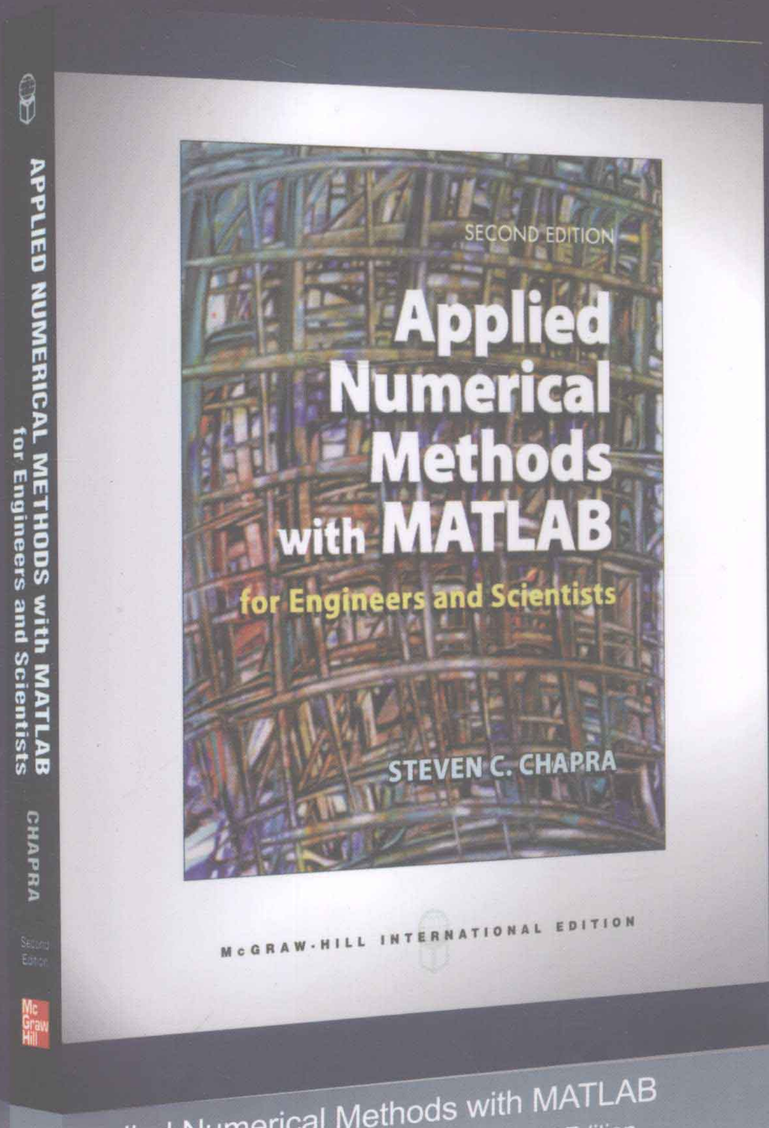
国外计算机科学经典教材

工程与科学数值方法的MATLAB实现（第2版）

(美) Steven C. Chapra　著　　唐玲艳　田尊华　译



Applied Numerical Methods with MATLAB
for Engineers and Scientists Second Edition

Mc Graw Hill Education

清华大学出版社

国外计算机科学经典教材

工程与科学数值方法的 MATLAB实现

(第2版)

(美) Steven C. Chapra 著
唐玲艳 田尊华 译

清华大学出版社
北 京

Steven C. Chapra

Applied Numerical Methods with MATLAB for Engineers and Scientists, Second Edition

EISBN: 978-007-125921-7

北京市版权局著作权合同登记号　图字：01-2009-1168

图书在版编目(CIP)数据

工程与科学数值方法的 MATLAB 实现(第 2 版)/(美)夏普若(Chapra, S.C.)著；唐玲艳，田尊华 译.
—北京：清华大学出版社，2009.5
(国外计算机科学经典教材)
书名原文：Applied Numerical Methods with MATLAB for Engineers and Scientists, Second Edition
ISBN 978-7-302-19670-9
I. 工… II.①夏… ②唐… ③田… III. 计算机辅助计算—软件包，MATLAB IV.TP391.75

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 032608 号

责任编辑：王　军　李　阳
装帧设计：孔祥丰
责任校对：成凤进
责任印制：何　芊
出版发行：清华大学出版社　　**地　址**：北京清华大学学研大厦 A 座
http://www.tup.com.cn　　**邮　编**：100084
社　总　机：010-62770175　　**邮　购**：010-62786544
投稿与读者服务：010-62776969，c-service@tup.tsinghua.edu.cn
质　量　反　馈：010-62772015，zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn
印 刷 者：北京鑫丰华彩印有限公司
装 订 者：三河市新茂装订有限公司
经　销：全国新华书店
开　本：185×260　**印　张**：39　**字　数**：901 千字
版　次：2009 年 5 月第 1 版　　**印　次**：2009 年 5 月第1 次印刷
印　数：1～4000
定　价：78.00 元

本书如存在文字不清、漏印、缺页、倒页、脱页等印装质量问题，请与清华大学出版社出版部联系调换。联系电话：(010)62770177 转 3103　　产品编号：029777-01

出 版 说 明

近年来，我国的高等教育特别是计算机学科教育，进行了一系列大的调整和改革，亟需一批门类齐全、具有国际先进水平的计算机经典教材，以适应我国当前计算机科学的教学需要。通过使用国外优秀的计算机科学经典教材，可以了解并吸收国际先进的教学思想和教学方法，使我国的计算机科学教育能够跟上国际计算机教育发展的步伐，从而培养出更多具有国际水准的计算机专业人才，增强我国计算机产业的核心竞争力。为此，我们从国外多家知名的出版机构 Pearson、McGraw-Hill、John Wiley & Sons、Springer、Cengage Learning 等精选、引进了这套“国外计算机科学经典教材”。

作为世界级的图书出版机构，Pearson、McGraw-Hill、John Wiley & Sons、Springer、Cengage Learning 通过与世界级的计算机教育大师携手，每年都为全球的计算机高等教育奉献大量的优秀教材。清华大学出版社和这些世界知名的出版机构长期保持着紧密友好的合作关系，这次引进的“国外计算机科学经典教材”便全是出自上述这些出版机构。同时，为了组织该套教材的出版，我们在国内聘请了一批知名的专家和教授，成立了专门的教材编审委员会。

教材编审委员会的运作从教材的选题阶段即开始启动，各位委员根据国内外高等院校计算机科学及相关专业的现有课程体系，并结合各个专业的培养方向，从上述这些出版机构出版的计算机系列教材中精心挑选针对性强的题材，以保证该套教材的优秀性和领先性，避免出现“低质重复引进”或“高质消化不良”的现象。

为了保证出版质量，我们为该套教材配备了一批经验丰富的编辑、排版、校对人员，制定了更加严格的出版流程。本套教材的译者，全部由对应专业的高校教师或拥有相关经验的 IT 专家担任。每本教材的责编在翻译伊始，就定期不间断地与该书的译者进行交流与反馈。为了尽可能地保留与发扬教材原著的精华，在经过翻译、排版和传统的三审三校之后，我们还请编审委员或相关的专家教授对文稿进行审读，以最大程度地弥补和修正在前面一系列加工过程中对教材造成的误差和瑕疵。

由于时间紧迫和受全体制作人员自身能力所限，该套教材在出版过程中很可能还存在一些遗憾，欢迎广大师生来电来信批评指正。同时，也欢迎读者朋友积极向我们推荐各类优秀的国外计算机教材，共同为我国高等院校计算机教育事业贡献力量。

清华大学出版社

国外计算机科学经典教材

编审委员会

关 于 作 者

Steven Chapra 执教于塔夫斯(Tufts)大学的土木与环境工程系，他还担任该校计算机与工程系的教授职位。除本书外，Steven 还著有 *Numerical Methods for Engineers* 和 *Surface Water-Quality Modeling* 这两本书。

Steven 在密歇根(Michigan)大学和曼哈顿(Manhattan)学院获得了工学学位。在进入塔夫斯大学工作之前，他曾在美国环保局、海洋与大气管理局工作过，也曾执教于德州(Texas) A&M 大学和科罗拉多州(Colorado)大学学习过。他的主要研究兴趣集中在地表水质建模及计算机在环境工程中的高级应用。

由于其突出的学术贡献，他获得了很多奖项，包括 1993 年度的 Rudolph Hering Medal(ASCE)和 1987 年度的 Meriam/Wiley 杰出作者奖(美国工程教育学会)。在 Texas A&M 大学(1986 年度 Tenneco 奖)和 Colorado 大学(1992 年度 Hutchinson 奖)，他还被评为工程领域的杰出教师。

Steven 进入环境工程和科学领域起初是源于对室外环境的热爱。他还是一个狂热的垂钓者和徒步旅行者。虽然他现在年事已高，但早在 1966 年他还是一个大学生的时候，初次接触 Fortran 编程时，就迷上了计算。现在，他真正感觉到，应该将对数学、科学和计算的热爱与对自然界的激情融合在一起。另外，他还感觉到应该通过教学和写作与其他人分享这一切！

除了对专业感兴趣外，Steven 还喜爱艺术、音乐(尤其是古典音乐、爵士乐和蓝草音乐)以及阅读历史书籍。

如果您希望与 Steven 取得联系，或更多地了解他，可以访问他的主页 http://ase.tufts.edu/cee/faculty/chapra/bio.asp 或通过邮箱 steven.chapra@tufts.edu 与他联系。

译 者 序

随着计算机技术和计算数学的发展，科学计算已经成为与理论分析、科学实验并列的第三种科学研究手段。科学研究和工程技术中提出的数学问题往往需要求数值解，利用计算机求解各类数学模型的数值计算方法已经成为广大科学与技术人员的必备知识，许多高等院校都将工程与科学计算中最基本的数值计算方法列为必修课或选修课。

本书是一本内容丰富、颇具特色的数值方法教材，既可作为初次接触工程与科学计算的人员的入门参考书，也可作为理工科院校相关专业本科生和研究生系统学习数值方法的教材，还可供广大科技工作者参考阅读。全书内容以实际问题而不是数学理论为牵引进行组织，除了介绍工程和科学中常用的算法和方法之外，还广泛地使用实例演示以及工程和科学案例讲授这些方法的实际应用。在算法实现方面，书中不仅详细介绍了相关的 MATLAB 内置数值功能，而且提供了一些经典算法的 M 文件，方便读者自行编写程序。本书作者 Steven Chapra 教授不仅是一位优秀的教师，还在工程领域颇有建树，曾经被评为工程领域的杰出教师。在本书中，他通过独特的视角，巧妙地将数值方法理论与工程实践结合起来，以浅显易懂、图文并茂的方式进行讲述。全书知识完备、实例丰富、深入浅出、循循善诱，是一本数值计算和工程实践方面不可多得的优秀教材。在此，我们很高兴能将其译本奉献给广大读者。

本书的翻译工作安排如下：第III~VI部分由唐玲艳翻译，前两部分及附录由田尊华翻译，肖国尊负责本书的翻译质量。鉴于译者水平有限，难免存在错漏之处，还望谅解并不吝指正。如果读者有什么对应反馈，请将反馈信息发送到邮箱 wkservice@vip.163.com，我们将不胜感激。

译者
2009 年 1 月于长沙

前　言

本书的设计目标是为了满足一个学期的数值方法课程。对于希望学习和应用数值方法来解决工程与科学问题的学生来讲，本书正是为他们而编写的。同样，这些方法是由实际问题而不是由数学理论来驱动的。本书同时提供了足够的理论，可以让学生对这些方法及其不足有深入的认识。

MATLAB®为该课程提供了一个非常棒的环境。尽管还可以选择其他的环境(如Excel/VBA，Mathcad)或语言(如 Fortran 90，C++)，但就目前来说，方便的编程特性与强大的内置数值功能的完美结合让我们选择了 MATLAB。一方面，MATLAB 的 M 文件编程环境可以让学生以结构化和一致的方式适度地实现一些高级算法。另一方面，MATLAB 的内置数值功能增强了学生的能力，让他们可以求解更加困难的问题，而无需试着“重复一些简单问题”。

这是本书的第 2 版，与第 1 版相比存在如下 4 个关键的不同点：

(1) **组织**。第 1 版由 20 章组成。对于第 2 版，已经将这些章归为部分(part)，如图 P-1 的概括。除了以更加一致的方式组织内容外，这种方式还便于在每部分开头处增加简介/概述方面的内容，这样就可以在学生学习该部分时向他们介绍一些总体内容。

第Ⅰ部分 建模、计算机与误差分析	第Ⅱ部分 求根与最优化	第Ⅲ部分 线性方程组	第Ⅳ部分 曲线拟合	第Ⅴ部分 积分与微分	第Ⅵ部分 常微分方程
第 1 章 数学建模、数值方法与问题求解	第 5 章 求根：划界法	第 8 章 线性代数方程及矩阵	第 13 章 线性回归	第 17 章 数值积分公式	第 20 章 初值问题
第 2 章 MATLAB 基础	第 6 章 方程求根：开方法	第 9 章 高斯消元法	第 14 章 一般线性最小二乘回归与非线性回归	第 18 章 函数的数值积分	第 21 章 自适应方法和刚性方程组
第 3 章 MATLAB 编程	第 7 章 最优化	第 10 章 LU 分解	第 15 章 多项式插值	第 19 章 数值微分	第 22 章 边值问题
第 4 章 舍入误差与截断误差		第 11 章 矩阵求逆与条件数	第 16 章 样条与分段插值		
		第 12 章 迭代方法			

图 P-1　阴影部分是新增内容。另外，对几个原有章补充了新的主题、习题和案例研究

(2) **新增章**。如图 P-1 所示，已经新增了 3 章的内容。增加这些章的主要原因是让学生能够更加完整地学习数值方法和 MATLAB 的功能。这些新章涉及如下主题：

- **最优化**。本章刚好位于非线性方程求根这一章之后。尽管标准的 MATLAB(也就是说，不包括 Toolboxes)并不具有综合的最优化问题求解功能，但是它具有少数几个内置函数，有了它们就可以介绍这方面的主题，以及求解某些典型的工程和科学问题。尽管本章的焦点是一维最优化，但是也包含了关于多变量最优化的简要介绍。
- **数值微分**。本章在数值积分的最后一章之后。增加这一章是为了保证完整性，以及用实例说明数值微分存在一些固有的困难。增加本章的另一个目的是为了介绍有限差分在求解边值问题时的作用。
- **边值问题**。本章位于常微分方程这一部分的末尾。增加本章也是为了保证完整性。另外，可以用实例来说明如何用有限差分求解 ODE(常微分方程)问题。我认为这很重要，因为，尽管没有显式地在本部分包含 PDE(偏微分方程)，但是用于求解 ODE 边值问题的有限差分为学生提供了一种思想，即如何用数值方法求解 PDE 问题。该主题还为更具挑战性和更有趣的课后练习提供了一个不错的题材。

(3) **案例研究**。这些案例由各种工程和科学应用组成，这些应用比每章中给出的标准例子更复杂、更丰富。它们位于某些所选章之后，其目的有：①用实例说明相关方法的细微区别；②表明如何更加实际地将这些方法和 MATLAB 用于工程和科学问题求解中。

(4) **新的课后习题**。每章的大多数课后习题都有所改动，并且加入了很多新的习题。尤其是，相对第一版的习题而言，尽可能在每章中包含了几个更具挑战性和更困难的新习题。

除了增加了这些内容之外，第 2 版与第 1 版是非常相似的。尤其是，尽可能地保留了第一版的大多数有益于增强教学效果的优秀特征，包括广泛地使用实例演示以及使用工程和科学应用实例。与第 1 版一样，本书同样尽可能地满足学生的使用需求。为此，本书努力做到让解释更直接、更实用。

尽管本书的基本目的是增强学生的能力，让他们能够更好地进入数值问题求解领域，但是还有一个目的是让学生在学习时感到激动和愉悦。我相信积极主动的学生会喜爱工程与科学、问题求解、数学，当然还有编程，他们最终会获得更好的职业。如果本书能够培养他们对这些主题的激情和兴趣，那么我认为这种努力就取得了成功。

致谢。McGraw-Hill 团队中有好几名成员为本书做出了贡献。特别要感谢 Amanda Green、Suzanne Jeans、Peggy Selle、Bill Stenquist 和 Megan Hoar，感谢他们的鼓励、支持和指导。Rick Noel 设计了一个整洁、清晰和具有美感的封面。Interactive Composition Corporation 公司的 Naman Mahisauria 在本书出版的最后阶段所做的工作非常出色。最后，要感谢 Beatrice Sussman，曾经两度用事实证明了为什么她是最好的文字加工编辑(copy-editor)。

在本书的出版过程中，MathWorks 公司的员工真正表现出了他们的才能，以及他们对工程和科学教育的强烈责任感。尤其是，MathWorks 公司的图书策划 Courtney Esposito 和 Naomi Fernandes，他们为本书的出版给予了特别的帮助。

由于伯杰家族(Berger family)的慷慨，尤其是 Fred Berger，为我提供了良机，让我能够参与像本书这样与工程和科学相关书籍的创新性项目。另外，还要特别感谢 Noelle Brooker、Ilse Allen、Jim Limbrunner 和 Masoud Sanayei，因为他们为本书提供了支持与帮助。

很多同事也为本书提供了有意义的建议。尤其是 Dave Clough (Colorado–Boulder 大学)、Mike Gustafson (Duke 大学)、Jim Guilkey (Utah 大学)、Laura Goadrich (Madison，Wisconsin 大学)和 Douglas Harder (Waterloo 大学)，他们提出了很有价值的想法和建议。另外，很多读者也提出了很有益的反馈信息和建议，他们包括 Prabhakar Clement (Auburn 大学)、John Cotton (弗吉尼亚理工学院和州立大学)、Deji Demuren (原 Dominion 大学)、Ali Elkamel (滑铁卢大学)、Leon Gerber (圣约翰大学)、 Dalia M. Gil (理工大学 p.r.-奥兰多校园)、Naira Hovakimyan (弗吉尼亚理工学院和州立大学)、EgwuE. Kalu (FAMU-FSU 理工学院)、Ian H. Leslie (新墨西哥州大学)、Xin Li (中佛罗里达大学)、Leslie Loo (新加坡南洋理工大学)、Betty Mayfield (Hood 学院)、Clare McCabe (范德比尔特大学)、John Medige (布法罗大学，纽约州立大学), Robert R. Meyer (威斯康星大学)、Jeff Moehlis (加州大学圣塔芭芭拉分校)、Dan Nguyen (艾伯塔大学)、J. Walt Oler (德克萨斯州科技大学)、Luke Olson (伊利诺伊大学厄巴纳-尚佩恩分校)、Jeffrey J. Potoff (韦恩州立大学)、David Rappaport (皇后大学)、Charles Schwartz (马里兰大学)、Dipendra K. Sinha (旧金山州立大学)、Brian Vick (弗吉尼亚理工学院和州立大学)和 Ralph Wilkerson (密苏里大学罗拉分校)。

应该强调的是，尽管我从上面提到的每个人那里得到了有益的建议，但是我认为，您很有可能还会发现书中存在不准确或错误的地方，如果发现任何错误，您可以通过电子邮件联系我。

最后，我要感谢我的家庭，尤其是我的妻子 Cynthia，感谢她在本书编写过程中一直以来给予的关爱、耐心和支持。

Steven C. Chapra
塔夫斯大学
梅德福，马萨诸塞州
steven.chapra@tufts.edu

导读

本章目标：“本章目标(chapter objective)”在每章的开始部分给出。它为学生提供了每章的功能和涉及的具体主题。让学生能够在开始学习每章之前树立具体的目标。

提出问题：标题为“提出问题(You've Got a Problem)”的这一节位于大多数章中的第一页。在这一节中，Chapra 提出了一些与本章相关的现实问题，这些问题需要用到本章所介绍的各种数值求解方法。其目的是要通过这些具体例子，而不是通过抽象的数学向学生介绍这些主题。在讨论了数值方法之后，会再次回到该问题，用实例说明如何用学习到的内容求解实际问题。

2

MATLAB 基 础

本章目标

本章的主要目标是提供一些关于 MATLAB 的简介和概述，让读者知道如何用 MATLAB 计算器模式实现交互式计算。具体的目标和主题包括：

- 学习如何将实数和复数赋给变量。
- 学习如何使用简单的赋值和冒号运算符，以及 linspace 和 logspace 函数给向量和矩阵赋值。
- 理解构建数学表达式的优先规则。
- 获得对内置函数的一般了解，知道怎样才能通过 MATLAB 的 Help 功能学习更多关于这些函数的知识。
- 学习如何使用向量绘制方程的简单图形。

提出问题

在第 1 章中，我们用力平衡确定像蹦极运动员这样的自由落体的极限速度(terminal velocity)

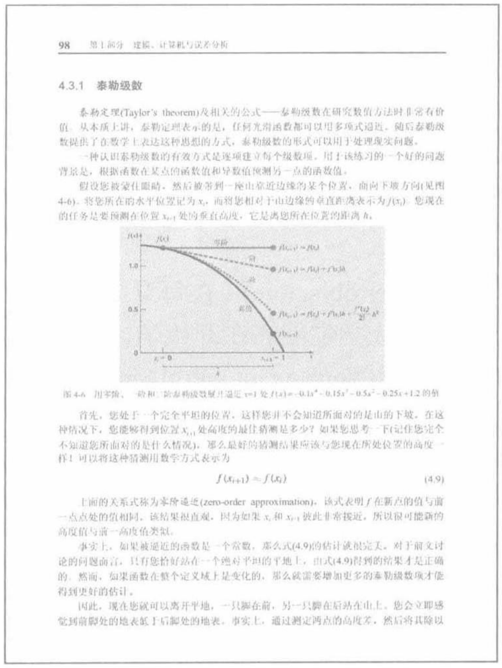
$$v_t = \sqrt{\frac{gm}{c_d}}$$

其中，v_t=极限速度(m/s)，g=重力加速度(m/s^2)，m=质量(kg)，C_d=阻尼系数(kg/m)。除了预测极限速度外，通过变形该式还可以计算阻尼系数

$$c_d = \frac{mg}{v_t^2} \tag{2.1}$$

为此，如果测得了多个已知质量的蹦极运动员速度，该式就为估计阻尼系数提供了一种方式。表 2-1 就是为此而收集到的相关数据。

以关键概念引领理论的表达：本书是针对数值方法的用户，而不是数值方法的开发者。所以，不是为了理论而介绍理论。例如，不会给出相关的证明。包含一些理论是为了弄清关键概念，如泰勒级数、收敛、条件数等，所以，是要在问题求解的过程中向学生展示理论联系实际这样一个思想。



98 第1部分 建模、计算机与误差分析

4.3.1 泰勒级数

泰勒定理(Taylor's theorem)及相关的公式——泰勒级数在研究数值方法时非常有价值。从本质上讲，泰勒定理表示的是，任何光滑函数都可以用多项式逼近。随后泰勒级数提供了在数学上表达这种思想的方式，泰勒级数的形式可以用于处理现实问题。

一种认识泰勒级数的有效方式是逐项建立每个级数项。用于该练习的一个好的问题背景是，根据函数在某点的函数值和导数值预测另一点的函数值。

假设您被蒙住眼睛，然后被带到一座山靠近边缘的某个位置，面向下坡方向(见图 4-6)。将您所在的水平位置记为 x_i，而将您相对于山边缘的垂直距离表示为 $f(x_i)$。您现在的任务是要预测在位置 x_{i+1} 处的垂直高度，它是离您所在位置的距离 h。

图 4-6 用零阶、一阶和二阶泰勒级数展开逼近 $x=1$ 处 $f(x)=-0.1x^4-0.15x^3-0.5x^2-0.25x+1.2$ 的值

首先，您处于一个完全平坦的位置，这样您并不会知道所面对的是山的下坡。在这种情况下，您能够得到位置 x_{i+1} 处高度的最佳猜测是多少？如果您思考一下(记住您完全不知道您所面对的是什么情况)，那么最好的猜测结果应该与您现在所处位置的高度一样！可以将这种猜测用数学方式表示为

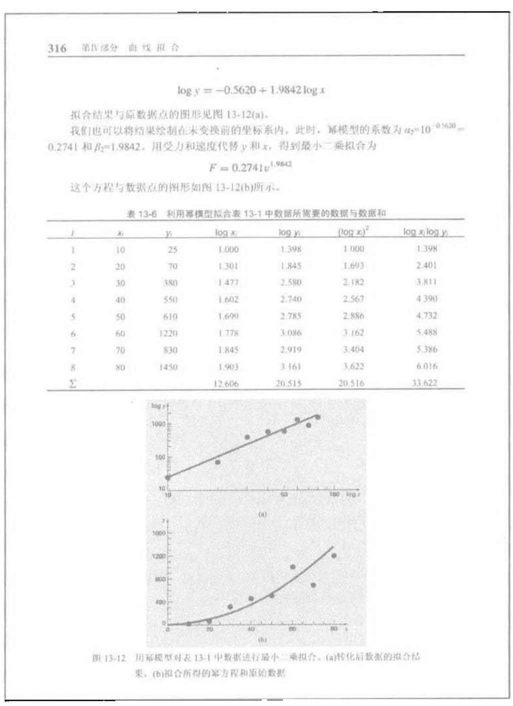
$$f(x_{i+1}) \cong f(x_i) \tag{4.9}$$

上面的关系式称为零阶逼近(zero-order approximation)。该式表明 f 在新点的值与前一点点处的值相同。该结果很直观，因为如果 x_i 和 x_{i+1} 彼此非常接近，所以很可能新的高度值与前一高度值类似。

事实上，如果被逼近的函数是一个常数，那么式(4.9)的估计就很完美。对于前文讨论的问题而言，只有您恰好站在一个绝对平坦的平地上，由式(4.9)得到的结果才是正确的。然而，如果函数在整个定义域上是变化的，那么就需要增加更多的泰勒级数项才能得到更好的估计。

因此，现在您就可以离开平地，一只脚在前，另一只脚在后站在山上。您会立即感觉到前脚处的地表低于后脚处的地表。事实上，通过测定两点的高度差，然后将其除以

插图与表格： 插图和表格是清晰和准确的，目的是帮助学生更直观地理解文中给出的重要概念。



316 第Ⅳ部分 曲线拟合

$$\log y = -0.5620 + 1.9842 \log x$$

拟合结果与原数据点的图形见图 13-12(a)。

我们也可以将结果绘制在未变换前的坐标系内。此时，幂模型的系数为 $\alpha_2=10^{-0.5620}=0.2741$ 和 $\beta_2=1.9842$。用受力和速度代替 y 和 x，得到最小二乘拟合为

$$F = 0.2741v^{1.9842}$$

这个方程与数据点的图形如图 13-12(b)所示。

表 13-6 利用幂模型拟合表 13-1 中数据所需要的数据与数据和

i	x_i	y_i	$\log x_i$	$\log y_i$	$(\log x_i)^2$	$\log x_i \log y_i$
1	10	25	1.000	1.398	1.000	1.398
2	20	70	1.301	1.845	1.693	2.401
3	30	380	1.477	2.580	2.182	3.811
4	40	550	1.602	2.740	2.567	4.390
5	50	610	1.699	2.785	2.886	4.732
6	60	1220	1.778	3.086	3.162	5.488
7	70	830	1.845	2.919	3.404	5.386
8	80	1450	1.903	3.161	3.622	6.016
Σ			12.606	20.515	20.516	33.622

图 13-12 用幂模型对表 13-1 中数据进行最小二乘拟合。(a)转化后数据的拟合结果，(b)拟合所得的幂方程和原始数据

MATLAB 内容介绍： 这包括两章入门内容，它们是关于如何使用 MATLAB 的。第 2 章向学生介绍如何在 MATLAB 命令模式下执行计算和绘制图形。第 3 章给出了关于通过 M 文件函数开发数值程序的基础知识。掌握了这些内容，学生就能通过某种方式来开

发他们自己的数值方法，并感受 MATLAB 强大的内置例程。

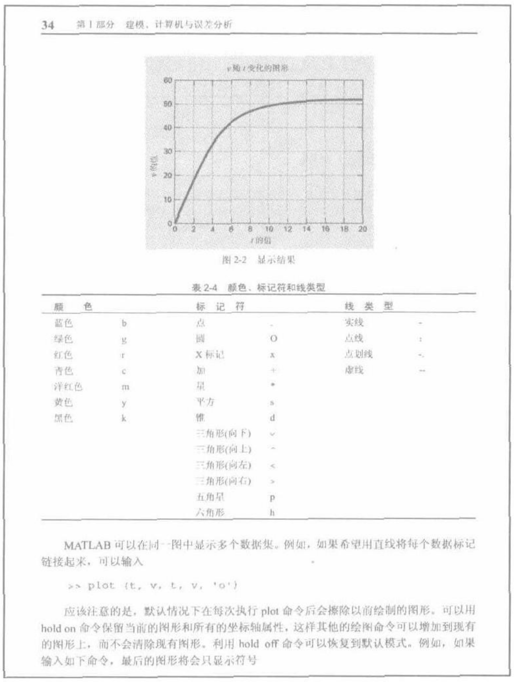


图 2-2　显示结果

表 2-4　颜色、标记符和线类型

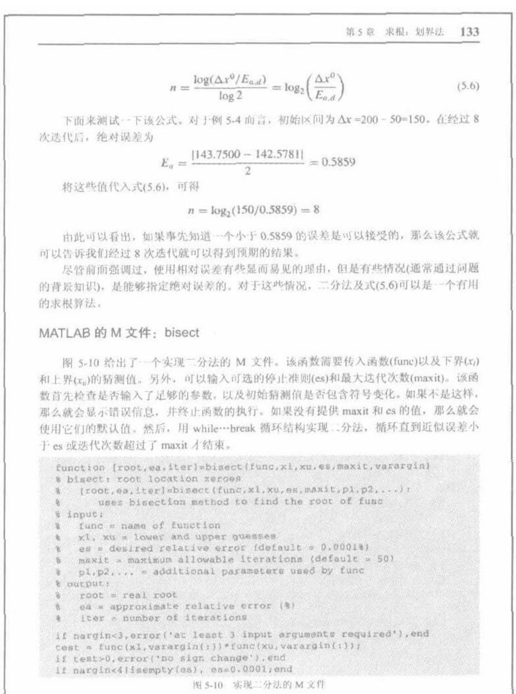
颜　色		标　记　符		线　类　型	
蓝色	b	点	.	实线	-
绿色	g	圆	O	点线	:
红色	r	X 标记	x	点划线	-.
青色	c	加	+	虚线	--
洋红色	m	星	*		
黄色	y	平方	s		
黑色	k	锥	d		
		三角形(向下)	v		
		三角形(向上)	^		
		三角形(向左)	<		
		三角形(向右)	>		
		五角星	p		
		六角形	h		

MATLAB 可以在同一图中显示多个数据集。例如，如果希望用直线将每个数据标记链接起来，可以输入

```
>> plot (t, v, t, v, 'o')
```

应该注意的是，默认情况下在每次执行 plot 命令后会擦除以前绘制的图形。可以用 hold on 命令保留当前的图形和所有的坐标轴属性，这样其他的绘图命令可以增加到现有的图形上，而不会清除现有图形。利用 hold off 命令可以恢复到默认模式。例如，如果输入如下命令，最后的图形将会只显示符号

使用 MATLAB 的 M 文件表示算法：本书没有使用伪代码，而是通过良构(well-structured)的 MATLAB 的 M 文件提供算法。除了它们本身就是有用的计算机程序外，这些 M 文件还为学生提供了模型来编写自己的 M 文件，他们可以编写 M 文件作为课后练习。



$$n=\frac{\log(\Delta x^0/E_{a,d})}{\log 2}=\log_2\left(\frac{\Delta x^0}{E_{a,d}}\right) \tag{5.6}$$

下面来测试一下该公式。对于例 5-4 而言，初始区间为 Δx=200－50=150。在经过 8 次迭代后，绝对误差为

$$E_a=\frac{|143.7500-142.5781|}{2}=0.5859$$

将这些值代入式(5.6)，可得

$$n=\log_2(150/0.5859)=8$$

由此可以看出，如果事先知道一个小于 0.5859 的误差是可以接受的，那么该公式就可以告诉我们经过 8 次迭代就可以得到预期的结果。

尽管前面强调过，使用相对误差有些显而易见的理由，但是有些情况(通常通过问题的背景知识)，是能够指定绝对误差的。对于这些情况，二分法及式(5.6)可以是一个有用的求根算法。

MATLAB 的 M 文件：bisect

图 5-10 给出了一个实现二分法的 M 文件。该函数需要传入函数(func)以及下界(x_l)和上界(x_u)的猜测值。另外，可以输入可选的停止准则(es)和最大迭代次数(maxit)。该函数首先检查是否输入了足够的参数，以及初始猜测值是否包含符号变化。如果不是这样，那么就会显示错误信息，并终止函数的执行。如果没有提供 maxit 和 es 的值，那么就会使用它们的默认值。然后，用 while…break 循环结构实现二分法，循环直到近似误差小于 es 或迭代次数超过了 maxit 才结束。

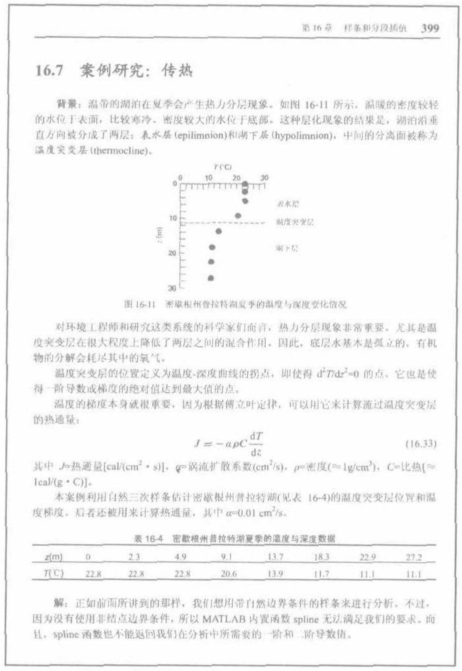
```
function [root,ea,iter]=bisect(func,xl,xu,es,maxit,varargin)
% bisect: root location zeroes
%   [root,ea,iter]=bisect(func,xl,xu,es,maxit,p1,p2,...):
%       uses bisection method to find the root of func
% input:
%   func = name of function
%   xl, xu = lower and upper guesses
%   es = desired relative error (default = 0.0001%)
%   maxit = maximum allowable iterations (default = 50)
%   p1,p2,... = additional parameters used by func
% output:
%   root = real root
%   ea = approximate relative error (%)
%   iter = number of iterations

if nargin<3,error('at least 3 input arguments required'),end
test = func(xl,varargin{:})*func(xu,varargin{:});
if test>0,error('no sign change'),end
if nargin<4|isempty(es), es=0.0001;end
```

图 5-10　实现二分法的 M 文件

应用实例与案例研究：通过广泛详细的应用实例，学生可以清楚地把握住数值计算

的每个步骤。案例研究由工程和科学应用实例组成，它们要比实例演示更加复杂和丰富。案例研究放在所选章的末尾部分，其目的是：①用实例说明方法之间的细微差异；②更真实地说明，如何将这些方法和 MATLAB 用于问题求解。



第 16 章 样条和分段插值 399

16.7 案例研究：传热

背景：温带的湖泊在夏季会产生热力分层现象。如图 16-11 所示，温暖的密度较轻的水位于表面，比较寒冷、密度较大的水位于底部。这种层化现象的结果是，湖泊沿垂直方向被分成了两层：*表水层*(epilimnion)和*湖下层*(hypolimnion)，中间的分离面被称为*温度突变层*(thermocline)。

图 16-11 密歇根州普拉特湖夏季的温度与深度变化情况

对环境工程师和研究这类系统的科学家们而言，热力分层现象非常重要。尤其是温度突变层在很大程度上降低了两层之间的混合作用。因此，底层水基本是孤立的，有机物的分解会耗尽其中的氧气。

温度突变层的位置定义为温度-深度曲线的拐点，即使得 $d^2T/dz^2=0$ 的点。它也是使得一阶导数或梯度的绝对值达到最大值的点。

温度的梯度本身就很重要，因为根据傅立叶定律，可以用它来计算流过温度突变层的热通量：

$$J = -\alpha\rho C\frac{dT}{dz} \tag{16.33}$$

其中 J=热通量[cal/(cm^2·s)]，α=涡流扩散系数(cm^2/s)，ρ=密度(≈1g/cm^3)，C=比热[≈1cal/(g·C)]。

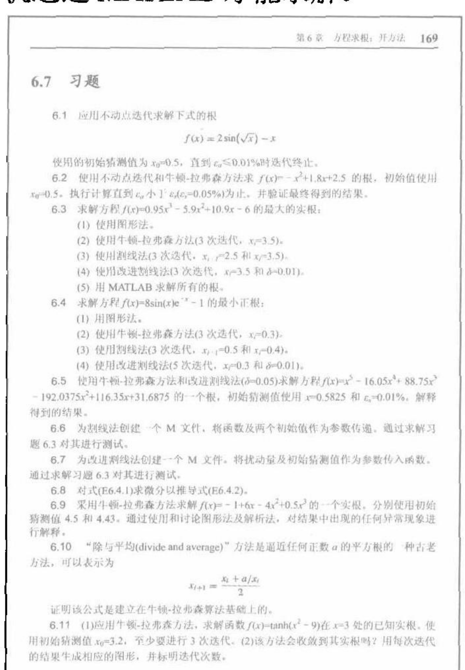
本案例利用自然三次样条估计密歇根州普拉特湖(见表 16-4)的温度突变层位置和温度梯度。后者还被用来计算热通量，其中 α=0.01 cm^2/s。

表 16-4 密歇根州普拉特湖夏季的温度与深度数据

z(m)	0	2.3	4.9	9.1	13.7	18.3	22.9	27.2
T(℃)	22.8	22.8	22.8	20.6	13.9	11.7	11.1	11.1

解：正如前面所讲到的那样，我们想用带自然边界条件的样条来进行分析。不过，因为没有使用非结点边界条件，所以 MATLAB 内置函数 spline 无法满足我们的要求。而且，spline 函数也不能返回我们在分析中所需要的一阶和二阶导数值。

习题集：习题包括广泛范围内的各种问题。很多习题是直接来自于工程和科学领域的。另外一些习题是为了演示数值方法和理论概念。有些习题可以用袖珍计算器求解，还有些习题则需要用计算机通过 MATLAB 才能求解。



第 6 章 方程求根：开方法 169

6.7 习题

6.1 应用不动点迭代求解下式的根

$$f(x) = 2\sin(\sqrt{x}) - x$$

使用的初始猜测值为 x_0=0.5，直到 $\varepsilon_a \leqslant$0.01%时迭代终止。

6.2 使用不动点迭代和牛顿-拉弗森方法求 $f(x)=-x^2+1.8x+2.5$ 的根，初始值使用 x_0=0.5。执行计算直到 ε_a 小于 ε_s(ε_s=0.05%)为止，并验证最终得到的结果。

6.3 求解方程 $f(x)=0.95x^3-5.9x^2+10.9x-6$ 的最大的实根：

(1) 使用图形法。

(2) 使用牛顿-拉弗森方法(3 次迭代，x_i=3.5)。

(3) 使用割线法(3 次迭代，x_{i-1}=2.5 和 x_i=3.5)。

(4) 使用改进割线法(3 次迭代，x_i=3.5 和 δ=0.01)。

(5) 用 MATLAB 求解所有的根。

6.4 求解方程 $f(x)=8\sin(x)e^{-x}-1$ 的最小正根：

(1) 用图形法。

(2) 使用牛顿-拉弗森方法(3 次迭代，x_i=0.3)。

(3) 使用割线法(3 次迭代，x_{i-1}=0.5 和 x_i=0.4)。

(4) 使用改进割线法(5 次迭代，x_i=0.3 和 δ=0.01)。

6.5 使用牛顿-拉弗森方法和改进割线法(δ=0.05)求解方程 $f(x)=x^5-16.05x^4+88.75x^3-192.0375x^2+116.35x+31.6875$ 的一个根，初始猜测值使用 x=0.5825 和 ε_s=0.01%。解释得到的结果。

6.6 为割线法创建一个 M 文件，将函数及两个初始值作为参数传递。通过求解习题 6.3 对其进行测试。

6.7 为改进割线法创建一个 M 文件。将扰动量及初始猜测值作为参数传入函数。通过求解习题 6.3 对其进行测试。

6.8 对式(E6.4.1)求微分以推导式(E6.4.2)。

6.9 采用牛顿-拉弗森方法求解 $f(x)=-1+6x-4x^2+0.5x^3$ 的一个实根。分别使用初始猜测值 4.5 和 4.43。通过使用和讨论图形法及解析法，对结果中出现的任何异常现象进行解释。

6.10 “除与平均(divide and average)”方法是逼近任何正数 a 的平方根的一种古老方法，可以表示为

$$x_{i+1} = \frac{x_i + a/x_i}{2}$$

证明该公式是建立在牛顿-拉弗森算法基础上的。

6.11 (1)应用牛顿-拉弗森方法，求解函数 $f(x)=\tanh(x^2-9)$在 x=3 处的已知实根。使用初始猜测值 x_0=3.2，至少要进行 3 次迭代。(2)该方法会收敛到其实根吗？用每次迭代的结果生成相应的图形，并标明迭代次数。

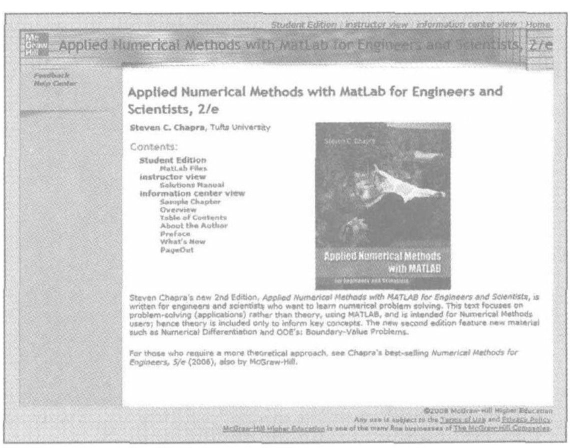
附录及索引：附录 A 介绍了特征值，附录 B 给出了 MATLAB 命令，附录 C 介绍了 M 文件函数。

附录 B

MATLAB 内置函数

abs	acos	ascii
axis square	beep	besselj
ceil	chol	clabel
clear	cond	contour
conv	cumtrapz	dblquad
deconv	det	diag
diff	disp	double
eig	elfun	eps
erf	error	exp
eye	factorial	fix
floor	fminbnd	fminsearch
format bank	format compact	format long
format long e	format long eng	format loose
format short	format short e	format short eng
fplot	fprintf	fzero
gradient	grid	help
help elfun	hist	hold off
hold on	humps	inline
input	interp1	interp2
interp3	inv	isempty
legend	length	linspace
load	log	log10
log2	loglog	logspace
lookfor	lu	max

补充资料：介绍了相关的资源网站：http://www.mhhe.com/chapra。其中包括内容图片和章节目标的幻灯片、M 文件和其他的 MATLAB 资源。



目　录

第II部分 求根与最优化

第III部分 线性方程组