1\boldsymbol{e}_x+0\boldsymbol{e}_y+1\boldsymbol{e}_z$，$\boldsymbol{B}=0\boldsymbol{e}_x+1\boldsymbol{e}_y+1\boldsymbol{e}_z$，求它们之间的点积、叉积和两矢量之间的夹角？

解：根据点积、叉积的相关定义，可得

$$\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B}=1\times0+0\times1+1\times1=1$$

$$\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B}=\begin{vmatrix}\boldsymbol{e}_x & \boldsymbol{e}_y & \boldsymbol{e}_z\\ 1 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 1\end{vmatrix}=-\boldsymbol{e}_x-\boldsymbol{e}_y+\boldsymbol{e}_z$$

$$\cos\theta=\frac{\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B}}{|\boldsymbol{A}||\boldsymbol{B}|}=\frac{1}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{1}{2}$$

所以两矢量的夹角 $\theta=60°$。

1.2.3 单位矢量及正交坐标系的定义

为了考察某一物理量在空间的分布和变化规律，必须引入坐标系。根据被研究物体的几何形状的不同，常常采用不同的坐标系。在电磁场理论中，用得较多的是直角坐标系、圆柱坐标系和球坐标系。

任何描述三维空间的坐标系都要有三个独立的坐标变量 u_1，u_2，u_3(如直角坐标系中的 x，y，z)，而 u_1，u_2，u_3 分别为常数时，就代表三组曲面(或平面)，称为坐标面。若三组坐标面在空间每一点都正交，则坐标面的交线(一般是曲线)也在空间每一点都正交，这种坐标系叫做正交曲线坐标系。直角坐标系、圆柱坐标系和球坐标系是许多正交曲线坐标系中较常用的三种坐标系。

空间任一点 M 沿坐标面的三条交线方向各取的单位矢量，称为单位坐标矢量。它的模等于 1，并以各坐标变量正的增加方向作为正方向。一个正交曲线坐标系的单位坐标矢量相互正交并满足右手螺旋法则。

虽然物理规律对任何坐标系等价，但在求解实际问题中，适当选择坐标系，不但使求解简便，而且其解的形式简洁，能直观反映其性质。

1.3 常用正交坐标系

为了描述电磁场在空间中的分布和变化规律，必须引入坐标系，而且根据被研究对象的几何形状的不同，常采用不同的坐标系，使问题得到简化。本节介绍电磁场理论中最常用的三种坐标系及其相互转换关系。

1.3.1 三种常用坐标系

在电磁场理论中，最常用的三种坐标系是直角坐标系、圆柱坐标系和球坐标系。

1. 直角坐标系

直角坐标系由相互正交的三条有向直线和这三条直线的交点构成，三条直线分别称为 x 轴、y 轴和 z 轴，交点称为坐标原点，如图 1.5 所示。

在直角坐标系中的三个坐标变量分别是 x，y，z，它们的变化范围分别是：

$$-\infty<x<+\infty,\quad -\infty<y<+\infty,\quad -\infty<z<+\infty \tag{1.21}$$

若空间中任意一点 M 在三个坐标轴上的坐标分量确定，假设为(x_0，y_0，z_0)，则点 M 即是 $x=x_0$ 平面、$y=y_0$ 平面和 $z=z_0$ 平面的交点(见图 1.5)。在直角坐标系中，坐标轴方向的单位矢量分别为 $\boldsymbol{e}_x$、$\boldsymbol{e}_y$ 和 $\boldsymbol{e}_z$，它们相互垂直正交，且符合右手螺旋关系。其特征矢量 $\boldsymbol{e}_x$、$\boldsymbol{e}_y$ 和 $\boldsymbol{e}_z$ 都是常矢量，方向不随点 M 的位置的改变而改变。直角坐标系中的任一矢量 $\boldsymbol{A}$ 可表示为如下形式：

$$\boldsymbol{A}=A_x\boldsymbol{e}_x+A_y\boldsymbol{e}_y+A_z\boldsymbol{e}_z \tag{1.22}$$

式中，A_x，A_y，A_z 分别是矢量 $\boldsymbol{A}$ 在 $\boldsymbol{e}_x$、$\boldsymbol{e}_y$ 和 $\boldsymbol{e}_z$ 方向上的投影。

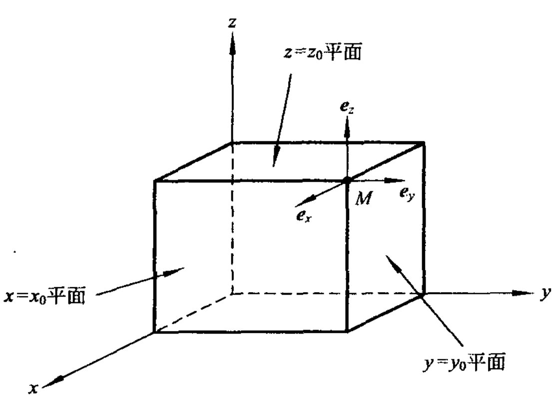

图 1.5 直角坐标系

在直角坐标系中，位置矢量可表示为

$$\boldsymbol{R}=x\boldsymbol{e}_x+y\boldsymbol{e}_y+z\boldsymbol{e}_z \tag{1.23}$$

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com