



Quantum Mechanics

量子力学

裴寿镛



高等 教育 出版 社
Higher Education Press

Quantum Mechanics

量子力学

裴寿镛



高等 教育 出 版 社
Higher Education Press

内容提要

本书是适合 54 学时教学的量子力学教材,着重讲解量子力学的基本概念和方法,取材比较简练。全书共八章,内容包括量子论、薛定谔方程、量子力学的理论结构、二态系统、带电粒子在电磁场中的运动、纠缠态、近似方法和散射理论简介等。

本书可以作为大学物理系本科生的量子力学教材,或者化学、天文等理科专业的量子力学教材。

图书在版编目(CIP)数据

量子力学/裴寿镛. —北京:高等教育出版社,2009. 1

ISBN 978 - 7 - 04 - 024920 - 0

I. 量… II. 裴… III. 量子力学—高等学校—教材
IV. 0413. 1

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 193667 号

策划编辑 高 建 责任编辑 李 苓 封面设计 赵 阳
责任绘图 尹 莉 版式设计 余 杨 责任校对 金 辉
责任印制 朱学忠

出版发行	高等教育出版社	购书热线	010 - 58581118
社 址	北京市西城区德外大街 4 号	免费咨询	800 - 810 - 0598
邮政编码	100120	网 址	http://www.hep.edu.cn http://www.hep.com.cn
总 机	010 - 58581000	网上订购	http://www.landraco.com http://www.landraco.com.cn
经 销	蓝色畅想图书发行有限公司	畅想教育	http://www.widedu.com
印 刷	人民教育出版社印刷厂		
开 本	787 × 960 1/16	版 次	2009 年 1 月第 1 版
印 张	16	印 次	2009 年 1 月第 1 次印刷
字 数	290 000	定 价	22.00 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

物料号 24920 - 00

前 言

我在北京师范大学物理系为本科生讲授量子力学课多年,所选用的教材和主要参考书有《量子力学导论》(曾谨言)、《量子力学教程》(曾谨言)、《量子力学》(周世勋)以及《量子力学》(张永德)。这几本教材已为国内很多院校所采用,为我国的本科生量子力学教学作出了贡献。国内还有许多同行编写的教材,也各具特色。

为了适应国内一些院校课时较少的量子力学教学安排,在过去讲稿的基础上,修改整理成一本供大约 54 学时讲授的教材。本书内容的选取依据和编排如下:

1. 以较少的篇幅,讲解量子力学的理论结构和应用量子力学解决实际问题的最基本的方法,以讲清物理概念为目的,数学成分尽量从简。这些内容集中在教材的前四章内。
2. 在教材第五章、第六章安排了 AB 效应、EPR 效应等,属于量子力学重要进展的内容。
3. 考虑相近理科专业的需要,适当加入了量子化学、天体物理的有关内容。
4. 受学时限制,不得不割舍如对称性守恒律、角动量耦合等重要内容。
5. 当今的本科生,计算机应用能力和应用网络搜寻信息资源的能力有很大提高,因此在习题中,加入了一些计算机作图、计算的题目,以及一些调研题目。
6. 一些带 * 号的章节可以作为选讲的内容。

本书能否适用于较少课时的教学要求,还有待检验,希望读者和专家给予批评指正。

能写出这本教材,首先得益于我在北京师范大学物理系的学习和教学实践。我早年师从喀兴林教授学习量子力学、高等量子力学和量子场论,几十年来,不断得到喀先生的提携、指教,受益终生。近十年来,和刘辽教授、赵峥教授就量子力学与黑洞物理进行过多次讨论,深受启发。我的许多老师和同事——梁绍荣教授、高尚惠教授、史天一教授、梁灿彬教授、杨展如教授、管靖教授、汪凯戈教授、张向东教授、刘小明副教授等——都曾经在量子力学的教学和研究领域对我给予了指教和帮助。梁绍荣教授、管靖教授对本书的编写提出了宝贵的建议。

II 前 言

近 20 年来,作者深得北京大学曾谨言教授的指导、支持与鼓励,曾先生对于本书的初稿提出过宝贵的指导和建议。高等院校量子力学研究会张永德会长曾多次给予指教。中科院理论所孙昌璞教授、清华大学龙桂鲁教授以及许多同行都曾给予我许多的帮助。美国 UMassD 的许仲平(J. P. HSU)教授,在相对论和量子力学基本问题长期的合作研究中,给予我许多宝贵的支持。

北京师范大学物理系、天文系的许许多多同学,清华大学基础科学班 98, 00, 01, 02, 03 等年级的同学,他们的富有想象力的广泛的质疑是对我最有力的鞭策和激励。

谨向以上各位师长、同事、朋友和学生,致以深深的谢意。

我要特别感谢高等教育出版社高建博士和李茜编辑的热情认真的工作,使本书得以出版。

裴寿镛

于北京师范大学

2008 年 10 月

目 录

算符和矢量符号的说明	I
第一章 量子论 波粒二象性	1
§ 1 光波 光量子	1
§ 2 玻尔原子结构模型	15
§ 3 电子 电子的波性	21
§ 4 自由粒子的波方程 波包	31
§ 5 海森伯不确定度关系	38
习题	44
第二章 薛定谔方程	46
§ 6 波函数 薛定谔方程	46
§ 7 箱中粒子	52
§ 8 一维方势垒 隧道效应	56
§ 9 一维线性谐振子	61
§ 10 转子 角动量量子化	69
§ 11 氢原子	74
习题	80
第三章 量子力学的理论结构	83
§ 12 量子力学的基本假设	83
§ 13 算符 可观察物理量	84
§ 14 测量 平均值 守恒量	93
§ 15 算符对易性和不确定度关系	97
§ 16 全同粒子体系	105
§ 17 量子力学的态空间 狄拉克符号	108
§ 18 基矢和表象	113
习题	123
第四章 二态系统	127
§ 19 电子的自旋	127

II 目 录

§ 20 光子的极化	136
* § 21 电子在磁场中自旋状态的演化 自旋共振	142
* § 22 氨分子	148
习题	155
第五章 带电粒子在电磁场中的运动	159
§ 23 电磁势的规范变换和波函数的相位变换	159
§ 24 阿哈罗诺夫-玻姆效应	162
§ 25 塞曼效应	166
习题	169
第六章 纠缠态	171
§ 26 两个费米子自旋角动量之和	171
§ 27 密度矩阵	181
§ 28 EPR佯谬 隐变量 贝尔不等式	188
习题	193
第七章 近似方法	196
§ 29 定态微扰论	196
§ 30 变分法	204
* § 31 氢分子离子	208
§ 32 含时微扰论	214
习题	221
* 第八章 散射理论简介	224
§ 33 散射截面	224
§ 34 玻恩近似	226
§ 35 分波法	229
§ 36 全同粒子的散射	232
习题	234
附录 A 一维线性谐振子的能级和本征函数	235
附录 B 角动量算符的球坐标形式 本征值和本征函数	240
附录 C 库仑势场中电子的径向波函数	243
参考文献	246
部分插图的来源	247

第一章 量子论 波粒二象性

本章介绍量子论诞生(1900年)至量子力学理论建立(1925年)之前这段时间内,对于量子现象的认识和研究.其中,普朗克(Planck)的量子论和爱因斯坦(Einstein)的光量子假设、玻尔(Bohr)的原子模型以及德布罗意(de Broglie)的微观粒子波粒二象性假设,是这一时期最重要的研究成果.微观粒子的能量量子化和波粒二象性的假设,突破了经典物理观念的束缚,为量子力学理论的建立奠定了重要的思想基础.这个时期人们对于量子现象的解释,虽然还处在唯象研究的水平,但是在物理学发展的过程中,这是一个最富有革命思想的时期.了解这些伟大的物理思想的由来,对于科学的研究和科学教育,都是非常重要的.

光量子和电子的波粒二象性是本章着重介绍的概念.波粒二象性是与经典物理相悖的概念,我们将引入态叠加原理和不确定度原理,对波粒二象性做唯象的描述.量子力学理论建立之后,这些原理可以从量子力学的基本假设出发,自然地推导出来.

§ 1 光波 光量子^①

1.1 光的波性 电磁场的叠加原理

光是我们熟悉的自然现象,然而要回答光的本性这个问题,并不容易.正是通过对于光的本性的探索,诞生了量子论.

1672年,牛顿提出光的微粒说,认为光是微粒的流动.几年之后,惠更斯提出光的波动原理,即惠更斯原理.牛顿的“微粒说”与惠更斯的“波动说”构成了关于光的两种基本理论,产生过激烈的争论.由于牛顿的巨大科学成就和权威声望,光的“微粒说”长期占据着上风.直至19世纪初,风向渐转.

1801年,托马斯·杨(T. Young)完成了光的双缝干涉实验,有力地说明光是一种波.图1.1是杨氏双缝实验的示意图.

单色光先透过一个刻有单缝S₀的屏,然后投射到刻有双缝S₁和S₂的屏P上,通过S₁和S₂之后的两束光最后投射到屏D上.S₁和S₂形状相同,间距为

① § 1 参考书:特哈尔 D. 量子论的诞生. 林辛未, 殷传宗,译. 重庆:西南师范大学出版社,1995.

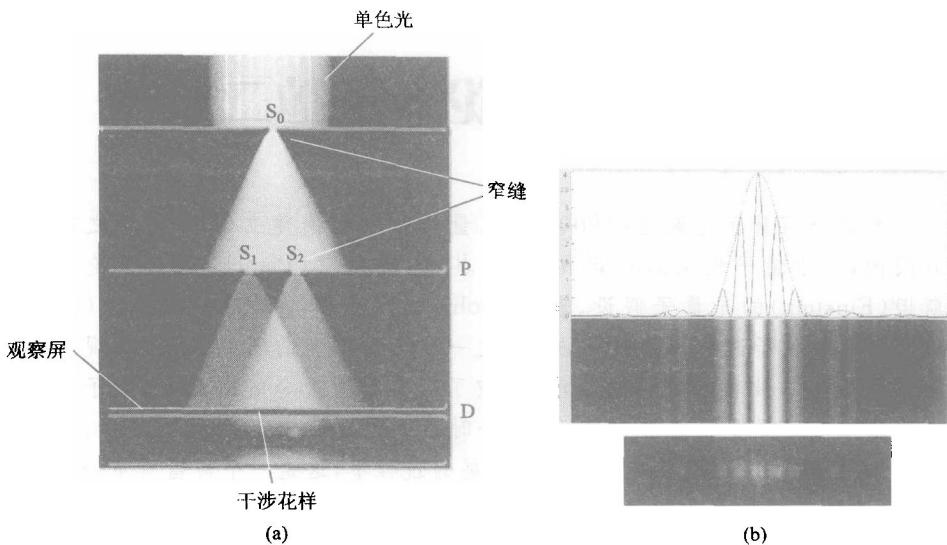


图 1.1 杨氏双缝实验

(a) 实验的示意图 (b) 干涉花样的示意图

d. 屏 D 与屏 P 平行放置, 距离为 L($L \gg d$). 按照牛顿的光的微粒假说, 应当在屏 D 上呈现与 S_1 和 S_2 形状相似的两条明亮的条形光斑, 然而杨的双缝实验在屏 D 上显示明暗相间的条纹, 即透过 S_1 和 S_2 的两束光发生了干涉.

光可以发生干涉说明它具有波的特征, 牛顿的光的微粒学说无法解释杨氏双缝干涉实验. 应该如何认识光的本性, 使我们既能够解释包括光的直线传播, 反射和折射, 光在介质中的色散等性质, 又能够解释光的干涉、衍射以及偏振等波动现象?

麦克斯韦 (Maxwell) 于 1873 年建立了完整的电磁理论, 他将电磁理论表述为简洁的数学形式, 得到一些重要的结论: 随时间变化的电磁场在自由空间将以电磁波的形式存在, 电磁波在真空中的波速是 3×10^8 m/s; 电磁波在不同介质的界面上, 会发生反射、折射; 电磁波通过小孔时, 会发生衍射; 电磁波具有偏振的特性. 总之, 光的所有物理性质, 包括光的直线传播、反射和折射、干涉和衍射以及光的偏振特性等, 那些我们习惯上称之为几何光学和物理光学的内容, 都可以从经典电磁场理论得到解答.

1887 年, 赫兹 (Hertz) 在实验室用偶极子放电产生电磁波, 证实了麦克斯韦的预言. 目前, 可以探测的电磁波的频率从几十 Hz(超低频) 到 10^{24} Hz(γ 射线). 人的眼睛可以看见的光则是波长在 $4000\text{~}7000\text{ \AA}$ 范围的电磁波, 光的颜色与光的波长或频率有关. 人眼能够感受的光的亮度则与光的振幅的平方相关. 在可见光波长范围以外的电磁波不能被人的眼睛直接感觉, 但是可以借助其他

仪器或设备进行探测.

这里所说光的波性指的是光的干涉、衍射、偏振等性质,这些性质和电磁场所满足的叠加原理有着深刻的内在联系。

假设存在两个电荷电流体系,体系 1 在空间产生电磁场,其电场强度为 $\mathbf{E}_1(\mathbf{x}, t)$. 相应的电磁场能量密度是 $\rho_1(\mathbf{x}, t)$. 电磁理论告诉我们, ρ_1 与场强的二次方成正比:

$$\rho_1(\mathbf{x}, t) \propto |\mathbf{E}_1(\mathbf{x}, t)|^2. \quad (1.1)$$

另一电荷电流体系 2 也在空间产生电磁场,其电场强度为 $\mathbf{E}_2(\mathbf{x}, t)$,相应的电磁场能量密度是

$$\rho_2(\mathbf{x}, t) \propto |\mathbf{E}_2(\mathbf{x}, t)|^2. \quad (1.2)$$

根据电磁场的叠加原理,电荷电流体系 1 和 2 共同产生的电场为

$$\mathbf{E}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{E}_1(\mathbf{x}, t) + \mathbf{E}_2(\mathbf{x}, t). \quad (1.3)$$

相应的总的电磁场能量密度

$$\begin{aligned} \rho(\mathbf{x}, t) \propto |\mathbf{E}(\mathbf{x}, t)|^2 &= |\mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2|^2 = |\mathbf{E}_1|^2 + |\mathbf{E}_2|^2 + 2\mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{E}_2 \\ &= \rho_1 + \rho_2 + 2\mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{E}_2. \end{aligned} \quad (1.4)$$

上式表明,总的电磁场能量密度 ρ 并不等于 ρ_1 与 ρ_2 之和,而是多出一项 $2\mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{E}_2$. 把这一项称为干涉项. 该干涉项是两个向量场的内积(或称标量积),可以为正,也可以为负或零.(1.1)式和(1.4)式告诉我们,由于电磁场能量密度和电磁场强的平方成正比,电磁场强满足叠加原理导致电磁场的能量密度不满足叠加原理.

实验观察到的光的强度是电磁场能量密度的时间平均值. 因此,干涉实验用的光源必须满足一定的相干条件,才能得到明显的干涉条纹. 当两束相干的光相遇时,总的能量密度不是两束光能量密度之和,有的地方能量密度高,有的地方能量密度低. 电磁场的时间平均值在空间呈现明暗相间的干涉花样,显示出电磁场的波性.

麦克斯韦方程组是电磁场随空间和时间变化的线性偏微分方程,电磁场的叠加原理是麦克斯韦方程的推论. 因此,服从麦克斯韦方程的电磁场,必然具有波性.

但是波性还不是光的全部属性. 19 世纪末和 20 世纪初进行的一些光与物质相互作用的实验,无法用麦克斯韦电磁理论解释,或者说,麦克斯韦电磁理论尚不能完全反映光的物理本质.

1.2 光的粒子性

20 世纪初期,已经知道两类实验用光的波性无法解释:黑体辐射和光电效应. 这两类实验反映出光还有另一种属性——粒子性,但是这种粒子性不同于牛顿所指的那种微粒性. 1923 年,康普顿实验进一步证明了光的粒子性.

1. 黑体辐射 光的颜色随着温度变化

量子论发端于黑体辐射的研究. 普朗克的量子论假设开创了物理学的全新时代.

(1) 黑体和黑体谱

发热物体可以辐射光. 19世纪末, 已经积累了大量的发热物体电磁辐射的观测资料, 它们主要来自冶炼的窑炉. 窑炉的热辐射的颜色与温度有关, 与炉体的材料、形状等没有关系. 随着火炉温度的逐渐升高, 它的颜色也逐渐变化: 由暗红变为亮红, 再变黄等. 来自窑炉或其他发热体的电磁辐射也称作黑体辐射.

什么是黑体? 能够完全吸收外来辐射而不反射外来辐射的物体叫做黑体. 当黑体具有一定温度时, 黑体自身可以产生电磁辐射, 称作黑体辐射. 黑体辐射不限于可见光波段, 包含广泛的波长范围.

研究黑体辐射问题, 首先需要构造黑体的理想模型, 代替具体的发热体进行理论研究. 模型应当反映黑体只吸收而不反射外来电磁波的性质, 同时又要反映黑体可以辐射自身产生的电磁场的性质.

考虑一个封闭的空腔. 在一定温度下, 腔内的燃料和腔壁的原子可以向各个方向, 以各种可能的波长辐射电磁波, 单位时间辐射的电磁能量随着温度的增加而迅速增加; 另一方面, 腔内的原子也要吸收空腔内的电磁场, 单位时间吸收的能量与腔中已经存在的电磁场强度成正比. 当辐射与吸收的能量平衡时, 空腔内处于波长 λ 到 $\lambda + d\lambda$ 之间的电磁场能量密度记为 $u(\lambda)d\lambda$.

为了观察空腔内的电磁场, 可以在封闭的空腔壁上凿一个小孔, 如图 1.2(a). 小孔的出现只对空腔内的电磁场产生可以忽略的微小影响. 设想来自空腔外的一束光线进入小孔, 那么这束光线进入空腔之后, 在腔内经过多次反射, 再经由这个小孔出去的概率极低, 这相当于小孔能够全部吸收外来光, 而没有反射外来光, 这个空腔的小孔便是黑体的理想模型. 另一方面, 存在于空腔内的电磁场可以从小孔辐射出去, 这便是黑体辐射. 我们构造的黑体模型中, 封闭的空腔是炼钢炉、烧瓷窑等的理想化, 而小孔则是炼炉的炉门的理想化.

通过放置在小孔外的观察仪器, 可以测量各种波长的电磁辐射的功率 $p(\lambda)$. 得到一定温度下, 辐射功率 $p(\lambda)$ 与波长的关系, 即黑体辐射谱. 与原子辐射的线状光谱截然不同, 观察得到的黑体辐射谱是一些连续的曲线, 称为连续谱, 这些谱线的唯一的参数是温度.

辐射的功率 $p(\lambda)$ 与腔内电磁场的能量密度 $u(\lambda)$ 与成正比, $u(\lambda)-\lambda$ 的分布和 $p(\lambda)-\lambda$ 的分布有完全相似的谱形, 前者也称为黑体谱(图 1.2(b)).

如何解释这些特征非常明显的黑体谱? 如何解释黑体辐射的颜色与温度的关系? 理论研究只要能够求出腔内电磁场的能量密度 $u(\lambda)$, 就可以与辐射功率的观测结果相比较, 检验理论正确与否.

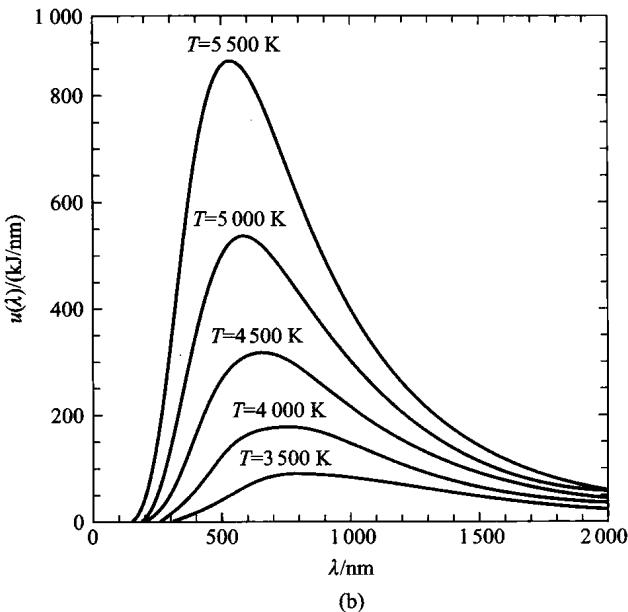
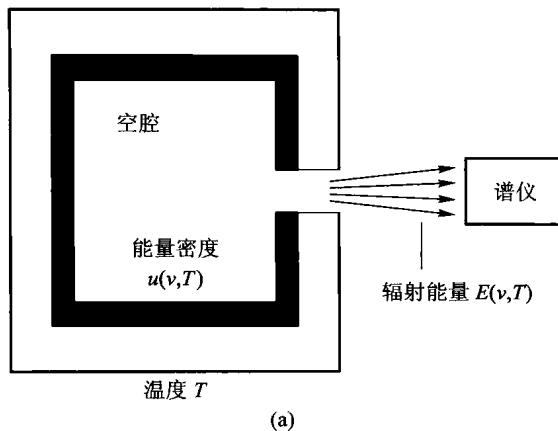


图 1.2

(a) 黑体辐射模型 (b) 黑体谱

用当时已经成熟的经典物理学——热力学和电动力学，似乎应该能够很好地解释黑体的辐射谱。然而，1900年以前，一些熟谙经典物理的大家，却怎么也推导不出可以拟合黑体谱分布的公式，所有的尝试和努力均以失败告终。其中维恩(Wien)和瑞利-金斯(Rayleigh-Jeans)的工作最具代表性。

维恩和瑞利-金斯分别从经典热力学和经典电动力学出发，得到各自的谱分布。从经典物理的观点看，他们所构造的物理模型是合理的，推导和计算都正确。但是维恩的结果只在短波段与实验曲线大体符合，瑞利-金斯的结果只在长波段

与实验曲线大体符合(图 1.3),即它们分别只能拟合黑体谱实验曲线的一部分,而不能拟合全波段的黑体谱. 特别值得注意的是:按照瑞利-金斯的辐射公式

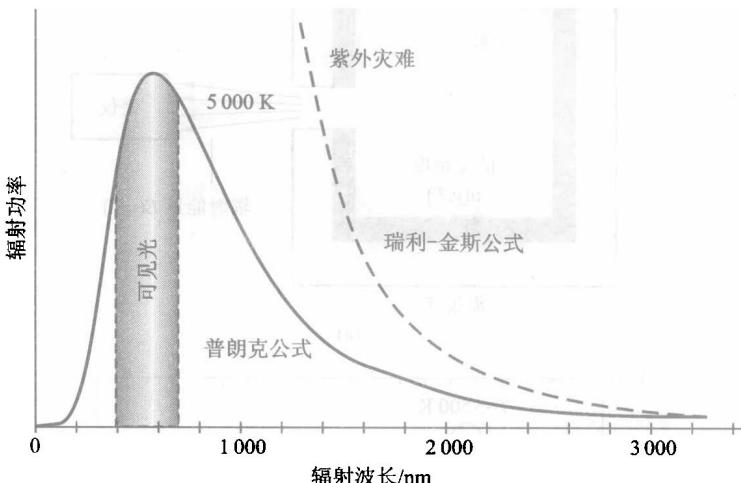


图 1.3 普朗克公式与瑞利-金斯公式的比较

$$u(\lambda) = \frac{8\pi}{c^3\lambda^4} k T, \quad (1.5)$$

在任何给定温度下,一个黑体发出的辐射中,频率越高(波长越短)的电磁波,能量密度越大,因而辐射功率也越大. 具有一定温度的任何一个空腔内,包括所有频率或波长的电磁场能量密度都将是发散的:

$$\int u(\lambda) d\lambda \rightarrow \infty. \quad (1.6)$$

经典物理预言:热平衡状态下,腔中储存的电磁场有无穷大的能量. 这显然与实际情况不符.

瑞利-金斯的理论结果不是一个数量的偏差,是物理理论或物理模型存在重大问题的征兆,这成为经典物理的严重灾难. 这种结果提示人们:经典物理框架下的物理模型和理论解决不了黑体辐射的谱分布问题! 任何经典物理框架内的修改都没有能够走出困境.

(2) 普朗克黑体辐射公式和量子论

普朗克分析了维恩的结果后,从熵与内能的关系出发,凑出一个可以拟合整个黑体谱实验曲线的公式

$$u_\lambda = \frac{c_1 \lambda^{-5}}{e^{c_2/\lambda T} - 1}. \quad (1.7)$$

我们把这种凑出来的公式称作唯象公式,这个公式含有两个常数 c_1 和 c_2 ,需要

根据实验的数据确定. 下一步工作是构造黑体辐射的物理模型, 运用物理理论把公式(1.7)推导出来.

普朗克继而假定: ① 辐射腔的腔壁原子的行为像带电的振子, 可以通过发射电磁波和吸收电磁波与空腔中存在的辐射场交换能量, 因而达到热平衡; ② 振子的能量只能取分立值 $E_n = nh\nu$, $n=0, 1, 2, \dots$. 振子不发射和吸收能量时, 处在确定能量的 E_n 的状态; ③ 振子的激发取决于温度; ④ 空腔中的辐射场由经典电动力学确定. 普朗克得到著名的公式:

$$u_\nu d\nu = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} d\nu. \quad (1.8a)$$

如果把上式能量密度写成按照波长分布的形式, 则是

$$u_\lambda d\lambda = \frac{8\pi h}{\lambda^5} \frac{1}{1 - e^{\frac{h\lambda}{kT}}} d\lambda. \quad (1.8b)$$

(1.8b) 和 (1.7) 具有完全相同的形式. 其中也有两个物理常量 h, k , 从实验数据推知

$$h = 6.626\,068\,96 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} = 4.135\,667\,33 \times 10^{-16} \text{ eV} \cdot \text{s},$$

$$k = 1.380\,650\,4 \times 10^{-23} \text{ J/K},$$

分别称为普朗克常量和玻尔兹曼常量. 它们在物理学中占有极为重要的地位. 温度 T 是 (1.8a) (1.8b) 式中唯一的参量.

上面四点假设中, 最具革命思想的是②. 因为根据经典物理学, 经典振子的能量是可以连续取值的, 而普朗克要求振子的能量只能取分立的特定值, 完全背离了经典物理的教义. 普朗克认为, 假设②(振子能量量子化)只是在走投无路时不得已的办法. 但是今天看来, 普朗克的量子论是一个革命性的假设. 在普朗克量子论假设基础上建立起来的量子力学, 为 20 世纪的文明作出了巨大贡献. 今天, 把 1900 年 12 月 14 日, 即普朗克发表他的量子论的时日, 作为量子论诞生的日子. 物理学家公认这是个划时代的日子.

(3) 黑体谱的几个例子

前面已经提到, 黑体并非是黑色. 图 1.4 是借助于观测仪器所得的四种不同温度的黑体谱. 它们分别属于太阳表面、红热体、地球表面和宇宙背景辐射. 宇宙背景辐射是非常理想的黑体辐射, 可以通过谱线确定宇宙背景温度是 2.7 K, 这被认为是对于宇宙大爆炸模型的有力支持. 彭齐亚斯(Penzias)和威尔逊(Wilson)于 1964 年首次观测到宇宙背景辐射, 他们获得了 1978 年的诺贝尔物理学奖. 2006 年诺贝尔物理学奖授予美国科学家约翰·马瑟(John C. Mather)和乔治·斯穆特(George F. Smoot), 以表彰他们发现了宇宙微波背景辐射的黑体形式和各向异性.

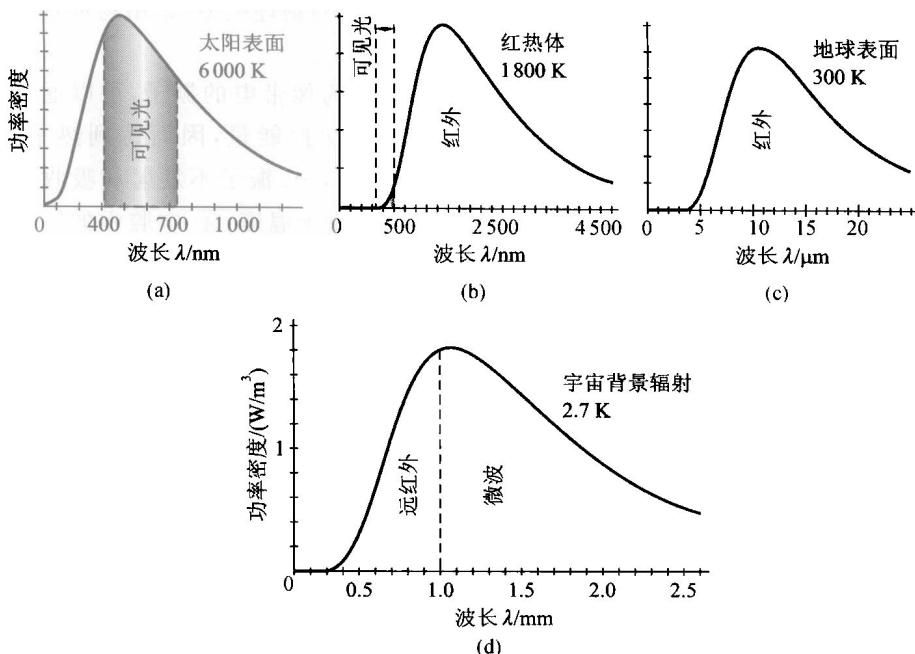


图 1.4 几种黑体辐射谱

(a) 太阳表面 (b) 红热体 (c) 地表 (d) 宇宙 3 K 背景辐射

2. 爱因斯坦的光量子假设 光电效应

爱因斯坦对光的本性进行了深入的研究,1905 年,发表了著名的论文《光的产生和转化的一个具有启发性的观点》。他认为:一方面,光的波动理论已经成功地描述反射、折射、衍射和色散等光学现象,因此,不太可能由别的理论替代它;另一方面,在这些光学现象中,对于光的观察指的是时间的平均值而不是瞬时值。在光和物质相互作用时,例如,黑体辐射、光致发光和光电效应等包含光的发射和转化的一类现象中,如果认为光的能量不是像经典电磁场那样,连续分布于空间中,而假定是由有限数目定域于空间中的能量子组成,能量子在运动中只能整体地被吸收或发射,不能被分割开,那么,对于光的发射和转化的现象的理解就会变得容易。

爱因斯坦认为,在研究黑体辐射时,像普朗克那样,把空腔腔壁看成是量子振子,只能处在不连续的振动状态还不够,辐射场本身的能量也应当是量子化的,即辐射场(光场)由光量子(light quanta)组成,每个光量子的能量和动量分别为

$$E = h\nu, \quad (1.9)$$

$$p = \frac{E}{c} = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}, \quad (1.10)$$

这里 ν 是电磁场的频率. 电磁场的能量密度是单位体积内的光量子数乘以每个光量子的能量.(1.9)和(1.10)合起来称为普朗克-爱因斯坦关系. 运用光量子的假设, 爱因斯坦成功地解释了光电效应.

电磁波(例如紫外线或 X 射线)照射到金属表面, 有电子从金属表面逸出的现象叫光电效应. 在实验中发现: 用可见光照射某种金属, 即使强光也不能使电子从金属中逸出; 当照射的电磁波超过某一频率时, 即使弱光也能使电子自金属中逸出. 光电效应发生时, 增加光的强度, 会使光电流强度增加, 却不会增加逃逸电子的动能(如图 1.5).

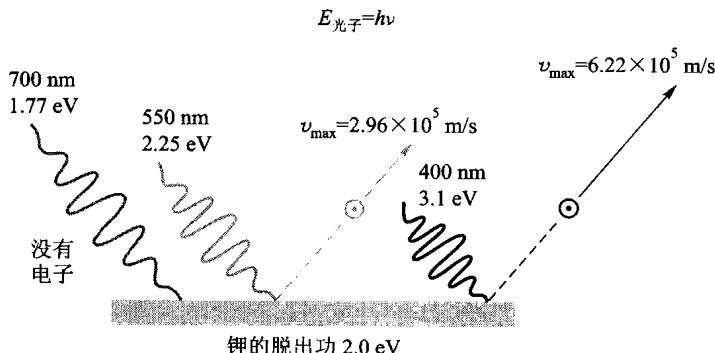


图 1.5 光电效应示意图

电子从钾中逸出, 需要 2.0 eV 的能量. 用 700 nm 波长的光照射钾表面, 没有电子逸出; 用 550 nm 的光照射, 光子能量 $E=h/\lambda=2.25 \text{ eV}$, 逸出电子的最大速度为 $2.96 \times 10^5 \text{ m/s}$; 用 400 nm 的光照射, 光子能量 $E=h/\lambda=3.1 \text{ eV}$, 逸出电子的最大速度为 $6.22 \times 10^5 \text{ m/s}$

但是, 按照经典电磁理论, 光的强度即能量密度, 对于平面电磁波, 光强正比于电磁波振幅的平方, 与频率无关. 光的强度越大, 金属球内部的电子就越有可能吸收光能, 克服金属表面的束缚脱出金属表面成为自由电子. 显然, 这无法解释光电效应. 在光电效应发生时, 电子吸收的能量似乎是由光的频率决定的, 这和经典电磁理论的观点矛盾.

按照爱因斯坦的光量子假设, 在光电效应实验中, 当光照射到金属表面时, 电子以一定概率吸收一个光量子, 从中获取能量 $h\nu$, 如果电磁波的频率 ν 较高, 使得光量子的能量 $h\nu$ 大于电子从金属内逃逸出来所需要的脱出功, 则光电效应得以发生. 光的强度大, 可以理解为光量子的密度大, 电子吸收光量子的概率大, 因而光电效应发生时产生的光电流大. 这样爱因斯坦用他赋予光的量子模型, 很轻易地解释了光电效应. 他也因此而获得 1921 年的诺贝尔物理学奖.

光量子模型是爱因斯坦对量子力学建立的重大贡献. 此后光量子概念进一步发展, 而光子(photon)一词, 则是 1926 年刘易斯(Gilbert Lewis)首先引入的.

现代物理的光子的概念已为大多数物理学家所接受而广泛应用. 下文中, 把光量子简称为光子.

3. 康普顿实验

量子论成功解释了经典物理无法解释的黑体辐射和光电效应现象, 下面介绍的康普顿实验, 则是为了验证光子概念设计的精巧实验. 在康普顿的光散射实验之后, 光子概念才被广泛接受.

按照经典电磁理论, 光照射到静止电子上, 光波被电子散射. 散射光与入射光频率应该相同. 但是, 如果把光看成光子流, 用光子和静止电子碰撞的模型取代电磁波的散射, 则由于在光子和电子碰撞过程中, 光子把一部分能量和动量转移给原本静止的电子, 使静止电子在此过程中获得能量和动量, 从而光子的能量(频率)、动量(波长)也应有相应的变化. 整个体系(电子和光子)的总能量、动量守恒.

因此, 通过光被电子散射的实验, 测量散射光与入射光的频率(或波长)的差别, 可以验证普朗克-爱因斯坦关系是否成立, 或者说可以验证光子模型是否正确.

康普顿(Compton)在 1923 年完成了一个实验, 把 X 射线入射到石墨做的靶上, X 射线将有可能碰上石墨中的电子. 康普顿发现, 被石墨晶体中的电子散射的 X 射线的频率与入射 X 射线的频率不同, 其差别随着散射角而变化(图 1.6). 石墨晶体中的电子可以近似地看成是静止的自由电子. 把光子看成能量为 $h\nu$ 、动量为 $h\nu/c$ 的粒子, 电子也采用相对论的能量、动量, 运用狭义相对论的能量、动量守恒定律, 可以得到散射光子动量随散射角变化的结果. 根据普朗克-爱因斯坦关系(1.10), 这种变化可以用波长的改变表示为

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \theta), \quad (1.11)$$

其中 m_e 是电子的静止质量, h 是普朗克常量, c 是光速. $\frac{h}{m_e c}$ 是一个具有长度量纲的物理量, 称为电子的康普顿波长, 它的物理

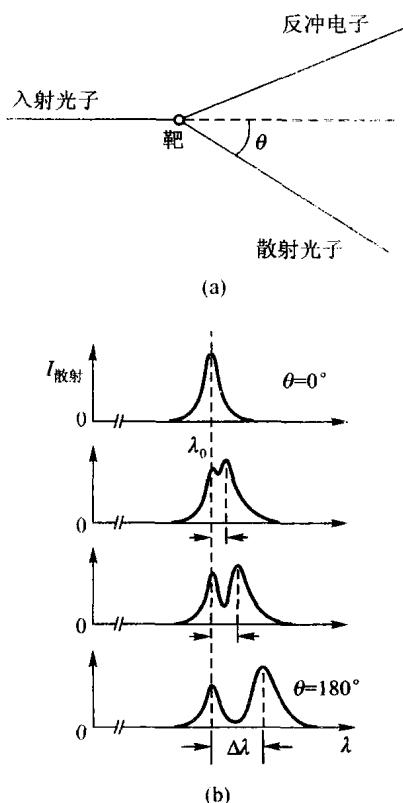


图 1.6

(a) 康普顿实验示意图

(b) 康普顿实验光的波长变化曲线.
曲线中不移动的峰来自瑞利散射