江苏省重点中学

数理化试卷精选

高中三年级

中学生家长、教师辅导用书

江苏科学技术出版社

江苏省重点中学

数理化试卷精选

（高中三年级）

江苏省苏州中学　编

江苏科学技术出版社

江苏省重点中学

数理化试卷精选

（高中三年级）

江苏省苏州中学编

出版：江苏科学技术出版社

发行：江苏省新华书店

印刷：东台市印刷厂

开本 787×1092毫米 1/32 印张 15.5 字数 342,500

1985年8月第1版 1987年10月第4次印刷

印数 61,981—81,980册

ISBN 7—5345—0170—9/O·10

统一书号：7196·045 定价：2.50元

责任编辑 沈绍绪

出版说明

作为学生家长，要想了解孩子的学习成绩，检查孩子考试前的准备情况，找一张试卷，让孩子测验一下，无疑是一种好办法。而学校的教师，如何出好考卷，选择好的考题，也是一项重要而颇有学问的工作，他们都往往要花不少时间到处搜集考卷。针对家长和教师的这一需要，我们特请苏州中学、南京师范大学附属中学、扬州中学、常州中学、南京市第十中学、常熟市中学六所重点中学编写了六本《江苏省重点中学数理化试卷精选》。

这六本书按年级分册，每册按教学单元分章，选编了单元考试、期中考试、期终考试和模拟考试的试题和试卷，每张试卷都有允许时间，每题均有考分和答案，这对于进行家庭测验是十分有用的。试题和试卷主要来自这六所主编学校，同时又吸取了江苏省其他重点中学试卷的精华。所有试题均以教育部颁发的基本要求为基准，适当引进若干较高要求的试题，其中部分试题综合性较强、灵活性较高，比较富有思考性，但基本上没有超出课本要求的范围。

参加本册编写工作的有：（数学部分）葛云书、王承舜、傅祖崇、张格民、张祖望、戈娟娟、吴庄生、陈淦浩，（物理部分）吴保让、陈兆立、朱琳、马在轸、王溢然、杨汝甫、丁德音、李东阳、何大衡、陈斐辉、吴法华、张必蕾、张丹

心，（化学部分）钱吉良、谢和珍、严广泉、姚惠芳、赵荣良、顾德森、朱端绪、王惠菊、杨淑清、黄苏玲。最后由吴保让、葛云华、钱吉良同志统一全书。描图是陆修富同志。

由于全书编写都是在业余时间进行的，编写时间较为仓促，书中难免有缺点、错误，欢迎读者批评指正。

江苏科学技术出版社

1985.3.

目　录

数　学

第 一 学 期

第一章　一元多项式和高次方程

精 选 试 题

一、已知整式 $f(x)$ 除以 $x-2$ 余数为5，所得的商 $Q(x)$ 除以 $x+3$ 余数为3，求 $f(x)$ 除以 $x+3$ 的余数。

二、利用根与系数关系解方程组：

$$\begin{cases} x+y+z=3, \\ xy+yz+zx=-1, \\ xyz=-3. \end{cases}$$

三、对于满足 $x-y+z=0$，$2x-y-z+1=0$ 的所有 x、y、z 的值，有 $ax^2+by^2+cz^2=1$，求 a、b、c 的值。

四、若 x^3+px^2+qx+r 能被 ax^2+bx+c 整除 $(abc\neq 0)$，求证：$\dfrac{ap-b}{a}=\dfrac{aq-c}{b}=\dfrac{ar}{c}$。

五、求证：$f(x)=x^{4444}+x^{3333}+x^{2222}+x^{1111}$可被$x^4+x^3+x^2+x$整除。

六、求$x^{333}+x^{33}+x^3+3$除以x^2-1所得的余式。

七、1。$4x^4+ax^3+13x^2+bx+1$为完全平方式，求a、b。

2。试求$a^2x^4+bx^3+cx^2+dx+f^2$为完全平方的条件（其中$a\neq0$）。

八、1。$2x^3-4x^2+1+3x=0$的三根为α、β、γ，求以$\frac{1}{2}-2\alpha$、$\frac{1}{2}-2\beta$、$\frac{1}{2}-2r$为根的三次方程。

2。已知$x^3-2x^2+3x-5=0$的三根为α、β、γ，求以$\beta+\gamma-\alpha$、$\gamma+\alpha-\beta$、$\alpha+\beta-\gamma$为根作一个三次方程。

九、已知$x^3-6x^2+9x-2=0$的三根为某长方体的长、宽、高，求这个长方体的全面积和外接球面积。

十、解下列方程

1。$(x^2-6x+5)(x^2+10x+21)+135=0$；

2。已知$x^4-3x^3-10x^2+42x-20=0$有一根是$3+i$；

3。$\frac{1}{5}(x+x^2+x^3+x^4+x^5)=x^3$。

十一、1。若方程$x^3+px^2+qx+r=0$的三根成等比数列，试证$q^3=rp^3$。

2。已知方程$x^3+3x^2+mx+n=0$的三根成等差数列，而方程$x^3-(m-2)x^2+(n-3)x-8=0$的三根成等比数列，求m和n的值。

十二、设多项式$f(x)=a_0x^n+a_1x^{n-1}+a_2x^{n-2}+\cdots+a_n$的系数都是整数，$\alpha$是奇数，$\beta$是偶数，且$f(\alpha)$、$f(\beta)$都是奇数，求证方程$f(x)=0$没有整数根。

十三、已知圆内接四边形的一边为圆的直径，其余三边为a、b、c，求证圆的直径恰好是方程$x^3-(a^2+b^2+c^2)x-2abc=0$的根。

十四、一个三角形的三个内角A、B、C成等差数列，这三个角的正切值恰为方程$x^3-(3+2k)x^2+(5+k)x-(3+2k)=0$的三个根，又三角形面积为$3-\sqrt{3}$，求三角形三边和三角。

十五、已知$x^3-\frac{3}{2}x+a=0$三根是$\sin\theta$、$\cos\theta$、$-\sec\theta$，其中$0<\theta<\frac{\pi}{2}$，求a的值和方程的三个根。

十六、实系数方程$x^3-mx^2+nx-12=0$有一个实根和两个共轭虚根，两个虚根的和等于实根的2倍，两个虚根的积等于实根的3倍，求m、n的值与方程的三个根。

十七、已知函数$f(x)=4x^3-kx$，又$|f(0.5)|\leqslant1$，且$|f(1)|\leqslant1$，求方程$f(x+1)=2^{f(0)}$的根。

十八、设λ为实数，讨论方程$x^4-2\lambda x^2+\lambda^2+2\lambda-3=0$的实根个数。

十九、若方程$(x^2-1)^3+(x^2-3)^3=a(x^2-2)$的根均为实根，求$a$的取值范围。

二十、设$x^3=1$的三个根为α、β、γ，又设$f(x)=x^3+3x^2+2x+2$，求$f(\alpha)\cdot f(\beta)\cdot f(\gamma)$的值。

二十一、已知方程$a=\frac{1}{2}\left(x+\frac{1}{x}\right)$和$b=\frac{1}{2}\left(x-\frac{1}{x}\right)$

1. 试求它们有公共根的充要条件；

2. 证明：它们有公共根时，另一根之间符号必相反。

二十二、已知方程$(1+a)x^4-x^3-(3a+2)x^2-4a=0$，

证明：

1. 对于任何实数a，这些方程都有一个共同的根；

2. 存在一个实数x_0，使得不管a是怎样的实数，x_0都不是这个方程的根。

二十三、对于任意实数x，求使四次式$8x^4+8x^2\sin x-3\cos\theta(0\leqslant\theta\leqslant 2\pi)$的值永远是正的$\theta$的范围。

二十四、设$x^n-1=0$的n个根为$1, \alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_{n-1}$，求证$(1-\alpha_1)(1-\alpha_2)\cdots(1-\alpha_{n-1})=n$。

二十五、如α、β、γ是方程$x^3-px^2+qx-\gamma=0$的根，试作方程，使它的根是：

1. $\alpha\beta+\alpha\gamma, \alpha\beta+\beta\gamma, \beta\gamma+\gamma\alpha$；

2. $\dfrac{\alpha}{\beta+\gamma-\alpha}, \dfrac{\beta}{\gamma+\alpha-\beta}, \dfrac{\gamma}{\alpha+\beta-\gamma}$。

二十六、如α、β、γ是方程$x^3+qx+p=0$的根，试求方程，使它的根为$(\beta-\gamma)^2$，$(\gamma-\alpha)^2$，$(\alpha-\beta)^2$。

二十七、试作一个方程，使其根为$x^3+px^2+qx+\gamma=0$的根的立方。

二十八、已知$a<b<c$，证明方程$\dfrac{1}{x-a}+\dfrac{1}{x-b}+\dfrac{1}{x-c}=2$有三个实根，且一个根在$a, b$之间，另一个根在$b$，$c$之间。

二十九、证明实系数方程$x^3+px+q=0$的三个根是

$x_1=\sqrt[3]{A}+\sqrt[3]{B}$，$x_2=\omega\sqrt[3]{A}+\omega^2\sqrt[3]{B}$，$x_3=\omega^2\sqrt[3]{A}+\omega\sqrt[3]{B}$，其中$A=-\dfrac{q}{2}+\sqrt{\dfrac{q^2}{4}+\dfrac{p^3}{27}}$，$B=-\dfrac{q}{2}-\sqrt{\dfrac{q^2}{4}+\dfrac{p^3}{27}}$。

三十、$P(x)$、$Q(x)$、$R(x)$、$S(x)$为多项式且
$P(x^5)+x\cdot Q(x^5)+x^2\cdot R(x^5)=(x^4+x^3+x^2+x+1)\cdot$

(Sx)，求证$x-1$是$P(x)$的一个因式。

本章测验卷（45分钟）

一、（15分） 设$x^3-3x+1=0$的三根为α、β、γ，试作以$1-2\alpha$、$1-2\beta$、$1-2\gamma$为三个根的三次方程。

二、（15分） a为整数，$|a|\neq 2$，试证$x^4+ax+1=0$没有有理根。

三、（15分） 试求$x^3-3px+2q$可被$x^2+2ax+a^2$整除的条件。

四、（15分） 若$x^4+px^2+qx+a^2$能被x^2-1整除，则亦能被x^2-a^2整除。

五、（20分） 若a、b为方程$x^3-3b^2x+2c^2=0$的根，证明以a、b、c为边的三角形是正三角形。

六.（20分） 实系数三次方程$x^3+px+1=0$的三个根在复平面上构成正三角形的三个顶点，求p的值并解此方程。

第二章 排列、组合、二项式定理

精 选 试 题

一、填空：

1. $C_n^r = (\qquad\qquad\qquad)\cdot C_n^{r-1}$；

2. $P_m^n = (\qquad\qquad\qquad)\cdot P_{m-1}^{n-1}$；

3. $P_n^m = (\qquad\qquad\qquad)\cdot P_{n+1}^m$；

4. $P_n^m + mP_n^{m-1} = P_{(\ )}^{(\ )}$。

二、计算：

1. $\dfrac{(m+1)!}{P_{r-1}^{n-1}\cdot(m-n)!}$； 2. $\dfrac{1}{2!}+\dfrac{2}{3!}+\dfrac{3}{4!}+\cdots+\dfrac{n}{(n+1)!}$；

3. $P_1^1 + 2P_2^2 + 3P_3^3 + \cdots + nP_n^n$。

三、七人坐成一排进行照相，求有多少种不同的坐法？

1. 无特殊要求时；
2. 丙必须坐在正中间；
3. 甲不能坐在边位上；
4. 甲、乙两人必须分别坐在边位上；
5. 甲不坐在边位上，也不坐在正中间的位置；
6. 甲必须坐在正中间位置，乙、丙不许坐在边位上；
7. 甲、乙、丙三人要求连坐在一起；
8. 甲、乙、丙三人中任意两个都不许相邻而坐。

四、0，1，2，…，7可以组成多少个没有重复数字的

1. 四位数；　　　　　　2. 自然数；

3. 四位奇数；　　　　　4. 小于130500的六位数。

五、甲、乙、丙三人分6本不同的书

1. 甲、乙、丙分别得到1本、2本、3本的不同分配方法有多少种？

2. 1人得1本，1人得2本，1人得3本的不同分配方法有多少种？

3. 每人都得2本的不同分配方法有多少种？

4. 甲得4本，乙和丙各得1本的不同分配方法有多少种？

5. 甲、乙、丙每人至少分得1本的不同分配方法有多少种？

六、1. 将十个不同零件分成2个、2个、2个、4个，分别送至四台不同车床进行加工，有多少种不同分法？

2. 六个运动员分成四组，每组人数分别为1人，1人，2人，2人；三个教练员分成两组，一组1人，一组2人。一组教练员指导一组运动员，问有多少种不同的配合方法？

七、由0到9十个数字可以组成多少个没有重复数字，且能被25整除的四位数。(至少用两种方法做)

八、1. 30030能被多少个偶数整除？

2. 1，2，5，10四个数字可以组成多少个不同的和？(允许仅取一个数字)

3. 1，2，3，5，10五个数字可以组成多少个不同的和？(允许仅取一个数字)

4. 1，2，3，4，5，6六个数字可以组成多少个能被6整除且数字不重复的五位数？

5. 1，2，3，4，5，6能组成多少个能被4整除且数字不

重复取的五位数？

九、某车间有 9 名工人，其中 2 人能当车工也能当钳工；有 3 人只能当车工；另 4 人只能当钳工．现在从中抽调 3 个车工和 3 个钳工，有多少种不同的抽调方法？

十、以凸 n 边形的顶点为顶点，而不以其边为边，所连成的三角形有几个？

十一、求 $\left(\frac{x}{2}-\frac{3}{\sqrt{x}}\right)^9$ 的展开式中

1．倒数第四项；　　2．中间项；

3．常数项；　　4．含 $x\sqrt{x}$ 的项；

5．x^3 项的系数；　　6．有理项．

十二、1．在 $(\sqrt{2}x-\sqrt[4]{3}y)^{100}$ 的展开式中有多少个有理系数项？

2．$(2x-3y)^{28}$ 的展开式中系数绝对值最大的项是第几项？

十三、整式 $f(x)=(1+x)^m+(1+x)^n$ 中 x 的系数为19，

1．求 $f(x)$ 中 x^2 的系数的最小值；

2．对于使 $f(x)$ 中 x^2 系数取最小值时的 m、n 值，求 x^7 的系数．

十四、在 $\left(3x^2-\frac{1}{2x^3}\right)^n$ 的展开式中含有常数项，求这样的正整数 n 的最小值，并求此常数项．

十五、如果 $(ax+1)^{2n}$ 和 $(x+a)^{2n+1}$ 的展开式里含 x^n 项的系数相等(这里 $a\neq0$)，求证 $\frac{1}{a}$ 必定是方程 $n^2(n+1)x^3+(2n+1)^2x^2-(2n+1)^3=0$ 的根．

十六、已知 $(x^{\lg x}+1)^n$ 的展开式中最后三项系数之和是方程 $3^{y^2}\cdot9^{-10y}\cdot81^{-11}=1$ 的正数解，而它的中间一项是方程

$3\sqrt{\frac{z}{2}}=100+\sqrt{2z}$的解，求$x$。

十七、求下列展开式里的常数项

1. $\left(|x|+\frac{1}{|x|}-2\right)^3$；　2. $\left(x+1+\frac{2}{x}\right)^6$。

十八、1. 求$(3x^4-x^3+2x-3)^{102}\cdot(3x-5)^4\cdot(7x^3-5x-1)^{67}$的展开式中所有各项系数之和。

2. 求$(1+x+x^2)(1-x)^{10}$的展开式中x^4的系数。

3. 求展开$(1+x)(1+2x)(1+3x)\cdots(1+nx)$后的$x^2$的系数。

十九、求$\left(x+y+\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)^6$展开式中$xy$的系数。

二十、求$f(x)=\sum_{k=1}^{n}(1+x+x^2)^k$展开式中$x^2$的系数。

二十一、今天是星期三，10^{90}天后是星期几？3^{1000}天后是星期几？

二十二、求数7^{9^9}的最后的两位数字.

二十三、问在数$11^{100}-1$的末尾有多少个0？

二十四、求和

1. $C_n^0-2C_n^1+3C_n^2-4C_n^3+\cdots+(-1)^n(n+1)C_n^n$。

2. $S=m!+\frac{(m+1)!}{1!}+\frac{(m+2)!}{2!}+\cdots+\frac{(m+n)!}{n!}$。

二十五、求证：1. $C_n^n+C_{n+1}^n+\cdots+C_{n+m}^n=C_{m+n+1}^{n+1}$。

2. $C_m^1+2C_m^2+\cdots+mC_m^m=m\cdot 2^{m-1}$。

3. $C_n^1+2^2\cdot C_n^2+\cdots+n^2\cdot C_n^n=2^{n-2}\cdot(n+1)n$。

二十六、求证：

1. $1-C_n^2+C_n^4-C_n^6+\cdots=\sqrt{2^n}\cos\frac{n\pi}{4}$

$$C_n^1-C_n^3+C_n^5-C_n^7+\cdots=\sqrt{2^n}\sin\frac{n\pi}{4}.$$

2. $1+C_n^3+C_n^6+C_n^9+\cdots=\frac{1}{3}\left(2^n+2\cos\frac{n\pi}{3}\right)$

二十七、若关于 $f(x)=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_nx_n$ 有 $f(x-1)=1+x+x^2+\cdots+x^n$。

1. 试用简单的式子表示 $(x-1)\cdot f(x-1)$；

2. 求 $a_r(r=0,\ 1,\ \cdots,\ n)$。

二十八、数列 $\{a_n\}$ 的通项公式是 $a_n=(-1)^{n-1}C_{100}^{2(n-1)}$，求 S_{51}。

二十九、把记号“0”，“1”共有 $2n+1$ 个，把它们并排起来所组成的不同图样，各表示一个符号。记号“0”总是偶数个，问 n 的最小值应是多少才能符合要求？

三十、证明：对于任意的等差数列 $a_1,a_2,\cdots,a_n,\cdots$，当 $n\geqslant2$ 时，必有

$$a_1-C_n^1a_2+C_n^2a_3-\cdots+$$

$$+(-1)^{n-1}C_n^{n-1}a_n+(-1)^nC_n^na_{n+1}=0。$$

本章测验卷（45分钟）

一、(14分) 求 $(x_1+1)(x_2+1)^2(x_3+1)^3\cdots(x_n+1)^n$ 的展开式中所有各项系数之和。

二、(14分) 已知集合 $A=\{0,1,2,3,4\}$，$B=\{1,3,4,5,6\}$，$C=\{0,2,5\}$，问由集合 $(A\cap B)\cup C$ 中的元素可以组成多少个数字不重复且能被5整除的四位数？

三、(16分) 在排成四行四列