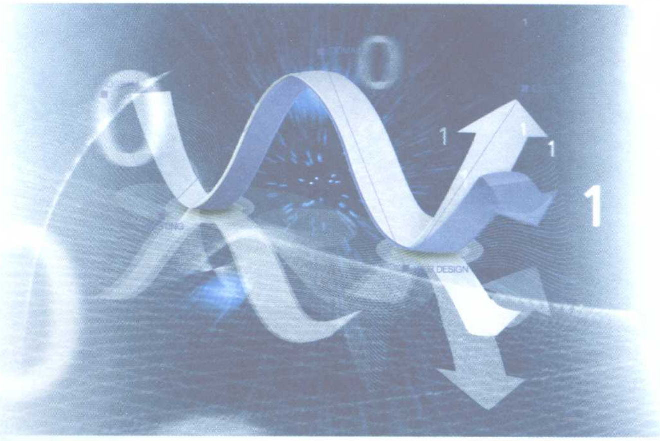
高等财经院校精品课程系列教材
JINGPIN KECHENG

线性代数

Xianxing daishu

主编　刘贵基　姜庆华



经济科学出版社

高等财经院校精品课程系列教材

线性代数

主　编　刘贵基　姜庆华
副主编　黄秋灵　周玉珠
董新梅　丁伟华

经济科学出版社

图书在版编目（CIP）数据

线性代数/刘贵基，姜庆华主编．—北京：经济科学出版社，2008.7

（高等财经院校精品课程系列教材）

ISBN 978-7-5058-7329-2

Ⅰ.线…　Ⅱ.①刘…②姜…　Ⅲ.线性代数-高等学校-教材　Ⅳ.O151.2

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2008）第 099337 号

责任编辑：吕　萍　张建光
责任校对：杨晓莹
版式设计：代小卫
技术编辑：邱　天

线性代数

主　编　刘贵基　姜庆华
副主编　黄秋灵　周玉珠
　　　　董新梅　丁伟华

经济科学出版社出版、发行　新华书店经销
社址：北京市海淀区阜成路甲 28 号　邮编：100142
总编室电话：88191217　发行部电话：88191540
网址：www.esp.com.cn
电子邮件：esp@esp.com.cn
北京汉德鼎印刷厂印刷
永胜装订厂装订
787×1092　16 开　15.5 印张　300000 字
2008 年 7 月第 1 版　2008 年 7 月第 1 次印刷
印数：0001—5000 册
ISBN 978-7-5058-7329-2/F·6580　定价：22.00 元
（图书出现印装问题，本社负责调换）

出版说明

为了进一步深化山东经济学院课程改革，充分发挥教学中的“精品示范效应”，根据《教育部关于启动高等学校教学质量与教学改革工程精品课程建设工作的通知》（教高［2003］1号）和《国家精品课程建设工作实施办法》（教高［2003］3号）文件精神，按照精品课程的立项程序和标准要求，经过反复论证，多门课程获校级立项，这是山东经济学院课程建设的一件大事。

精品课程是具有一流教师队伍、一流教学内容、一流教学方法、一流教材、一流教学管理等特点的示范性课程，包括六个方面内容：一是教学队伍建设。要逐步形成一支以主讲教授负责、结构合理、人员稳定、教学水平高、教学效果好的教师梯队，要按一定比例配备辅导教师和实验教师。二是教学内容建设。教学内容要具有先进性、科学性，要及时反映本学科领域的最新科技成果。三是要使用先进的教学方法和手段。相关的教学大纲、教案、习题、实验指导、参考文献目录等要上网并免费开放，实现优质教学资源共享。四是教材建设。五是实验建设。要大力改革实验教学的形式和内容，鼓励开设综合性、创新性实验和研究型课程，鼓励本科生参与科研活动。六是机制建设。要有相应的激励和评价机制，鼓励教授承担精品课程建设，要有新的用人机制保证精品课程建设等。

从以上表述可以看出，教材建设是精品课程建设的重要组成部分，系列化的优秀教材与精品课程相呼应非常有必要。

教材是教学之本，它规范着某一课程的基本内容，保证教学内容的规范化和科学化，以实现教学目的。因此，教材建设是实现教学计划和达到教学目的的基本建设工程。教材建设包括教材的编写、出版和发行

等环节。其中，教材编写是关键，出版是保证，教材建设是否规范化和科学化，决定了教材质量的高低，关系到教学和教学目的能否实现。为此，山东经济学院组织精品课程负责人编写了这套精品课程系列教材，以适应精品课程建设的需要。

《高等财经院校精品课程系列教材》编写组

2007年6月

前　言

线性代数是高等学校经济类、管理类各本科专业的学科基础课。近年来，由于电子计算机的普遍使用，使得线性代数得到日益广泛的应用，正如《数学的原理与实践》一书所指出的："在现代社会，除了算术以外，线性代数是应用最广泛的数学学科了。"通过本课程的学习，使学生获得应用科学中常用的矩阵方法、线性方程组、矩阵的特征值、二次型等理论及其有关的基础知识，同时培养学生科学的思维能力和熟练的运算能力，从而为学习后续课程及进一步扩大数学知识面奠定必要的数学基础。

本教材是根据教育部颁布的财经类专业核心课程《经济数学基础》教学大纲的内容和要求、教学改革的需要及教学实际情况编写而成的，在教材体系、内容和例题的选择等方面吸取了国内外优秀教材的优点，也汇集了编者的教学经验。

本教材具有以下特点：

1. 本教材结构严谨，语言准确，解析详细，易于学生阅读。在引入概念时，注意了概念产生的实际背景，尽量以提出问题、讨论问题、解决问题的方式来展开教材，使读者也知其所以然。

2. 教材内容的深度和广度合理。既注意了适应目前的教学实际和本课程的基本要求，又兼顾到报考硕士研究生的学生的需求，例题、习题的配置注意层次，以满足不同读者的要求。

3. 教材中适量融入数学史与数学文化的教育，介绍了有关概念和理论的发展历史及有关数学家的学术成就，以激发学生去思考，去发

现，去创新。

本教材适合作为高等院校经济管理类各专业该课程的教材或参考书。讲授全书共需68课时，还可根据专业需要和不同的教学要求删减部分内容，供51课时讲授使用。

本教材由刘贵基、姜庆华主编，参加编写的人员还有黄秋灵、周玉珠、董新梅、丁伟华、孙杰、王晓杰、陈传国、刘庆荣。在编写过程中，参考和借鉴了国内外有关资料，得到了许多同行专家的帮助和经济科学出版社的大力支持，在此谨致以诚挚的谢意。

限于编者水平，本书难免有错误及不足之处，殷切希望广大读者批评指正。

编　者

2008年7月

目 录

第一章 行　列　式

行列式的概念是在研究线性方程组解的过程中产生的，它是研究矩阵、线性方程组和变量间线性关系等问题的有力工具，有着广泛的应用．本章介绍行列式的定义、性质，行列式的计算及克莱姆法则．

§1.1 n 阶行列式的定义

1.1.1 二阶和三阶行列式

对于含两个未知量两个方程的线性方程组

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 = b_2, \end{cases} \tag{1}$$

利用加减消元法，得

$$(a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21})\ x_1 = b_1a_{22} - b_2a_{12},$$

$$(a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21})\ x_2 = b_2a_{11} - b_1a_{21}.$$

当 $a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} \neq 0$ 时，方程组（1）有唯一解：

$$x_1 = \frac{b_1a_{22} - a_{12}b_2}{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}},\ x_2 = \frac{a_{11}b_2 - b_1a_{21}}{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}}. \tag{2}$$

为了便于记忆上述解的公式（2），我们引入记号

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$$

表示代数和 $a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21}$，称为**二阶行列式**，即

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21}. \tag{3}$$

它的横排叫行、竖排叫列，a_{ij}（i，$j=1$，2）称为行列式的元素．元素 a_{ij} 的第一个下标 i 表示它在第 i 行，叫做行标；第二个下标 j 表示它在第 j 列，叫做列标．二阶行列式表示的代数和可根据图 1－1 来记忆，即实线联结的两个元素的乘积减去虚线联结的两个元素的乘积（见图 1－1）：

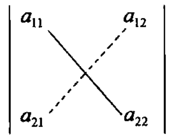


图 1－1

利用二阶行列式的概念，式（2）中的分母、分子可分别记为：

$$D=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix},\ D_1=\begin{vmatrix} b_1 & a_{12} \\ b_2 & a_{22} \end{vmatrix},\ D_2=\begin{vmatrix} a_{11} & b_1 \\ a_{21} & b_2 \end{vmatrix}.$$

于是，得：

当 $D\neq 0$ 时，方程组（1）有唯一解：$x_1=\dfrac{D_1}{D}$，$x_2=\dfrac{D_2}{D}$.

容易看出，D 是由方程组（1）的未知量的系数按原来顺序排列所确定的二阶行列式，称为方程组（1）的系数行列式．D_1 是 D 中 x_1 的系数所在列对应换成常数项所得二阶行列式，D_2 是 D 中 x_2 的系数所在列对应换成常数项所得二阶行列式．本节后面讨论的三元线性方程组情形类似，不再说明．

例 1　解线性方程组

$$\begin{cases} x_1-2x_2=3, \\ 3x_1-4x_2=-2. \end{cases}$$

解　由方程组的系数行列式

$$D=\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -4 \end{vmatrix}=1\times(-4)-(-2)\times 3=2$$

得方程组有唯一解．又

$$D_1=\begin{vmatrix} 3 & -2 \\ -2 & -4 \end{vmatrix}=-16,\ D_2=\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 3 & -2 \end{vmatrix}=-11,$$

所以，方程组的解为：

$$x_1=\frac{D_1}{D}=-8,\ x_2=\frac{D_2}{D}=-\frac{11}{2}.$$

为了三元线性方程组的求解需要，我们引入记号

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

表示代数和 $a_{11}a_{22}a_{33}+a_{12}a_{23}a_{31}+a_{13}a_{21}a_{32}-a_{11}a_{23}a_{32}-a_{12}a_{21}a_{33}-a_{13}a_{22}a_{31}$，称为**三阶行列式**，即

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}=a_{11}a_{22}a_{33}+a_{12}a_{23}a_{31}+a_{13}a_{21}a_{32} \\ -a_{11}a_{23}a_{32}-a_{12}a_{21}a_{33}-a_{13}a_{22}a_{31}.$$

三阶行列式所表示的代数和可按图 1－2 中的 6 条连线记忆：实线上三个元素相乘得到的积前冠以“＋”号，虚线上 3 个元素相乘得到的积前冠以“－”号，这称为三阶行列式的**对角线法则**．①

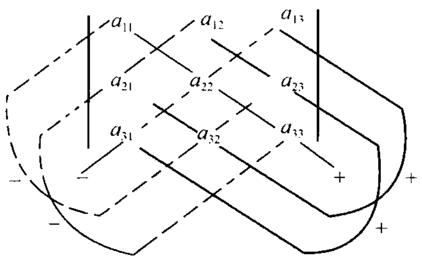


图 1－2

例 2 $$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 0 & 5 \\ -1 & 0 & 6 \end{vmatrix}=1\times0\times6+2\times5\times(-1)+3\times4\times0 \\ -1\times5\times0-2\times4\times6-3\times0\times(-1) \\ =-58.$$

① 对角线法则是由法国数学家萨鲁斯（P. F. Sarrus，1798～1861）引入的．萨鲁斯在行列式计算法则、函数最大值及微分方程可积性条件方面作了许多工作．

例 3 设 $D=\begin{vmatrix} a & b & 0 \\ -b & a & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix}$，求当 a，b 满足什么条件时，有 $D=0$.

解 $D=\begin{vmatrix} a & b & 0 \\ -b & a & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix}=a\times a\times 1+b\times 0\times 1+0\times(-b)\times 0$

$$-a\times 0\times 0-b\times(-b)\times 1-0\times a\times 1$$

$$=a^2+b^2,$$

因此，当 $a=b=0$ 时，$D=0$.

类似于二元线性方程组的结论，对于三元线性方程组

$$\begin{cases} a_{11}x_1+a_{12}x_2+a_{13}x_3=b_1, \\ a_{21}x_1+a_{22}x_2+a_{23}x_3=b_2, \\ a_{31}x_1+a_{32}x_2+a_{33}x_3=b_3, \end{cases} \tag{4}$$

记

$$D=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix},\quad D_1=\begin{vmatrix} b_1 & a_{12} & a_{13} \\ b_2 & a_{22} & a_{23} \\ b_3 & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix},$$

$$D_2=\begin{vmatrix} a_{11} & b_1 & a_{13} \\ a_{21} & b_2 & a_{23} \\ a_{31} & b_3 & a_{33} \end{vmatrix},\quad D_3=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & b_3 \end{vmatrix}.$$

若系数行列式 $D\neq 0$，则方程组（4）有唯一解：

$$x_1=\frac{D_1}{D},\quad x_2=\frac{D_2}{D},\quad x_3=\frac{D_3}{D}.$$

例 4 解三元线性方程组 $\begin{cases} x_1-2x_2+x_3=-2, \\ 2x_1+x_2-3x_3=1, \\ -x_1+x_2-x_3=0. \end{cases}$

解 由方程组的系数行列式

$$D_1=\begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & -3 \\ -1 & 1 & -1 \end{vmatrix}=-5\neq 0$$

得方程组有唯一解．又

$$D_1=\begin{vmatrix}-2&-2&1\\1&1&-3\\0&1&-1\end{vmatrix}=-5,\quad D_2=\begin{vmatrix}1&-2&1\\2&1&-3\\-1&0&-1\end{vmatrix}=-10,$$

$$D_3=\begin{vmatrix}1&-2&-2\\2&1&1\\-1&1&0\end{vmatrix}=-5,$$

所以，方程组的解为

$$x_1=\frac{D_1}{D}=1,\ x_2=\frac{D_2}{D}=2,\ x_3=\frac{D_3}{D}=1.$$

在实际问题中，遇到的线性方程组往往含有更多的未知量，在理论上就要讨论含有 n 个未知量的线性方程组的求解问题．我们希望可以得到与二元、三元线性方程组类似的结论，为此引入 n 阶行列式的概念．

1.1.2 n 阶行列式

1. 排列与逆序

由 1，2，…，n 组成的一个有序数组，称为一个 **n 级排列**．

例如，2431 是一个 4 级排列；45321 是一个 5 级排列；$123\cdots n$ 是一个 n 级排列，且它的数是按从小到大的顺序排列的，称为 n 级自然排列．

由 1，2，…，n 一共可以组成 $n!$ 个 n 级排列，即 n 级排列的总数为 $n!$．例如，3 级排列的总数为 $3!=6$，它们是 123，231，312，132，213，321.

定义 1.1.1 在一个 n 级排列 $i_1i_2\cdots i_n$ 中，如果有较大的数 i_s 排在较小的数 i_t 前面（$i_s>i_t$），则称 i_s 与 i_t 构成一个**逆序**（inverse order）．排列 $i_1i_2\cdots i_n$ 中逆序的总数称为它的**逆序数**，记作 $N(i_1i_2\cdots i_n)$．

逆序数为偶数的排列称为**偶排列**，逆序数为奇数的排列称为**奇排列**．规定逆序数是零的排列为偶排列．

例如，$N(2431)=4$，于是排列 2431 是偶排列；$N(45321)=9$，故排列 45321 是奇排列；$N(123\cdots n)=0$，因而排列 $123\cdots n$ 为偶排列．

一般地，排列 $i_1i_2\cdots i_n$ 的逆序数可如下求出：

$$N(i_1i_2\cdots i_n)=k_1+k_2+\cdots+k_{n-1},$$

其中 $k_j(j=1,2,\cdots,n-1)$ 表示排列 $i_1i_2\cdots i_n$ 中 i_j 后面比 i_j 小的数的个数．

例 1 求 $N(n(n-1)\cdots 321)$．

解 $N(n(n-1)\cdots 321)=(n-1)+(n-2)+\cdots+2+1$

$$=\frac{n(n-1)}{2}.$$

例 2 求 $N(347986512)$.

解 $N(347986512)=2+2+4+5+4+3+2+0=22.$

定义 1.1.2 在排列 $i_1i_2\cdots i_s\cdots i_t\cdots i_n$ 中，若把某两个数 i_s 与 i_t 的位置互换，而其余的数位置不动，就得到另外一个新排列 $i_1i_2\cdots i_t\cdots i_s\cdots i_n$，这种变换称为**对换**，记作对换（$i_s$，$i_t$）.

例如，排列 2431 经对换（2，1）就变成排列 1432. 注意到排列 2431 为偶排列，而排列 1432 为奇排列，一般地我们有下面定理.

定理 1.1.1 每次对换都改变排列的奇偶性.

定理的意思是，奇排列经过一次对换变成偶排列，偶排列经过一次对换变成奇排列.

证 先看在排列中两个相邻数对换的情形，设排列为

$$A\ i\ j\ B, \tag{1}$$

其中 A，B 表示除 i，j 两个数码外的其余数码，经对换（i，j）变成排列

$$A\ j\ i\ B. \tag{2}$$

比较上面两个排列中的逆序，显然 A，B 中数码的次序没有改变，并且 i，j 与 A，B 中数码的次序也没有改变，仅仅改变了 i 与 j 的次序，因此，排列（2）仅比排列（1）增加了一个逆序（当 $i<j$ 时），或减少了一个逆序（当 $i>j$ 时），所以它们的奇偶性不同.

再看一般情形. 设排列为

$$Aik_1\,k_2\cdots k_s\,jB, \tag{3}$$

经对换（i，j）变成排列

$$Ajk_1\,k_2\cdots k_s\,iB. \tag{4}$$

不难看出，这样一次对换也可以通过一系列的相邻两个数的对换来实现：从排列（3）出发，把 j 依次与 k_s，k_{s-1}，…，k_2，k_1，i 作相邻两个数的对换，这样经过 $s+1$ 次对换后，排列（3）变成

$$A\ j\ i\ k_1k_2\cdots k_sB. \tag{5}$$

再从排列（5）出发，将 i 依次与 k_1，k_2，…，k_s 作相邻两个数的对换，这样经 s 次对换后，排列（5）变成排列（4）.

按上述做法，由排列（3）经排列（5）到排列（4）共进行了 $2s+1$ 次相邻两个数的对换，从而排列（3）与排列（4）奇偶性不同.

定理 1.1.2 在 $n!$ 个 n 级排列中，奇排列、偶排列的个数相等，各为 $\frac{n!}{2}(n\geqslant 2)$.

证明从略.

2. n 阶行列式的定义

首先考察三阶行列式的定义，从三阶行列式

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \begin{aligned} &= a_{11}a_{22}a_{33}+a_{12}a_{23}a_{31}+a_{13}a_{21}a_{32} \\ &\quad -a_{11}a_{23}a_{32}-a_{12}a_{21}a_{33}-a_{13}a_{22}a_{31} \end{aligned} \tag{6}$$

可以看出，式（6）右边是由位于不同行不同列的 3 个元素按行标排成自然顺序的乘积 $a_{1j_1}a_{2j_2}a_{3j_3}$（所有这样的乘积都出现在式（6）的右边），并且冠以符号 $(-1)^{N(j_1j_2j_3)}$，得到形如

$$(-1)^{N(j_1j_2j_3)}a_{1j_1}a_{2j_2}a_{3j_3} \tag{7}$$

的项的和，其中 $j_1j_2j_3$ 为 3 级排列. 当 $j_1j_2j_3$ 取遍所有 3 级排列（共 3! 个）时，由式（7）即得式（6）右端中的所有项.

根据上面分析，式（6）可写为：

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = \sum_{j_1j_2j_3}(-1)^{N(j_1j_2j_3)}a_{1j_1}a_{2j_2}a_{3j_3},$$

其中 $\sum\limits_{j_1j_2j_3}$ 表示对所有 3 级排列求和.

对于二阶行列式进行类似的分析，并且可得相同的结论. 至此不难定义 n 阶行列式.

定义 1.1.3 n 阶行列式①为：

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} = \sum_{j_1j_2\cdots j_n}(-1)^{N(j_1j_2\cdots j_n)}a_{1j_1}a_{2j_2}\cdots a_{nj_n}. \tag{8}$$

式（8）左边通常称为 n 阶行列式的记号，有时简记为 $|a_{ij}|$ 或 (a_{ij})，它的横排称为行，竖排称为列，共 n 行 n 列. a_{ij}（$i, j=1, 2, \cdots, n$）称为行列式的元

---

① 行列式（determinant）的概念要追溯到德国数学家莱布尼兹（G. W. Leibniz，1647～1716 年）. H·格拉默（H. Cramer）是第一个（1750 年）发表有关这个主题的人. 行列式的基础理论奠基于 A. Vandermonde，P. Laplace，A. L. Cauchy，C. G. J. Jacobi 等人的工作. "行列式"这个名词首先（1801 年）由 C. F. Gauss 使用. 现代意义的行列式概念和符号是由法国数学家柯西（A. L. Cauchy，1789～1857 年）于 1841 年创立的，行列式的理论完善于 19 世纪.

素，共 n^2 个．元素 a_{ij} 的第一个下标 i 表示它在第 i 行，称为行标；第二个下标 j 表示它在第 j 列，称为列标．式（8）右边称为 n 阶行列式的展开式，按照展开式计算得到的结果称为行列式的值．$(-1)^{N(j_1j_2\cdots j_n)}a_{1j_1}a_{2j_2}\cdots a_{nj_n}$（$j_1j_2\cdots j_n$ 是一个 n 级排列）是行列式展开式中项的一般形式，它是取自不同行不同列的 n 个元素按行标排成自然顺序乘积 $a_{1j_1}a_{2j_2}\cdots a_{nj_n}$，并冠以符号 $(-1)^{N(j_1j_2\cdots j_n)}$．当 $j_1j_2\cdots j_n$ 取遍所有 n 级排列时，就得到 n 阶行列式展开式中的所有项（共 $n!$ 项）．$\sum\limits_{j_1j_2\cdots j_n}$ 表示对所有的 n 级排列求和．

一阶行列式 $|a|$ 就是数 a，即 $|a|=a$.

常用字母 D 来表示行列式，在 n 阶行列式 $D=|a_{ij}|$ 中，元素 a_{ii}（$i=1,2,\cdots,n$）所在的斜线位置称为 D 的**主对角线**．

例 3 计算行列式

$$D=\begin{vmatrix}0&0&0&1\\0&0&2&0\\0&3&0&0\\4&0&0&0\end{vmatrix}.$$

解 按行列式的定义，D 的展开式中共有 $4!=24$ 项，其一般形式为：

$$(-1)^{N(j_1j_2j_3j_4)}a_{1j_1}a_{2j_2}a_{3j_3}a_{4j_4},\qquad (j_1j_2j_3j_4\text{ 为一个 4 级排列})$$

其中 a_{ij_i}（$i=1,2,3,4$）表示取自第 i 行第 j_i 列的元素．显然，只有 $j_1=4$、$j_2=3$、$j_3=2$、$j_4=1$ 时，这一项不为零，其余所有项均为零．因此，

$$D=(-1)^{N(4321)}a_{14}a_{23}a_{32}a_{41}=(-1)^6\times1\times2\times3\times4=24.$$

例 4 计算行列式

$$D=\begin{vmatrix}0&0&\cdots&0\\a_{21}&a_{22}&\cdots&a_{2n}\\\cdots&\cdots&\cdots&\cdots\\a_{n1}&a_{n2}&\cdots&a_{nn}\end{vmatrix}.$$

解 按行列式的定义，D 的展开式中每一项的因子必有第 1 行的一个元素，也就是必有一个因子为 0，从而展开式中的所有项均为 0，所以 $D=0$.

一般地，我们有下面结论：若行列式的某行（列）元素全为 0，则此行列式的值等于 0.

例 5 计算行列式