

物理学中的对称性

SYMMETRY IN PHYSICS

孙宗扬 著

中国科学技术大学出版社

物理学中的对称性

Symmetry in Physics

孙宗扬 著



中国科学技术大学出版社

内 容 简 介

本书以普通物理为背景,详细阐述了对称性是如何引进到物理学中的,使读者清楚地了解到物理学中的对称性和通常的形状对称性之间的紧密联系以及各自的特点.本书为普通的直观上的对称性到现代的理论物理中的对称性之间建立了有效的沟通渠道,帮助希望了解物理学和对称性的读者找到入门的途径,扫除某些思考上的障碍,以普通物理为基点,来审视对称性问题.本书适用于物理学专业的师生以及对物理学感兴趣的其他各专业师生,并可供相关专业的科研人员参考.

图书在版编目(CIP)数据

物理学中的对称性/孙宗扬著. —合肥:中国科学技术大学出版社,2009.4

ISBN 978-7-312-02250-0

I. 物… II. 孙… III. 数学物理方法-群表示 IV. O411.1

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 048128 号

中国科学技术大学出版社出版发行

安徽省合肥市金寨路 96 号,230026

<http://press.ustc.edu.cn>

安徽江淮印务有限责任公司印刷

全国新华书店经销

开本: 710 mm×1 000 mm 1/16 印张: 15 插页: 1 字数: 270 千

2009 年 4 月第 1 版 2009 年 4 月第 1 次印刷

印数: 1—3 000 册

定价: 28.00 元

前 言

作者于 1999—2000 年在中国科学技术大学开设了“物理学和对称性”选修课,由于在这一段时间内资料的积累及认识的加深,感到有必要系统地来解释对称性及其在物理学中的作用等问题.对称性被普遍地认为是物理学中最基本的原理或称第一原理.它在直观上很容易理解:两个形状相同的方块有对称性,一个圆球其各个方向之间具有对称性.但这种对称性在物理学中的表现就没有这样直观,物理学中的对称性实际上是指在表面看来彼此不相干的现象中隐藏同一个规律.当然读者更感兴趣的是从这些现象中寻找规律的见识、能力及潜质,即如何培育出“去粗存精,去伪存真,由此及彼,由表及里”的功力.本书注意到了这一点,并从历史资料中寻找出恰当的事例供读者参考.在有些物理事例中,我们对具体的作用规律几乎一无所知,但仅仅根据对称性的认识或者甚至是对称性的设想就能够得到非常重要的性质.处理对称性的数学工具是群论.

从表面上看,物理或日常事物都是涉及对称性的,但其间的表现形式大相径庭.一名没有受过专业训练的工作者,很难懂得其中的内在联系,而专家在介绍对称性时,先从简单的直观的对称性,例如建筑的对称性入手,作一番简介之后就进入他们本人的专业领域,他们的标准叙述方式是“这显然是一种对称性……”.实际效果是:专家看着显然,对于一般的读者看来并不显然,因此这样的讲述方法至少对于入门者来说门槛过高,或者不怎么合适.本书也遵循着从通常具体的对称性出发逐渐过渡到物理学中的对称性的认识路线,具体的对称性中有形式上的对称性、性质上的对称性以及规律上的对称性,而规律上的对称性更易于过渡到物理上的对称性,本书对这些

细致的分析和过渡过程作了较大篇幅的分析,希望有利于读者掌握对称性在物理中的应用,从而加深理解.

本书在构思阶段曾得到已故的阮图南教授的鼓励,他指出了群论在物理中的重要性,作者曾在他的指导下进行过物理学各门类的搜集和甄别的工作,锻炼了处理对称性问题的能力,谨以此书寄托对阮先生的缅怀.

作者长期在物理教学及科研领域工作. 1978 年重建物理教研室以来,教研室的同仁为物理教学和研究工作投入大量的时间和精力,得到很多有价值的见解和结果. 作者在这样的氛围中受到熏陶及激励,提高了处理物理问题的能力. 对于他们的开创性工作,作者深表敬重及感谢.

这本书陆陆续续写了多年,承中国科学技术大学出版社的支持得以列入计划,在此表示感谢. 天文与应用物理系(即原物理教研室或稍后一些的基础物理中心)和近代物理系各位有关老师对此事也多有关注,作者感谢他们的支持.

本书尽力探讨对称性在物理中的作用,提法有不当之处,希望关心此类工作的人士指正.

孙宗扬

2008. 10

目 录

前言	i
引论	1
1. 几何对称性	2
2. 中国古代的对称观念	4
3. 物理学中的对称性	5
4. 对称性和数学上的准备	7
5. 群论与物理学中的对称性	8
习题	11
第 1 章 地上和天上的力——重力和引力	12
1.1 重力	12
1.1.1 重力加速度	13
1.1.2 运动轨迹上的粒子速度和加速度	16
1.1.3 运动轨道是平面轨道时的性质	17
1.2 月亮的运动	19
1.2.1 月亮绕地球的公转周期 T_m	19
1.2.2 匀速圆周运动的向心加速度	21
1.2.3 胡克的引力反平方规律	23
1.2.4 月球运动和苹果落地运动的同一性	24
1.3 太阳系中行星运动规律	28
1.3.1 太阳与地球的质量比	28
1.3.2 万有引力常量 G 的测定	29

1.3.3 点源万有引力作用下的守恒定律	30
1.3.4 简化的行星轨道运动方程	31
1.4 开普勒定律	31
1.4.1 轨道运动方程求解	31
1.4.2 开普勒第三定律	32
1.4.3 注记	33
1.5 力学运动的对称性和守恒定律	34
1.5.1 质点在有位力场中运动	35
1.5.2 力学系统平移与能量-动量守恒	35
1.5.3 对称性观念的重要结果	37
1.5.4 动量矩守恒	39
1.5.5 讨论	41
习题	42
第2章 熵的性质和粒子的不可区分性——宏观与微观	51
2.1 温度	53
2.1.1 系统	53
2.1.2 热平衡态	54
2.1.3 热力学第零定律	54
2.1.4 温度的性质和量化	55
2.1.5 温度计原则、温度函数和温度计实例	55
2.2 热量	59
2.2.1 热量的概念	59
2.2.2 焦耳实验	60
2.2.3 理想气体绝热过程	61
2.2.4 焦耳-汤姆逊效应	62
2.2.5 卡诺循环中的热量	64
2.3 热力学第二定律	65
2.3.1 状态函数	66
2.3.2 开尔文(Kelvin)形式的热力学第二定律及其推论	67
2.3.3 理想气体系统中的熵	68
2.4 分子动理论	69

2.4.1 在重力场中的气体密度分布	69
2.4.2 几率密度	70
2.4.3 麦克斯韦速率分布率的导出	71
2.5 熵的统计表达式和粒子系统的状态分布规律	73
2.5.1 熵表达式中的微观参数	73
2.5.2 熵的统计解释	74
2.6 粒子状态的玻色分布	76
2.6.1 吉布斯佯谬	77
2.6.2 如何解决佯谬	77
2.6.3 玻色-爱因斯坦统计	78
2.6.4 玻色分布和对称性	79
习题	80
第3章 从牛顿时空观念过渡到狭义相对论时空观念	
——空间和时间的对称性	86
3.1 将时间与空间生成四维时-空	87
3.1.1 光速中心说	87
3.1.2 迈克尔逊-莫雷实验	88
3.1.3 四维时空	91
3.2 洛伦兹变换	92
3.2.1 不变量	92
3.2.2 伽利略变换及其推广	94
3.2.3 洛伦兹变换及其推论	95
3.3 洛伦兹变换的特点和处理方式	97
3.3.1 原时	97
3.3.2 空间旋转的 $SO(3)$ 群	99
3.3.3 时空“旋转”的 $SO(3,1)$ 群(洛伦兹群)	101
3.4 洛伦兹变换下的对称性的探讨	103
3.4.1 动量与力的变换规律	104
3.4.2 能量作为四矢量的第零分量	105
3.4.3 纵向质量和横向质量	107
3.4.4 碰撞问题	109

3.5 平面波中各参量的变换规律	111
3.5.1 角频率 ω 与圆波矢 k	111
3.5.2 什么是同时性事件	111
3.5.3 在不同惯性系下角频率 ω 的变换规律	112
3.6 光子的能量	113
3.6.1 光子的速度	113
3.6.2 $E = h\nu$	114
3.6.3 光电效应	114
习题	116
第4章 电、磁现象在形式上的类似——静电和静磁现象的对称性质	121
4.1 电荷	122
4.1.1 摩擦起电	122
4.1.2 电的本性及测量	123
4.1.3 最小电量单位 e	124
4.2 库仑定律	125
4.2.1 静止电荷之间的相互作用力	125
4.2.2 点电荷间的作用力	126
4.2.3 电场强度 E	126
4.2.4 微分高斯定理	128
4.2.5 静止电荷所产生的电场及电势	129
4.2.6 电偶极子的电场强度及电势	131
4.3 电位移矢量 D	132
4.3.1 电位移矢量 D 的概念	132
4.3.2 边界条件	134
4.3.3 真空中电位移矢量 D , 它是物理量	134
4.3.4 D (电位移矢量) 在一般情况下并不是物理量	135
4.3.5 D 不是物理量的一个实例	136
4.4 磁荷的库仑定律	138
4.4.1 磁荷的库仑定律形式	139
4.4.2 磁场	140

4.4.3 磁感应强度矢量(磁通密度) $\mathbf{B}$	140
4.4.4 边界条件	140
4.5 磁偶极子场强	141
4.5.1 对磁荷系统	141
4.5.2 展开关系	141
4.5.3 磁偶极子及其成场关系	142
4.5.4 对磁荷($q_m, -q_m$)的实际替代者	143
4.6 用电流圈替代磁偶极子所导出的推论	145
4.6.1 力矩	145
4.6.2 磁偶极子 $\mathbf{p}_m$ 在磁场中所受到的力矩	146
4.6.3 电流线圈 IS 在均匀磁场 $\mathbf{H}$ 中所受到的力矩 $\mathbf{M}$	146
习题	148
第5章 电学和磁学的内在对称性	162
5.1 磁场 $\mathbf{H}$ 的性质	163
5.1.1 磁场 $\mathbf{H}$ 的环路定理	164
5.1.2 短粗柱形壳电流在轴线上的磁场强度	165
5.1.3 一般情况下的磁场环路定理	168
5.2 无穷长直导线所产生的磁场	170
5.2.1 在计算直线电流所产生的磁场时场源用磁偶极子替代 ...	170
5.2.2 两根导线之间的作用力	171
5.2.3 电流的单位	171
5.3 在介质中的磁场	172
5.3.1 磁介质	172
5.3.2 用代替法研究磁介质	173
5.3.3 边界条件	174
5.3.4 关于物理场和辅助场的进一步探讨	176
5.3.5 静电学中的电场强度 $\mathbf{E}$ 和电位移矢量 $\mathbf{D}$ 的问题	179
5.4 毕奥-萨伐尔定律的导出	181
5.4.1 电流元 $I d\mathbf{l}$ 在其延长线方向的磁场	181
5.4.2 弯折电流的上半段与下半段的关系	183
5.4.3 弯折电流在其角平分线反向延长线上一点 A 的磁场	183

5.4.4 毕奥-萨伐尔定律	184
5.4.5 附录	185
5.5 电磁波问题	187
5.5.1 电磁基本定律的微分形式	187
5.5.2 无源电磁场	188
5.5.3 电磁波的传播	189
5.6 光线在运动介质中的传播速度	190
5.6.1 在以电荷、电流为场源电磁场系统的性质	191
5.6.2 在以磁荷、磁流为场源的电磁场系统的性质	194
5.6.3 慢速运动介质的电磁性能方程	196
5.6.4 光在低速运动介质中的传播速率(费涅尔公式)	198
5.7 电磁学中国际单位制和实用单位制之间的转换	201
5.7.1 库仑定律	201
5.7.2 电场强度 E 和电位移 D	203
5.7.3 磁学量及一般电磁学公式的转换关系	205
5.7.4 结论	207
习题	207
后记	217
1. 为什么关注万有引力	220
2. 物理学与处理工具, 一个在常规对称性之外的问题	222
3. 坚持对称性还是坚持状态的计数规则	224
4. 狭义相对论和电磁现象	226
5. 现代物理中探索对称性的主要工具——群论	226
6. 从门捷列夫的周期表到盖尔曼的强子分类	228
7. 物理学和对称性	231

引 论

人类社会文明是逐渐积累起来的,从结绳纪事开始,人类就在逐渐积累着经验.随着文字的出现,能够长期保存的资料逐渐增多,从这里我们可以探知一些文明的演化过程.人是自然界的产物,他们与自然界融为一体,互相协调,老子《道德经》中说:“人法地,地法天,天法道,道法自然.”这说明了人与自然界之间的关系.凡是自然界中发生的,在人们心目就会感到是美.所谓“美”,大概就是符合人们的生存、发展的愿望;反过来,如果我们对某些人工创造的事物产生了美感,那么这件事物的出现就是符合实际发展规律的.这种说法不是逻辑上的推论,而是经验上告诉我们这些结论的正确性.“美”在 20 世纪的物理学进展中起了关键性的作用.那么什么是“美”呢?

“美”的表现有多种形式,在物理学中的“美”主要体现在“对称性”上.在 20 世纪以前,“对称性”还只停留在对自然现象的欣赏及其模仿上.如模仿生物的左、右对称,建造出左、右对称的建筑:民房,四合院,宫殿;模仿雪花的六角形形状,在商朝(约公元前 16 世纪—约公元前 1066 年)就出现了不少六角形的青铜古器.这些或许就是对称这一观念的起源及对称留给人们的美感.这些只是一种推测,至于对称观念的确切起源,到现在为止还没考证出来.

20 世纪开始,对称性从本质上进入到物理学,它渗透在每一个物理学分支的发展之中.但是近现代物理学中的对称性,形式上与直觉的对称性相距甚远,本书中将指明它们之间的内在联系.

对称性好像是一个自明的概念,当提及对称性时,每一个人都觉得懂得

一点,但真正追问起如何确切解释对称时,又感觉到不知道从何处说起.什么是对称性?我们怎样界定所涉及的范围?在所讨论的对象中,存在有对称性是指直觉的还是内在的?这都是基本问题.试举几个简单的例子:一个立方形的石块有没有对称性?两个半径相同的钢球有没有对称性?那么两个半径不同的钢球呢?它们之间有没有对称性?这些对称性是从外观上就可以说出一番道理的.但对于某些看起来不那么直观的对象,例如地上的现象和天上的现象,它们之间有没有对称性?对于这样的问题,大家从直觉上恐怕是有很多话要说的,但真的要着手接触这样一个问题时,又感到无处下手!“此情可待成追忆,只是当时已惘然”根本原因是“对称性”虽然是挂在嘴边的口头禅,但其真正的含义却不十分清楚,各人有各人的理解.

在数学特别是几何学的研究中,对称规律明显而且重要.例如一线段处于不同地点构成事件组,在不同的事件中,线段的位置不同,但线段的长度相等(具有对称性).在一定地点的线段经过移动及旋转可以处于另一个地点,用数学的语言说,这两个事件以变换的方式联系起来,因此这里的对称性就是探讨变换的不变量问题.

对物理学的探讨表明,“它迫使我们去分析几何学对描写客观世界的作用.”^①这样就可以把物理学的对称性转化为几何学中的对称性来进行研究,这是本书的重点之一.

1. 几何对称性

本书的首要任务是要指明我们想讲的对称性是什么,以及对称性对理解自然规律所起的作用.比较初等的对称性,自然从对物体的直观感觉中来,所谓两个物体的对称性也就是它们之间在大小、形状和排列上有一一对应关系;而一个物体之内的对称性,是指它的局部之间的对称性(或共同性).

物体的对称性,更可以严格一些谈论的是几何图形的对称性,我们说两

^① 爱因斯坦,英费尔德.《物理学的进化》.周肇威译,上海科学技术出版社,1962年, P157

个图形是对称的,一般是指这两个图形可以重合.参见图 1,两个三角形 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 是对称的,是指这两个图形可以重合.对于平面图形,两个图形重合不会有物理上的障碍,即无论它们是从几何的意义上还是从实物平板的意义上(指这个实物平板的厚度可以不计),它们都是能够重合的.但对于图 2 的两个锥体 $S-ABC$ 和 $T-DEF$ 有对称性,是指它们作为几何图形是重合的.对于对称性还可以附加一些条件.参见图 3,锥体 $S-ABC$ 和 $S'-A'B'C'$ 有镜对称性,这种镜对称是指将其中一个物体例如 $S-ABC$ 取它在镜子中的像 $S''-A''B''C''$ 则它与 $S'-A'B'C'$ 重合,镜对称的实物比较常见,如左手和右手就呈现出镜对称.还有一种常见的对称性是螺旋对称,参见图 4,螺距为 T 的圆柱形螺旋线有旋转(或螺旋)对称性,其特点是将它沿轴线提升一个距离 t 及旋转一个角度 α 后的新螺旋线与原螺旋线重合.从 here 我们可以明白“对称性”一词中包含诸多内容,在不同的场合下具有不同的含义.我们再举个例子,两个半径 $r_1 \neq r_2$ 的球,它们之间有什么对称性?这两个球当然不会重合,但我们可以发现,无论是半径为 r_1 的球或者是半径为 r_2 的球,它们在围绕各自的球心转动时,其形状各自保持不变.这个性质就是它们的对称性: r_1 球有转动不变性质, r_2 球也有转动不变性质,这里的对称性是指它们共同具有转动不变性质.

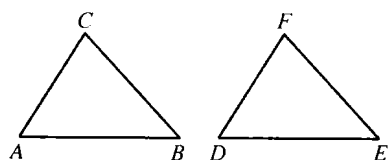


图 1

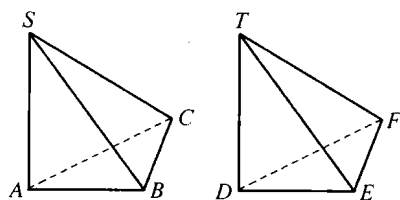


图 2

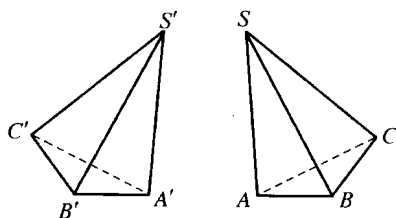


图 3

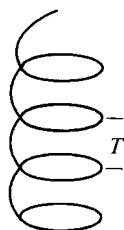


图 4

以上明确指出：从最直接的重合到某种共同的性质，都概括地称之为对称性。

2. 中国古代的对称观念

与世界上同时的文明社会一样，中国古代对称性是指几何上的对称性或形式上的对称性。在建筑上，北京故宫自景山到前门是一条中轴线，也就是一条对称轴，附近建筑相对该轴对称配置。封建时代的豪宅有五进、七进、九进的，它们也都有中轴线。

诗词是中国传统文化，将诗词与对称性相结合就出现回文诗，这类诗顺念倒念都可成诗，即具有顺逆对称性，下面是描述江边山色的回文诗，原载宋朝桑世昌编的《回文类聚》中。

潮随暗浪雪山倾，远浦渔舟钓月明。桥对寺门松径小，
槛当泉眼石波清。迢迢绿树江天晓，霭霭红霞海日晴。
遥望四边云接水，碧峰千点数鸥轻。

将上面诗句倒着念，是

轻鸥数点千峰碧，水接云边四望遥。晴日海霞红霭霭，
晓天江树绿迢迢。清波石眼泉当槛，小径松门寺对桥。
明月钓舟渔浦远，倾山雪浪暗随潮。

念起来也成诗，并且两首诗的意境相同。

时间和空间是比较深刻的概念，也是人们关心的对象。那么，时间和空间有没有对称？下面苏轼的词涉及这个问题。

山下兰芽短浸溪，松间沙路净无泥。潇潇暮雨子规啼。
谁道人生无再少，门前流水尚能西。休将白发唱黄鸡。

这里苏轼将时间与空间作了对比，既然空间可以任意取向，那么时间为什么不能任意取向甚至倒流呢？这就是包含在这首词中的含意，或者说作者是探讨时-空的先驱。但是需要说明的是，本词虽然留给人们以美感及遐思，但对时-空本性的认识没有实质性的贡献。时-空对称性的研究是物理学的层次，也是本书所要着重讨论的，对于物理学对称性的研究需要坚实的公理体系及严密的、易于操作的数学工具以及关键性的实验验证，这在中国传统中都是弱项。

3. 物理学中的对称性

考虑事物之间的相互联系,这些相互联系之处就是它们的共同点,从而有了对称性.对于粗看起来毫不相干的风马牛,它们之间也有共同点,因为它们都是物质和物质所呈现的运动形态,因此也有对称性.

但是,风马牛之间的对称性是太宽泛的对称性,没有多少实用价值,不会引起过多的兴趣;即使对于上面所讲述的几何图形上的对称性也不会引起特别的兴趣,因为几何上的对称性一看便知,不必花太多的精力.要在物理问题上能够利用直觉的几何对称性,必须将物理问题几何化,这就是 20 世纪初期开始一直延续到现在的趋势.

在物理上有效的对称性,不那么宽泛,也不那么直观,是在看来不同的对象中找出其中的共同性质(对称性).例如时间与空间应当是不同的对象,但我们从后面可以看到,它们之间有一些共同的性质,也就是说它们之间有对称性.时间和空间是物理学中首先要关注的对象,并且它们之间的差异是如此的明显,而我们竟然在它们之间找到对称性(共同性)这不能不是一件令人关注的事情.如果掌握了两个对象间的对称性,我们可以从一个对象的性质而推知另一对象的性质,两种表面上看似彼此无关的性质,如果对它们之间的对称性加以考察,我们可能发现其中的遗漏及缺陷,从而比较全面地掌握有关对象的性质.在对称性尚未在物理中受到重视的时代,特别是 19 世纪末 20 世纪初,我们陆续发现了在物理学中若干重大的佯谬,并且作了修正.当对称性逐渐受到物理学界的重视而上升为“对称性是物理学中的第一原理”这样的高度之后,我们返回去检查所发生的事件,发现原来是忽略了有关领域的对称性联系.这样的成果不能算是原创性的,某种程度上是“马后炮式”或“事后诸葛亮”式的,但是这些事实说明了物理学中的对称性是无处不在的,是连接各种值得关注现象的关键.关于这一类对称性的回溯使我们了解到对称性的普遍性,建立起把对称性的研究推向各种尚未掌握的现象的信心.而这一部分的讨论在现有的文献资料中的深入讨论还比较少,或者还不很集中,往往在讨论对称性的资料中简单地提及几何图像的对称性之后就转到作者感兴趣的近、现代题目中去,远对尚未十分熟悉对称性

的读者不利,往往有见到“丈二和尚”之感,就是对有些作者而言,由于对对称性的内涵不够明晰,可能自己也会一定程度上莫知所云.本书用了相当大篇幅来分析介绍这一类现象,以对称性作为出发点,统一处理各种相关现象,使得“对称性是物理学中的第一原理”的认识有些可供实际参照的事例.

在 20 世纪初,爱因斯坦(A. Einstein)在讨论时空问题时才有了物理学特有的对称性,而在 20 世纪前的晶体点群理论中,人们所着重讨论的是几何对称性,即数学上的对称性.爱因斯坦因其理论的新奇和成就的巨大,而为当时人们所瞩目,但他关于对称性的思考往往未能引起注意,实际上在 1905 年关于狭义相对论的著名论文中,他就提到:“大家知道,麦克斯韦(Maxwell)电动力学应用到运动物体上,就要引起一些不对称……”.任何时候,物理学都需要相当深度的数学,如果当时缺乏相应的数学工具,那么物理学家就创造相应的数学,如牛顿在讨论万有引力时同时提出了流数法(微积分、数学分析).伽利略(Galileo, 1564—1642)说过:“自然界的大书是由数学写成的.”他又说,“如果没有理解它的语言,就不能够读懂宇宙这本伟大的书,它的语言就是数学.”

电磁学的奠基人法拉第本人连初等数学都不能熟练运算,他的数学能力又怎样呢?请看理论物理学家麦克斯韦的评价.1873 年,在法拉第去世 8 年以后,麦克斯韦写道:①

法拉第采用自己的“力线”的思想描述电磁感应现象,他使用这种方法表明他是事实上的、高超的数学家.将来的数学家们可以从他那里得到启发,得到有价值的、富有想像力的方法.

法拉第因其数学思想的深邃引导麦克斯韦走上了处理电磁现象的道路,建立了正确的电磁场理论,令人印象深刻.1936 年,爱因斯坦写道:

法拉第和麦克斯韦的电磁场理论摆脱这种令人不能满意的(超距作用)情况.这大概是牛顿时代以来物理学基础所经历的最深刻的变化.

① J. C. Maxwell, Scientific Papers, Vol. 2 No. 61 (Cambridge University Press, 1890). 转引自杨振宁演讲集 P431,南开大学出版社.